UNE TECHNIQUE DE DIVISION

Arnaud Gazagnes

Résumé

Des algorithmes permettant d'effectuer des divisions apparaîssent sous forme versifiée en Chine vers la fin de la Dynastie des Song (XI^e siècle). Ce style est largement répandu dans les écrits à partir de la Dynastie des Ming (1368-1644). Nous allons nous intéresser à l'un des ces algorithmes – l'utilisation des *jiugui* – donné dans un ouvrage de 1592.

1 Division. Quelques règles : les *juigui*

1.1 Des comptines

Les règles *jiugui* (qui sont en fait des chants correspondant aux manipulations des baguettes à clacul ou de boules sur un boulier) consistent en de courtes formules correspondant à la division d'un nombre quelconque par un diviseur compris entre 2 et 9 ; le terme *jiugui* se traduit par *neuf retours*. Elles ont probablement été inventées autour du XI^e siècle ; on les trouve dans un ouvrage datant de cette époque, le *Zhinan Suanfa*.

Les *jiugui* montrent un remarquable sens d'économie et de simplicité ; le calculateur a « seulement » à se les rappeler : pour la division par n, celui-ci doit mémoriser n comptines, il y a donc $2 + 3 + \cdots + 9 = 44$ comptines en tout.

Cette méthode a d'abord été employée avec un diviseur à un chiffre ; elle a été étendue aux diviseurs inférieurs ou égaux à 99 avec d'autres chants. Il y a alors un jeu spécial de règles appelé *fei gui jue*[1] . Toutefois les règles générales ne sont pas oubliées : les *jiugui* sont combinées avec les règles de multiplication et de soustraction dans une division.

Le principe de vérification (multiplication dans le sens inverse) s'appelle *huan yuan*, littéralement « restituer l'état initial » [du boulier].

1.2 Des exemples

Les règles données ci-dessous sont extraites[2] du *Suanfa tongzong (Linéage unifié des méthodes mathématiques)* (1592).

1.2.1 Division par 3

La colonne de droite indique *Trois un : trente-et-un.*
Cette règle provient du fait que la division euclidienne de 10 par 3 donne $q = 3$ et $r = 1$, ou encore $10 = 3 \times 3 + 1$, d'où le « 31 ».

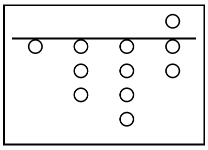
La colonne du milieu indique *Trois deux : soixante-deux.*
De même, la présence du « 62 » s'explique par $20 = 6 \times 3 + 2$.

La colonne de gauche indique *Trois rencontré : une [unité] élevée.*
$70 \div 7 = 10$; le 1 qui représente les dizaines est considéré comme « élevé » par rapport aux simples unités.

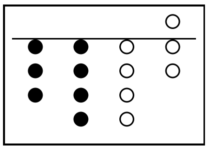
Regardons une mise en œuvre, pratiquement[3] sur la division de 1 347 par 3 sur un abaque :

1. « Formules pour la division rapide ». Un exemple est dans le livre de J.-Cl. Martzloff.
2. Je renvoie le lecteur au document sur la numération pour retrouver les nombres présents dans les règles.
3. Illustrations et démarche extraites du livre de J.-Cl. Martzloff.

1. Le nombre 1 347 est placé sur l'abaque[4] .

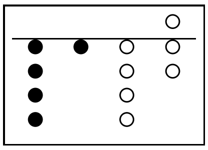


2. Le premier chiffre à être traité est le chiffre des milliers, soit 1. On applique la règle « trois un : trente-et-un ». Le 1 est remplacé par un 3 et une boule est ajouté au chiffre 3 des dizaines. Le nombre lu est alors **3 4**47.

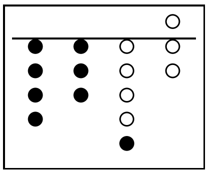


3. Le deuxième chiffre à être traité est 4. Il n'y a pas de règle spécifique pour la division de 4 par 3 : il y a deux étapes successives.

   Dans un premier temps, ce 4 va être remplacé par le plus grand nombre permis par les *jiugui*. C'est 3. La règle « trois rencontré : un élevé » est utilisée. Par conséquent, trois des quatre centaines de boules sont abaissées et et une dizaine est ajoutée à la plus grande colonne suivante. L'abaque montre maintenant le nombre **4 1**47.



   Dans un second temps, on s'intéresse au nombre des centaines. C'est 1. On procède comme dans l'étape 2. L'abaque montre maintenant le nombre **4 3**57.



4. Le troisième chiffre à être traité est celui des dizaines, soit 5. On procède, comme auparavant, en deux temps. Le premier consiste à prendre 3 des 5 dizaines et à ajouter une boule dans la colonne des centaines. L'abaque affiche maintenant le nombre 4 4**27**. Le second consiste à remplacer ce **2** comme nous l'avons vu à l'étape 2. L'abaque affiche maintenant le nombre 4 4**69**.
5. Le quatrième chiffre à être traité est celui des unités, soit 9. On applique trois fois la règle « trois un : trente-et-un ». Il ne reste alors plus de boule dans la colonne des unités et trois boules ont été rajoutées dans la colonne des dizaines. L'abaque affiche maintenant le résultat (entier) de la division : le nombre **449**.

1.2.2 Division par 7

Sept un : rajoute 3 au suivant.

Sept deux : rajoute 6 au suivant.

