- Stage de formation continue second degré
- Code : 201906529

Les problèmes en maths : de la recherche au cours.

Manipuler, expérimenter, résoudre des problèmes - construire une progression.

Les stagiaires seront amenés à manipuler, expérimenter, résoudre des problèmes puis élaboreront des éléments de programmation pour leur enseignement. Des expérimentations seront attendues et un suivi à distance sera organisé entre deux présentiels.

APRÈS LA PREMIÈRE JOURNÉE DE STAGE, LES COLLÈGUES EXPÉRIMENTENT DANS LEUR CLASSE
…

Retour d’une expérimentation

Mardi 9 avril 2109

Madame X, en classe de sixième.

Le problème

Existe-t-il deux nombres entiers distincts a et b tels que $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$?

Existe-t-il trois nombres entiers distincts a, b et c tels que $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$?

Et avec plus de trois fractions ?

Productions d'élèves

Conjectures proposées par la classe de 6e4 :

1) $\frac{1}{0}+\frac{1}{1}=1$

2) $\frac{1}{1}+\frac{1}{10\,000\,000\,000}=1$ (10 zéros ou plus)

3) Il n'y pas d'autre solution que $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

Productions d'élèves

Chapitre 8

Le problème des fractions égyptiennes - 1ère partie :

Existe-t-il deux nombres entiers distincts a et b tels que $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$?

Voici les premières conjectures proposées par la classe:
↳ affirmation pas encore prouvée.

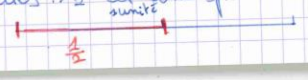
- Conjecture n°1: $\frac{1}{1}+\frac{1}{12000000000}=1$
- Conjecture n°2 : $\frac{1}{1}+\frac{1}{\text{n'importe quel nombre de l'ordre du milliard ou plus}}$
- Conjecture n°8: il n'y a pas de solution, la seule possibilité serait : $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$ mais les nombres a et b ne sont pas distincts ($a=b=2$).

Nous allons valider ou invalider les conjectures proposées:

- Validation de la conjecture n°1: $\frac{1}{1}+\frac{1}{12\,000\,000\,000}=1$?
- À la calculatrice:
  → quand on tape le calcul, elle affiche le résultat "1".
  → quand on tape l'égalité dans le mode vérification, elle affiche: FAUX

... Problème : elle nous donne 2 réponses contradictoires!...

Raisonnons mathématiquement:
Une fraction de l'unité ($\frac{1}{?}$) est une partie d'unité partagée en plusieurs parties égales ⇒ $\frac{1}{2}$ est une partie d'unité partagée en 2 parties égales:



Productions d'élèves

→ $\frac{1}{3}$ est une partie d'unité partagée en 3 parties égales:

$\frac{1}{3}$

...etc...

→ $\frac{1}{1}$ est donc l'unité partagée en une seule partie donc l'unité elle-même : $\boxed{\frac{1}{1}=1}$

→ De plus $\frac{1}{12\,000\,000\,000}$ peut-être très petit mais pas nul : par exemple $\frac{1}{12\,000\,000\,000}$ de 12 000 000 000 € = 1€ et non 0€ !

$\boxed{\frac{1}{12\,000\,000\,000} > 0}$ est plus grand que

Finalement, on vient de montrer que $\frac{1}{1} + \frac{1}{12\,000\,000\,000}$ est forcément plus grand que 1 → La conjecture n°1 est FAUSSE.

Question de Joshua : et si on prend $\frac{1}{1} + \frac{1}{0} = 1$? est-ce égale à 0 ?

Si $\frac{1}{0}$ existait, cela correspondrait à 1 partie d'unité partagée en 0 partie !... C'est impossible.

$\boxed{\cancel{\frac{1}{0}} \text{ n'existe pas}}$

• Validation de la conjecture n°2 : $\frac{1}{1} + \underbrace{\frac{1}{1\,000\,000\,000}}_{\text{9 zéros ou plus}} = 1$?

On utilise le même raisonnement que pour la conjecture n°1 :

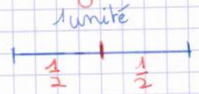
On sait que $\frac{1}{1} = 1$ et que $\underbrace{\frac{1}{1\,000\,000\,000}}_{\text{(9 zéros ou plus)}}$ sera toujours plus grand que 0, donc leur somme sera toujours plus grande que 1.

$\frac{1}{1} + \frac{1}{1\,000\,000\,000} > 1$ La conjecture n°2 est FAUSSE, elle aussi

Productions d'élèves

• Validation de la conjecture n°3 : $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$ est la SEULE solution ? (mais les fractions ne sont pas distinctes).

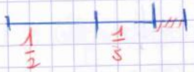
→ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=2\times\frac{1}{2}=1$



Problèmes : les fractions sont les mêmes...

→ $\frac{1}{2}+\frac{1}{1}>1$

→ $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}<1$



→ $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ est encore plus petit

→ $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$ est encore plus petit... etc... Il n'y a donc pas d'autre solution que $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$, mais elle ne convient pas car $a=b=2$

La conjecture n°3 est VRAIE.

Le problème des fractions égyptiennes - 2ème partie :

Existe-t-il trois nombres entiers distincts a, b et c tels que $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$?

Et avec plus de trois fractions ?

Voici les nouvelles conjectures proposées par la classe :

Conjecture n°4 : $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1$ ✓

Conjecture n°5 : $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{7}=1$ ✗

Conjecture n°6 : $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=1$ ✗

Conjecture n°7 : $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{12}=1$ ✗

Conjecture n°8 : $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=1$ ✗

Productions d'élèves

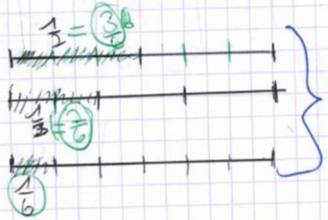
Conjecture n°9 : $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=1$ X

Etudions ces nouvelles conjectures :

C4 : $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1$?

→ La calculatrice indique que c'est vraie... Peut-on la croire ?

→ Raisonnons : $\frac{1}{2}>\frac{1}{3}>\frac{1}{6}$ donc pour les ajouter on va les traduires toutes en sixièmes ($\frac{?}{6}$), les plus petites "parts".



Finalement : $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\underbrace{\frac{6}{6}}_{6 \text{ fois } \frac{1}{6}}=1$

C4 est VRAIE

• C5, C7, C9 sont FAUSSES :

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1$

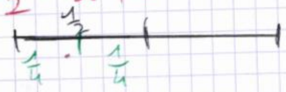
Or $\frac{1}{7}<\frac{1}{6}$ donc $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{7}<1$

De même $\frac{1}{12}<\frac{1}{6}$ donc $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{12}<1$

De même $\frac{1}{4}>\frac{1}{6}$ donc $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}>1$

• C6 : $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=1$?

$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$



Donc $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ pour obtenir l'unité (1) il faudrait donc ajouter $\frac{1}{4}$ et non $\frac{1}{5}$ (trop petit).

C6 est fausse : $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}<1$

Productions d'élèves

• C8 : $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=1$?

