
1 Le problème

Soit f l'application définie sur $\mathbb{C} - \{-2 - i\}$ par :

$$f(z) = \frac{z - 4 - 2i}{z + 2 + i}$$

On aimerait savoir quel est le lieu des points M d'affixe $z \in \mathbb{C} - \{-2 - i\}$ tels que $Z = f(z)$ soit un réel strictement positif.

2 Avec Geoplan

Faire une conjecture avec un logiciel de géométrie dynamique.

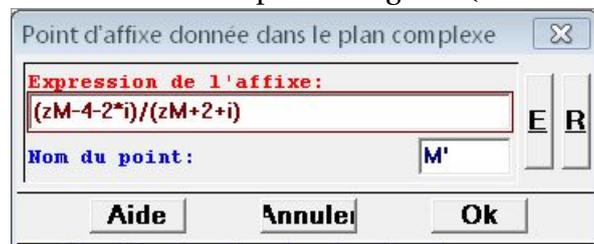
3 Démontrer

4 Avec geoplan

On crée un point M libre dans le plan.

On crée l'affixe z_M (créer/avec les complexes/affiche d'un point dans le plan complexe).

On crée ensuite le point image M' (créer/avec les complexes/point d'affixe donnée dans le plan)



Point d'affixe donnée dans le plan complexe

Expression de l'affixe:
 $(z_M - 4 - 2i) / (z_M + 2 + i)$

Nom du point: M'

Aide Annuler Ok

On crée l'affixe Z du point M' .



Affixe d'un point dans le plan complexe

Nom du point: M'

Nom de l'affixe: Z

Aide Annuler Ok

On crée ensuite un point N come suit :

$$N = \begin{cases} M & \text{si } Z \text{ est un réel strictement positif} \\ \text{origine du repère} & \text{sinon} \end{cases}$$



Point d'affixe donnée dans le plan complexe

Expression de l'affixe:
 $z_M * \mu(\text{im}(Z)=0) * \mu(\text{re}(Z)>0)$

Nom du point: N

Aide Annuler Ok

On active ensuite la trace de ce point N . On déplace M à la souris en contrôlant « visuellement » la position du point M' . On obtient l'image suivante :