Sept trois : 42.

Sept quatre : 55.

Sept cinq : 71.

Sept six : 84.

Sept sept : une [unité] élevée.

4. Une boule placée au-dessus de la barre horizontale vaut cinq boules placées au-dessous. $7 = 1 \times 5 + 2$.

2 Exemples d'utilisation avec la division par 8

(Les calculs ont été volontairement découpés, pour plus de clarté.)

2.1 Les huit règles

Dans le cas de la division par 8, il y a huit règles et huit seulement.

Huit un : ajoute 2 dessous ;

Huit deux : ajoute 4 dessous ;

Huit trois : ajoute 6 dessous ;

Huit quatre liés font 5 ;

Huit cinq font 62 ;

Huit six font 74 ;

Huit sept font 86 ;

Huit rencontrés font 10 au-dessus.

2.2 Division de 272 par 8

$$\begin{array}{cccc}
\cline{1-3}
2 & 7 & 2 & (1)\\
 & +4 & & \\
\cline{1-3}
2 & 11 & 2 & (2)\\
+1 & -8 & & \\
\cline{1-3}
3 & 3 & 2 & (3)\\
 & & +6 & \\
\cline{1-3}
3 & 3 & 8 & (4)\\
 & +1 & -8 & \\
\cline{1-3}
3 & 4 & & (5)
\end{array}$$

Détail des différentes étapes :

(1) Le premier chiffre à considérer est 2, le chiffre des centaines. On se reporte à la règle « *Huit deux : ajoute 4 dessous* » (c'est-à-dire dans la colonne suivante) : on ajoute 4 à 7 (le chiffre suivant le 2), ce qui donne 11.

(2) Or $11 = 1 \times 8 + 3$. On retranche donc 8 à 11 et on ajoute 1 à 2 (le chiffre des centaines), ce qui donne 3.

(3) Le deuxième chiffre à considérer est un 3 (le chiffre des dizaines). On se reporte à la règle « *Huit trois : ajoute 6 dessous* » : on ajoute 6 à 2 (le chiffre des unités), ce qui donne 8.

(4) Le troisième chiffre à considérer est un 8. On se reporte à la règle « *Huit rencontrés font 10 au-dessus* » : on ajoute une dizaine de cette entité (qui est ici une unité) au quotient.

(5) Le résultat est donné : 34.

2.3 Division de 552 par 8

5	5	2	(1)
6	+2		
6	7	2	(2)
	8	6	
6	8	2	(3)
		+6	
6	8	8	(4)
	+1	−8	
6	9		(5)

Détail des différentes étapes :

(1) Le premier chiffre à prendre en compte est un 5 (celui des centaines). On se reporte à la règle « *Huit cinq font 62* » : on remplace 5 par 62, en mettant le 6 sous ce premier 5 et le 2 sous le second 5.

(2) On additionne ce dernier 5 et 2 : on obtient 7. Sur la ligne est maintenant écrit 672.

(3) Le deuxième chiffre à considérer est un 7. On se reporte à la règle « *Huit sept font 86* » : on remplace comme précédemment 7 par 86 dans les colonnes adéquates puis on ajoute 6 à 2, ce qui donne 8. Sur la ligne est maintenant écrit 688.

(4) Le troisième chiffre à considérer est un 8. On se reporte à la règle « *Huit rencontrés font 10 au-dessus* » : on ajoute une dizaine de cette entité (qui est ici une unité) au quotient.

(5) Le résultat est donné : 69.

2.4 Division de 3 072 par 8 (sans découpage)

Pour s'entraîner…

3	0	7	2
3	6	7	2
3	7	11	2
3	8	3	2
3	8	3	8
3	8	4	

Le résultat est 384.

Bibliographie

(Sont cités pour le lecteur les textes et ouvrages en langues occidentales)

GRANET, M., *La civilisation chinoise*, Coll. « L'évolution de l'humanité », Albin Michel, 1968

LIBBRECHT, U., *The Chinese Ta-yen Rule : a Comparative Study, Orientalia Lovaniensa* (Louvain), 1972

LIU, D.,*Nombres et outils de calcul et expressions mathématiques en Chine ancienne*, in *L'Océan Indien au carrefour des mathématiques arabes, chinoises, européennes et indiennes*, Actes du Colloque, 3-7 novembre 1997, I.U.F.M. de La Réunion, pp 161-177, 1998

MARTZLOFF, J.-Cl., *Histoire des mathématiques chinoises*, Masson, 1983

MARTZLOFF, J.-Cl., *A History of Chinese Mathematics*, Springer, 1997

MIKAMI, Y., *The developpment of mathematics in China and Japan*, Chelsea Publishry Compagny New York, 1913

NEEDHAM, J., *La science chinoise et l'Occident*, Ed. du Seuil, 1973

SCHRIMPF, R.,*La collection mathématique Souan King Che Chou, Contribution à l'histoire des mathématiques chinoises des origines au VIIe siècle de notre ère,*Thèse, Rennes, 1963

YABUUTI, K., *Une histoire des mathématiques chinoises*, Belin Sciences, 2000

YAMASAKI, Y., *History of instrumental Multiplication and Division in China – from the Reckoning-blocks to the Abacus*

Ce document a été écrit à partir de la brochure *Promenades mathématiques en Chine Ancienne*, écrite par Arnaud GAZAGNES et publiée par l'IREM de Reims en 2005 (ISBN : 2-910076-12-1).