$\frac{1}{3} \xrightarrow{\times 4} \frac{4}{12}$ } $\frac{1}{3}=\frac{4}{12}$

$\frac{1}{4} \xrightarrow{\times 3} \frac{3}{12}$ } $\frac{1}{4}=\frac{3}{12}$

$\frac{1}{6} \xrightarrow{\times 2} \frac{2}{12}$ } $\frac{1}{6}=\frac{2}{12}$

$=\frac{9}{12} \neq 1$

C9 ne marche pas, alors C8 ne peut pas marcher!

$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{4}{12}+\frac{3}{12}+\frac{2}{12}=\frac{9}{12}<1\left(\frac{12}{12}\right)$

C8 est fausse !

Bilan de la recherche - Ce qu'il faut retenir au sujet des fractions de l'unité (du type $\frac{1}{a}$) :

1) Une fraction de l'unité est une fraction de ***numérateur*** 1 (nombre « du haut ») 1 et de ***dénominateur*** (nombre « du bas ») entier quelconque non nul, du type $\frac{1}{a}$.

- $\frac{1}{2}$ est une partie d'une unité partagée en 2 parties égales
- $\frac{1}{3}$ est une partie d'une unité partagée en 3 parties égales, … etc ...
- $\frac{1}{10\,000}$ est une partie d'une unité partagée en 10 000 parties égales, … etc ...

2) $\frac{1}{1}=1$ 3) « $\frac{1}{0}$ » **n'existe pas !!!**

4) Une fraction de l'unité n'est JAMAIS égale à zéro, elle est toujours plus grande :
$\frac{1}{a}>0$ quel que soit le nombre a (non nul) choisi.

5) Plus le dénominateur est grand, plus la fraction est petite :
$\frac{1}{2}>\frac{1}{3}>\frac{1}{4}>\frac{1}{5}>....>\frac{1}{10\,000\,000\,000}>...>0$

6) La calculatrice peut nous rendre de précieux services MAIS elle **peut** aussi nous **induire en erreur**… Les connaissances mathématiques sont indispensables pour être critique et ne pas toujours la « croire sur parole ».

7) Attention : mesurer n'est pas démontrer ! Une mesure est toujours approximative, même si elle est précise.

8) Pour ajouter des fractions, il faut toutes les traduire avec le même partage de l'unité.
Par exemple, pour calculer $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$, il a fallu traduire les trois fractions avec le même partage de l'unité (un partage en 6 ici), et compter alors le nombre de sixièmes ($\frac{1}{6}$) :
$\frac{1}{2}$ *peut s'écrire* $\frac{3}{6}$ et $\frac{1}{3}$ *peut s'écrire* $\frac{2}{6}$, d'où $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{6}{6}$ *soit 1 (l'unité entière)* .

Bilan proposé aux élèves

Bilan de la recherche - Ce qu'il faut retenir au sujet des fractions de l'unité (du type $\frac{1}{a}$) :

1) Une fraction de l'unité est une fraction de ***numérateur*** 1 (nombre « du haut ») 1 et de ***dénominateur*** (nombre « du bas ») entier quelconque non nul, du type $\frac{1}{a}$.

- $\frac{1}{2}$ est une partie d'une unité partagée en 2 parties égales
- $\frac{1}{3}$ est une partie d'une unité partagée en 3 parties égales, … etc …
- $\frac{1}{10\,000}$ est une partie d'une unité partagée en 10 000 parties égales, … etc …

2) $\frac{1}{1}=1$ **3) «** $\frac{1}{0}$ **» n'existe pas !!!**

4) Une fraction de l'unité n'est JAMAIS égale à zéro, elle est toujours plus grande :
$\frac{1}{a}>0$ quel que soit le nombre a (non nul) choisi.

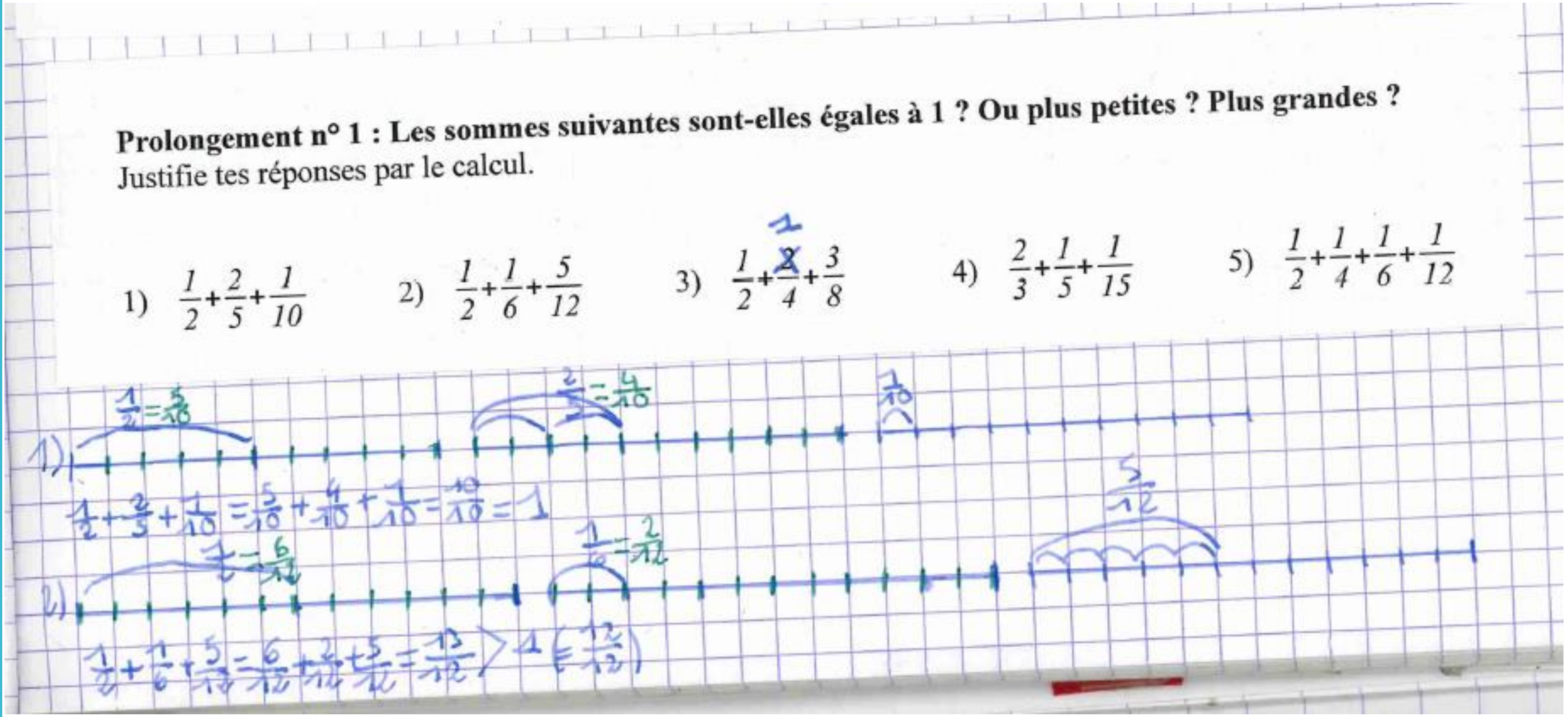
5) Plus le dénominateur est grand, plus la fraction est petite :
$\frac{1}{2}>\frac{1}{3}>\frac{1}{4}>\frac{1}{5}>....>\frac{1}{10\,000\,000\,000}>...>0$

6) La calculatrice peut nous rendre de précieux services MAIS elle **peut** aussi nous **induire en erreur**… Les connaissances mathématiques sont indispensables pour être critique et ne pas toujours la « croire sur parole ».

7) Attention : mesurer n'est pas démontrer ! Une mesure est toujours approximative, même si elle est précise.

8) Pour ajouter des fractions, il faut toutes les traduire avec le même partage de l'unité.
Par exemple, pour calculer $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$, il a fallu traduire les trois fractions avec le même partage de l'unité (un partage en 6 ici), et compter alors le nombre de sixièmes ($\frac{1}{6}$) :
$\frac{1}{2}\ peut\ s'écrire\ \frac{3}{6}$ et $\frac{1}{3}\ peut\ s'écrire\ \frac{2}{6}$, d'où $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{6}{6}\ soit\ 1\,(l'unité\ entière)$.

Prolongements proposés



Prolongement n° 1 : Les sommes suivantes sont-elles égales à 1 ? Ou plus petites ? Plus grandes ?
Justifie tes réponses par le calcul.

1) $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}+\frac{1}{10}$ 2) $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{5}{12}$ 3) $\frac{1}{2}+\frac{\cancel{2}}{4}+\frac{3}{8}$ 4) $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{15}$ 5) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}$

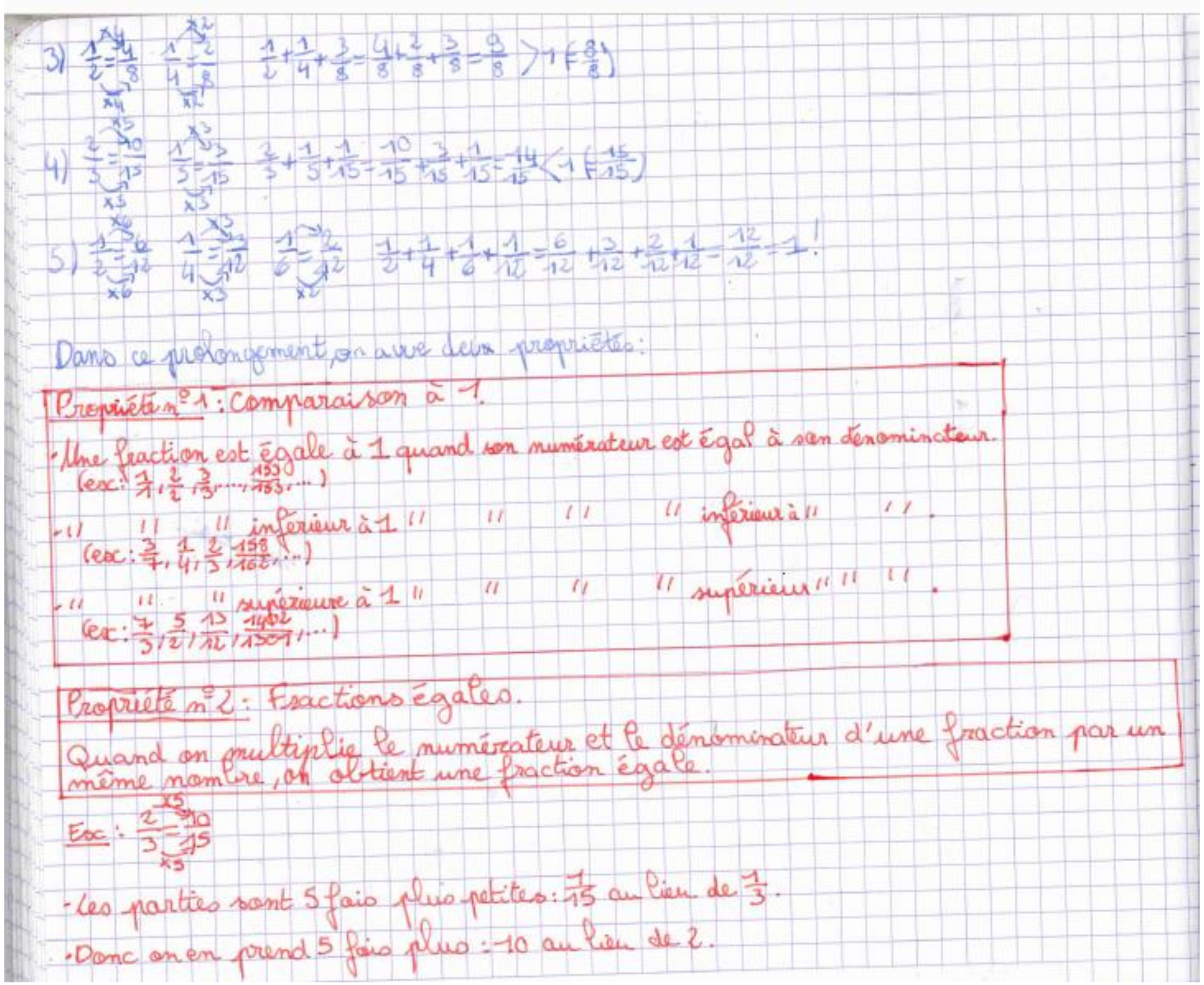
1) $\frac{1}{2}=\frac{5}{10}$ $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}$ $\frac{1}{10}$

$\frac{1}{2}+\frac{2}{5}+\frac{1}{10}=\frac{5}{10}+\frac{4}{10}+\frac{1}{10}=\frac{10}{10}=1$

2) $\frac{1}{2}=\frac{6}{12}$ $\frac{1}{6}=\frac{2}{12}$ $\frac{5}{12}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{5}{12}=\frac{6}{12}+\frac{2}{12}+\frac{5}{12}=\frac{13}{12}>1\ (=\frac{12}{12})$

Prolongements proposés



3) $\frac{1}{2} \xrightarrow{\times 4} \frac{4}{8}$ $\frac{1}{4} \xrightarrow{\times 2} \frac{2}{8}$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{3}{8}=\frac{4}{8}+\frac{2}{8}+\frac{3}{8}=\frac{9}{8} > 1 \left(=\frac{8}{8}\right)$

4) $\frac{2}{3} \xrightarrow{\times 5} \frac{10}{15}$ $\frac{1}{5} \xrightarrow{\times 3} \frac{3}{15}$ $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{15}=\frac{10}{15}+\frac{3}{15}+\frac{1}{15}=\frac{14}{15} < 1 \left(=\frac{15}{15}\right)$

5) $\frac{1}{2} \xrightarrow{\times 6} \frac{6}{12}$ $\frac{1}{4} \xrightarrow{\times 3} \frac{3}{12}$ $\frac{1}{6} \xrightarrow{\times 2} \frac{2}{12}$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{6}{12}+\frac{3}{12}+\frac{2}{12}+\frac{1}{12}=\frac{12}{12}=1$!

Dans ce prolongement, on a vu deux propriétés :

Propriété n°1 : Comparaison à 1.

- Une fraction est égale à 1 quand son numérateur est égal à son dénominateur.
(ex : $\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \dots, \frac{153}{153}, \dots$)
- " " " inférieure à 1 " " " " inférieur à " " .
(ex : $\frac{3}{7}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{158}{162}, \dots$)
- " " " supérieure à 1 " " " " supérieur " " " .
(ex : $\frac{7}{3}, \frac{5}{2}, \frac{13}{12}, \frac{1402}{1301}, \dots$)

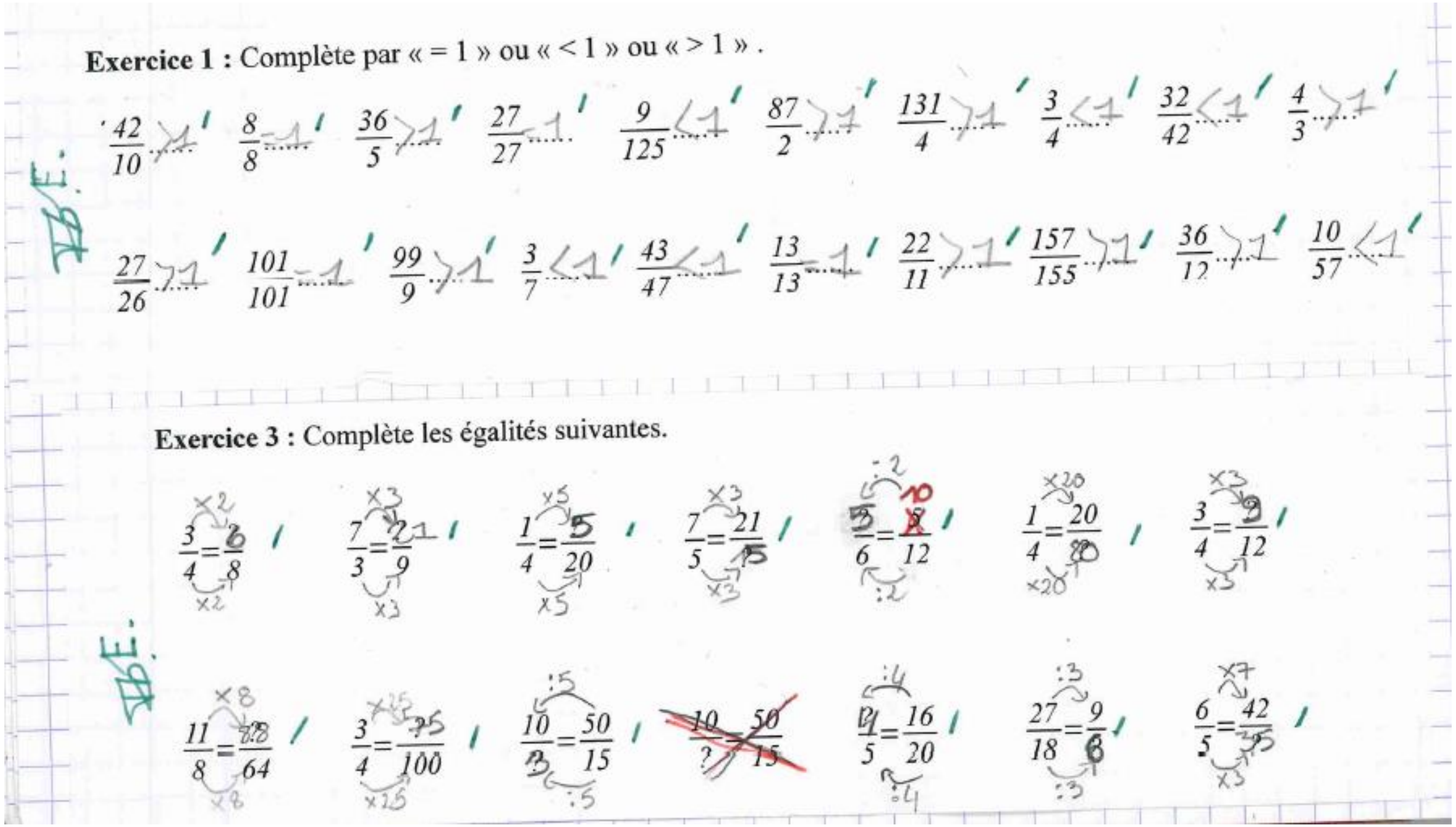
Propriété n°2 : Fractions égales.

Quand on multiplie le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre, on obtient une fraction égale.

Ex : $\frac{2}{3} \xrightarrow{\times 5} \frac{10}{15}$

- Les parties sont 5 fois plus petites : $\frac{1}{15}$ au lieu de $\frac{1}{3}$.
- Donc on en prend 5 fois plus : 10 au lieu de 2.

Prolongements proposés



Exercice 1 : Complète par « = 1 » ou « < 1 » ou « > 1 » .

$\frac{42}{10} > 1$ $\frac{8}{8} = 1$ $\frac{36}{5} > 1$ $\frac{27}{27} = 1$ $\frac{9}{125} < 1$ $\frac{87}{2} > 1$ $\frac{131}{4} > 1$ $\frac{3}{4} < 1$ $\frac{32}{42} < 1$ $\frac{4}{3} > 1$

$\frac{27}{26} > 1$ $\frac{101}{101} = 1$ $\frac{99}{9} > 1$ $\frac{3}{7} < 1$ $\frac{43}{47} < 1$ $\frac{13}{13} = 1$ $\frac{22}{11} > 1$ $\frac{157}{155} > 1$ $\frac{36}{12} > 1$ $\frac{10}{57} < 1$

B.E.

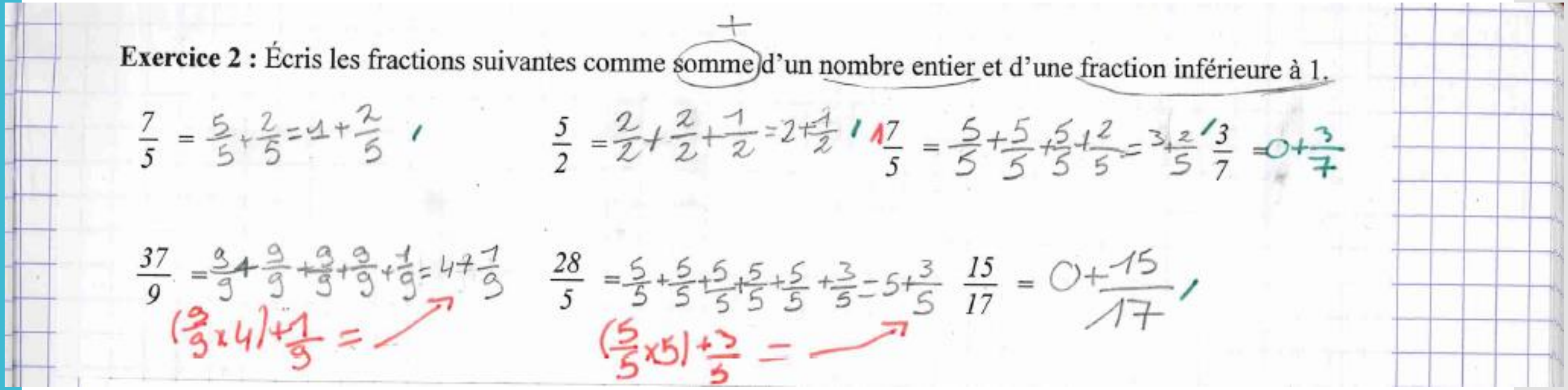
Exercice 3 : Complète les égalités suivantes.

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ (×2) $\frac{7}{3} = \frac{21}{9}$ (×3) $\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$ (×5) $\frac{7}{5} = \frac{21}{15}$ (×3) $\frac{\cancel{3}\,5}{6} = \frac{\cancel{8}\,10}{12}$ (:2) $\frac{1}{4} = \frac{20}{80}$ (×20) $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ (×3)

$\frac{11}{8} = \frac{88}{64}$ (×8) $\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$ (×25) $\frac{10}{3} = \frac{50}{15}$ (:5) ~~$\frac{10}{?} = \frac{50}{15}$~~ $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$ (:4) $\frac{27}{18} = \frac{9}{6}$ (:3) $\frac{6}{5} = \frac{42}{35}$ (×7)

B.E.

Prolongements proposés



Exercice 2 : Écris les fractions suivantes comme somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.

$\frac{7}{5} = \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = 1 + \frac{2}{5}$

$\frac{5}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2}$

$\frac{17}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5}$

$\frac{3}{7} = 0 + \frac{3}{7}$

$\frac{37}{9} = \frac{9}{9} + \frac{9}{9} + \frac{9}{9} + \frac{9}{9} + \frac{1}{9} = 4 + \frac{1}{9}$

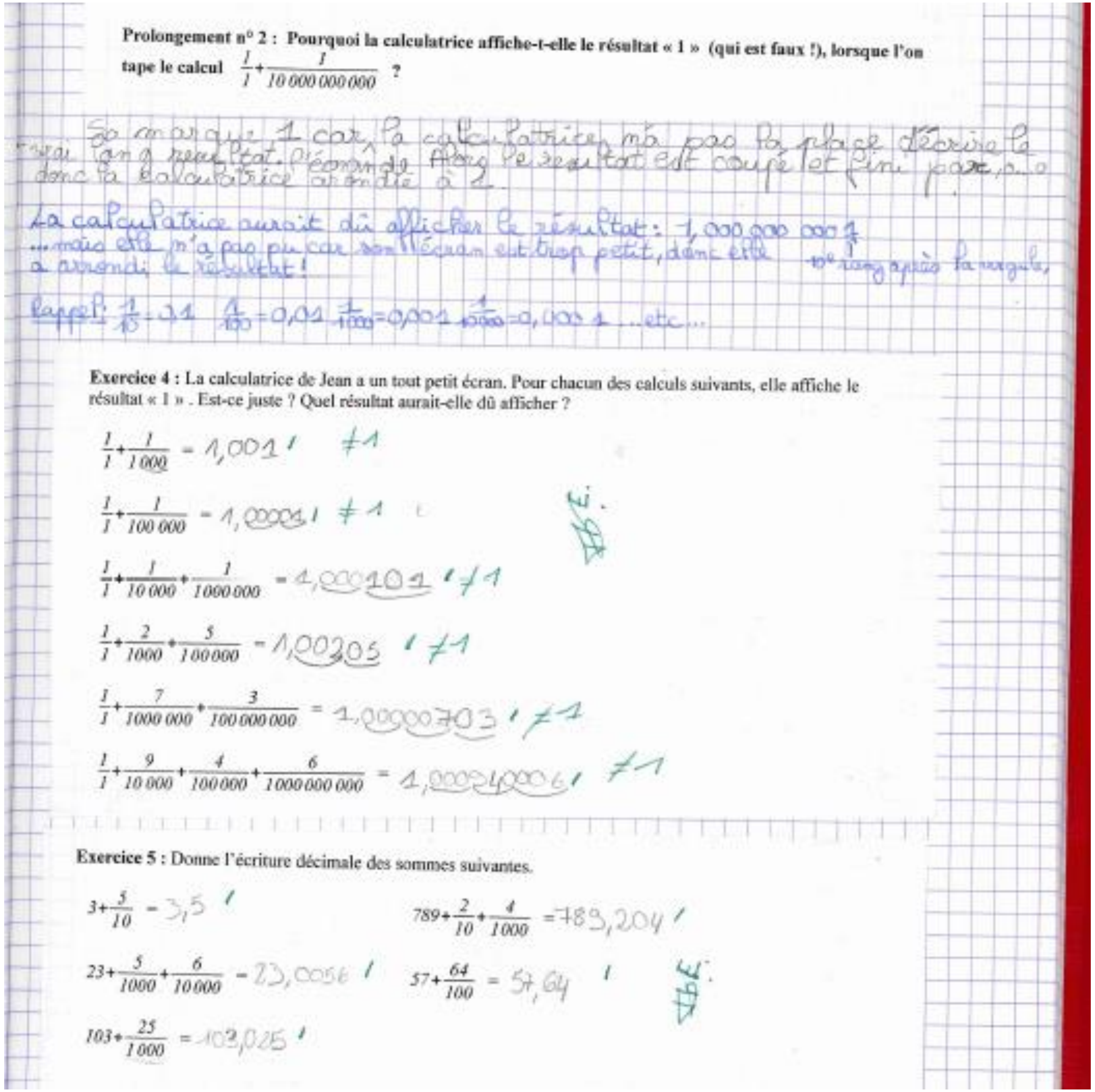
$(\frac{9}{9} \times 4) + \frac{1}{9} =$

$\frac{28}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{3}{5} = 5 + \frac{3}{5}$

$(\frac{5}{5} \times 5) + \frac{3}{5} =$

$\frac{15}{17} = 0 + \frac{15}{17}$

Prolongements proposés



Prolongement n° 2 : Pourquoi la calculatrice affiche-t-elle le résultat « 1 » (qui est faux !), lorsque l'on tape le calcul $\frac{1}{1}+\frac{1}{10\,000\,000\,000}$?

La calculatrice aurait dû afficher le résultat : 1,000 000 000 1
... mais elle n'a pas pu car son écran est trop petit, donc elle a arrondi le résultat ! 10e rang après la virgule

Rappel : $\frac{1}{10}=0,1$ $\frac{1}{100}=0,01$ $\frac{1}{1000}=0,001$ $\frac{1}{10000}=0,000\,1$ ...etc...

Exercice 4 : La calculatrice de Jean a un tout petit écran. Pour chacun des calculs suivants, elle affiche le résultat « 1 ». Est-ce juste ? Quel résultat aurait-elle dû afficher ?

$\frac{1}{1}+\frac{1}{1\,000} = 1,001$ $\neq 1$

$\frac{1}{1}+\frac{1}{100\,000} = 1,00001$ $\neq 1$

$\frac{1}{1}+\frac{1}{10\,000}+\frac{1}{1\,000\,000} = 1,000101$ $\neq 1$

$\frac{1}{1}+\frac{2}{1000}+\frac{5}{100\,000} = 1,00205$ $\neq 1$

$\frac{1}{1}+\frac{7}{1000\,000}+\frac{3}{100\,000\,000} = 1,00000703$ $\neq 1$

$\frac{1}{1}+\frac{9}{10\,000}+\frac{4}{100\,000}+\frac{6}{1\,000\,000\,000} = 1,000940006$ $\neq 1$

Exercice 5 : Donne l'écriture décimale des sommes suivantes.

$3+\frac{5}{10} = 3,5$

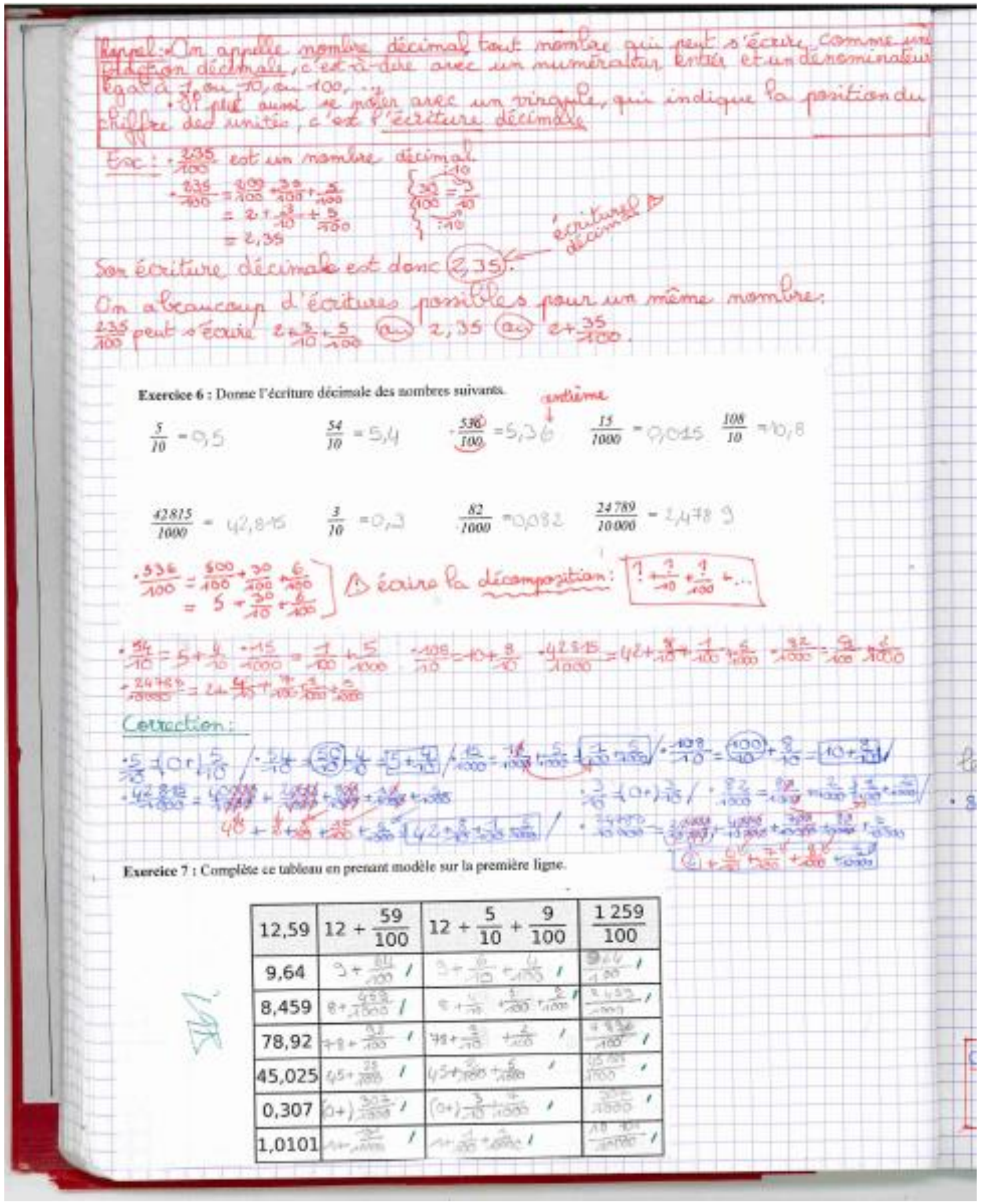
$789+\frac{2}{10}+\frac{4}{1000} = 789,204$

$23+\frac{5}{1000}+\frac{6}{10\,000} = 23,0056$

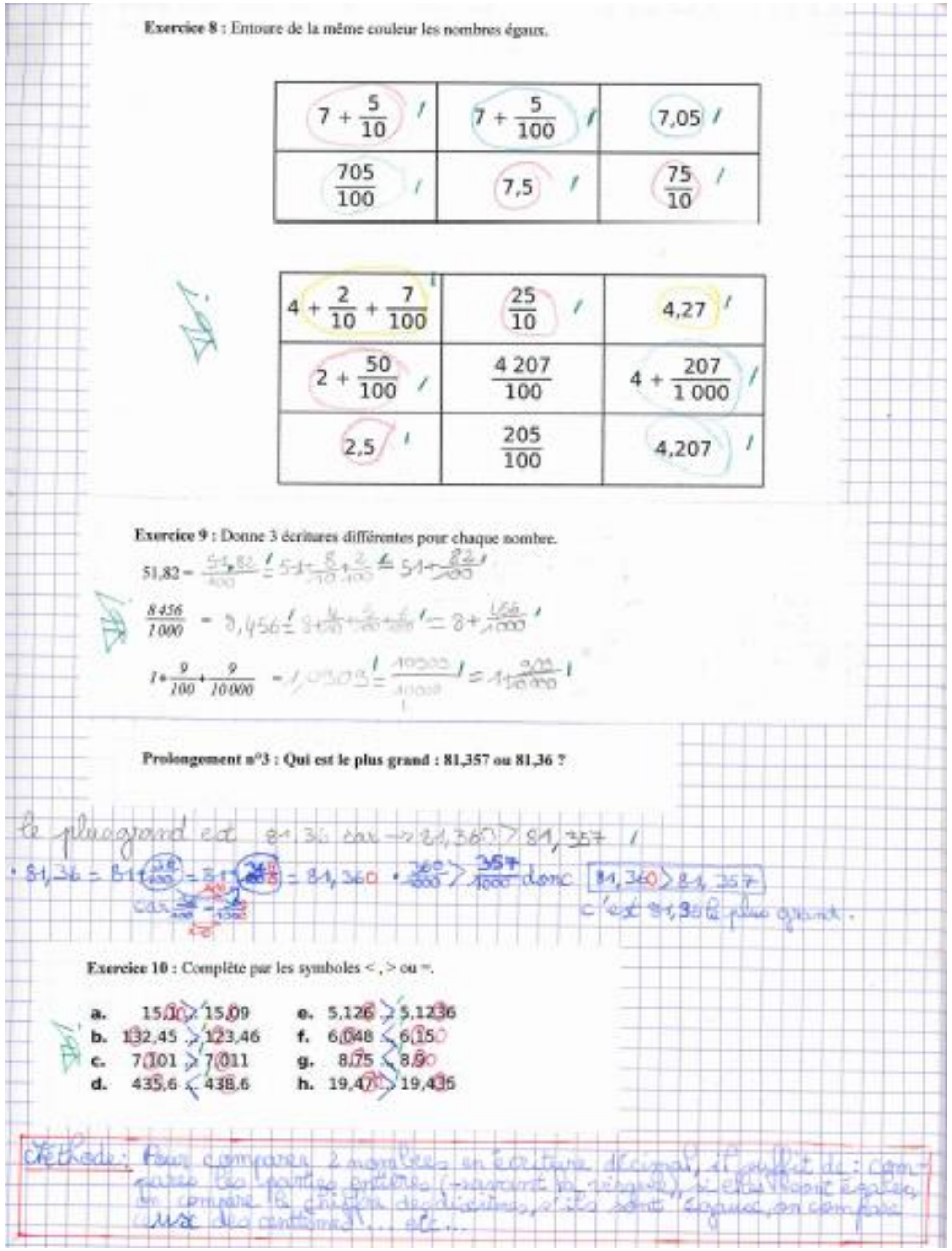
$57+\frac{64}{100} = 57,64$

$103+\frac{25}{1\,000} = 103,025$

Prolongements proposés



Prolongements proposés



Exercice 8 : Entoure de la même couleur les nombres égaux.

$7 + \frac{5}{10}$	$7 + \frac{5}{100}$	7,05
$\frac{705}{100}$	7,5	$\frac{75}{10}$

$4 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100}$	$\frac{25}{10}$	4,27
$2 + \frac{50}{100}$	$\frac{4\,207}{100}$	$4 + \frac{207}{1\,000}$
2,5	$\frac{205}{100}$	4,207

Exercice 9 : Donne 3 écritures différentes pour chaque nombre.

$51{,}82 = \frac{5182}{100} = 51 + \frac{8}{10} + \frac{2}{100} = 51 + \frac{82}{100}$

$\frac{8\,456}{1\,000} = 8{,}456 = 8 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100} + \frac{6}{1000} = 8 + \frac{456}{1000}$

$1 + \frac{9}{100} + \frac{9}{10\,000} = 1{,}0909 = \frac{10909}{10000} = 1 + \frac{909}{10000}$

Prolongement n°3 : Qui est le plus grand : 81,357 ou 81,36 ?

le plus grand est 81,36 car → 81,360 > 81,357

81,36 = 81 + $\frac{36}{100}$ = 81 + $\frac{360}{1000}$ = 81,360 · $\frac{360}{1000} > \frac{357}{1000}$ donc $\boxed{81{,}360 > 81{,}357}$

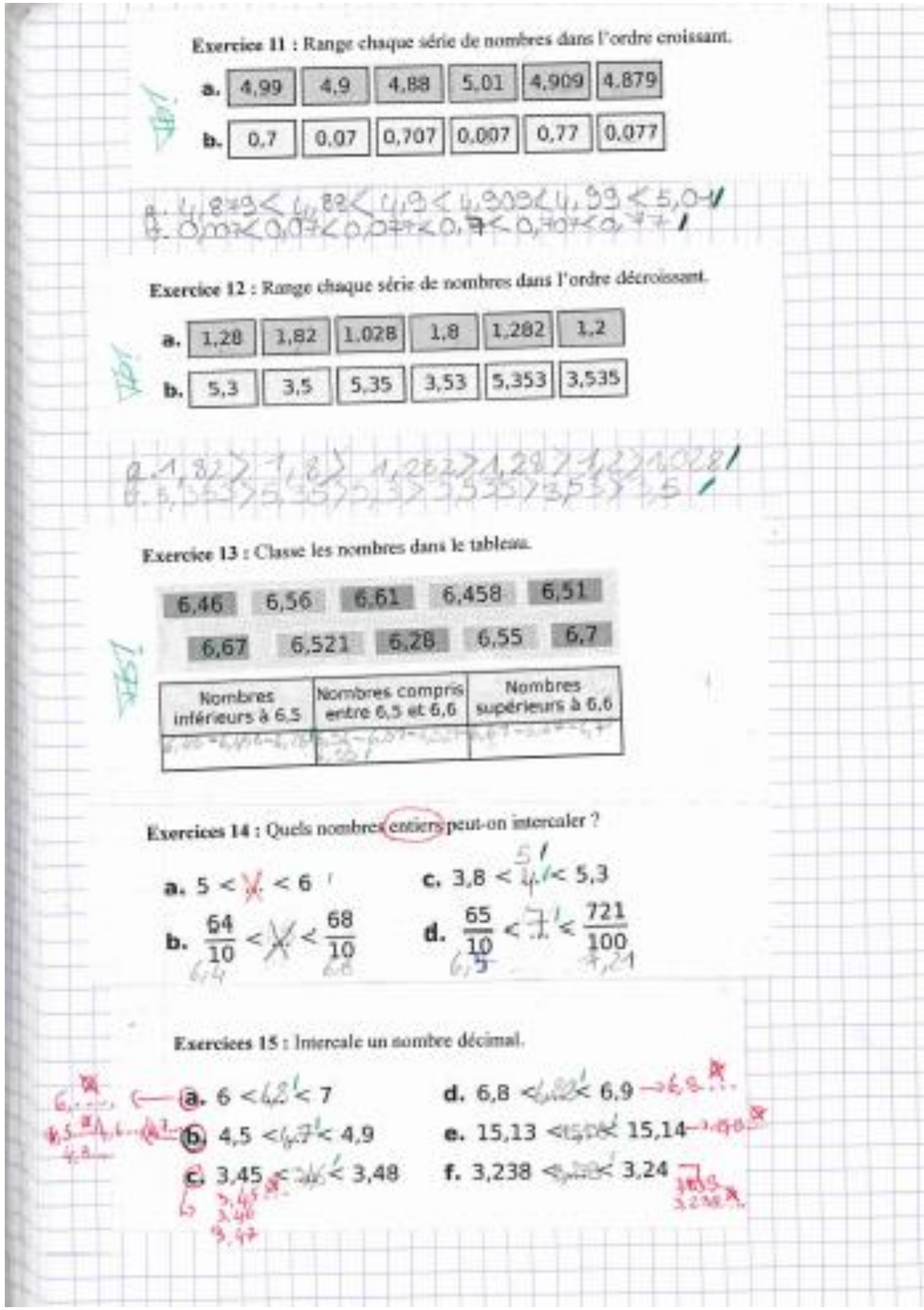
c'est 81,360 le plus grand.

Exercice 10 : Complète par les symboles < , > ou =.

a.	15,10 > 15,09	e.	5,126 > 5,1236
b.	132,45 > 123,46	f.	6,048 < 6,150
c.	7,101 > 7,011	g.	8,75 < 8,90
d.	435,6 < 438,6	h.	19,47 > 19,436

Méthode : Pour comparer 2 nombres en écriture décimale, il suffit de : comparer les parties entières (suivant la règle), s'elles sont égales, on compare le chiffre des dixièmes, s'ils sont égaux on compare ceux des centièmes... etc.

Prolongements proposés



Exercice 11 : Range chaque série de nombres dans l'ordre croissant.

a.	4,99	4,9	4,88	5,01	4,909	4,879
b.	0,7	0,07	0,707	0,007	0,77	0,077

a. 4,879 < 4,88 < 4,9 < 4,909 < 4,99 < 5,01
b. 0,007 < 0,07 < 0,077 < 0,7 < 0,707 < 0,77

Exercice 12 : Range chaque série de nombres dans l'ordre décroissant.

a.	1,28	1,82	1,028	1,8	1,282	1,2
b.	5,3	3,5	5,35	3,53	5,353	3,535

a. 1,82 > 1,8 > 1,282 > 1,28 > 1,2 > 1,028
b. 5,353 > 5,35 > 5,3 > 3,535 > 3,53 > 3,5

Exercice 13 : Classe les nombres dans le tableau.

6,46 6,56 6,61 6,458 6,51
6,67 6,521 6,28 6,55 6,7

Nombres inférieurs à 6,5	Nombres compris entre 6,5 et 6,6	Nombres supérieurs à 6,6
[illegible]	[illegible]	[illegible]

Exercices 14 : Quels nombres entiers peut-on intercaler ?

a. $5 < \cancel{\ } < 6$

b. $\frac{64}{10} < \cancel{\ } < \frac{68}{10}$

c. $3{,}8 < 4;5 < 5{,}3$

d. $\frac{65}{10} < 7 < \frac{721}{100}$

Exercices 15 : Intercale un nombre décimal.

a. $6 < \ldots < 7$

b. $4{,}5 < \ldots < 4{,}9$

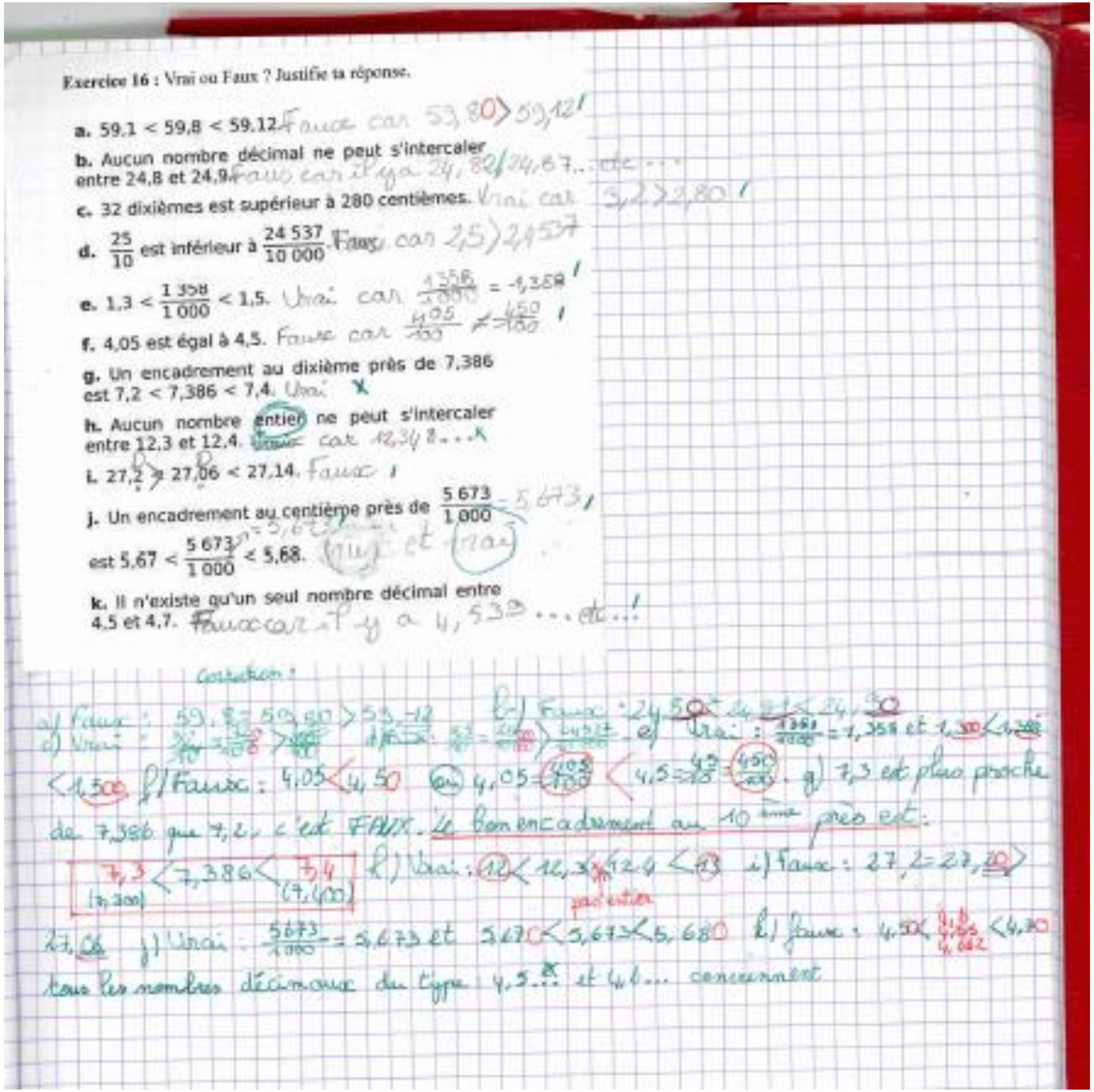
c. $3{,}45 < \ldots < 3{,}48$

d. $6{,}8 < \ldots < 6{,}9$

e. $15{,}13 < \ldots < 15{,}14$

f. $3{,}238 < \ldots < 3{,}24$

Prolongements proposés



Exercice 16 : Vrai ou Faux ? Justifie ta réponse.

a. 59,1 < 59,8 < 59,12. Faux car 59,80 > 59,12 !

b. Aucun nombre décimal ne peut s'intercaler entre 24,8 et 24,9. Faux car il y a 24,82 / 24,87... etc...

c. 32 dixièmes est supérieur à 280 centièmes. Vrai car 3,2 > 2,80 !

d. $\frac{25}{10}$ est inférieur à $\frac{24\,537}{10\,000}$. Faux car 2,5 > 2,4537

e. $1,3 < \frac{1\,358}{1\,000} < 1,5$. Vrai car $\frac{1358}{1000} = 1,358$!

f. 4,05 est égal à 4,5. Faux car $\frac{405}{100} \neq \frac{450}{100}$!

g. Un encadrement au dixième près de 7,386 est 7,2 < 7,386 < 7,4. Vrai

h. Aucun nombre entier ne peut s'intercaler entre 12,3 et 12,4. car 12,348...

i. 27,2 > 27,06 < 27,14. Faux !

j. Un encadrement au centième près de $\frac{5\,673}{1\,000}$ est $5,67 < \frac{5\,673}{1\,000} < 5,68$. Vrai

k. Il n'existe qu'un seul nombre décimal entre 4,5 et 4,7. Faux car il y a 4,539 ... etc...!

Correction :

Bilan de votre point de vue

- Très enrichissant.
- Durée un peu longue : entre deux et trois semaines.
- Mais beaucoup de points importants abordés et intégrés par une majorité d'élèves : notion de fraction, d'écriture décimale , de comparaison et changements d'écriture, utilisation critique de la calculatrice, argumenter, justifier, différence entre une mesure et une démonstration, nécessité du calcul et des connaissances mathématiques …
- Certains élèves fragiles ou inquiets au début mais j'ai senti la classe avec moi globalement, beaucoup de participation et davantage de concentration et beaucoup moins de petits bavardages.

J'attends de la dernière journée de stage les outils pour la construction d'une progression sur cette base.