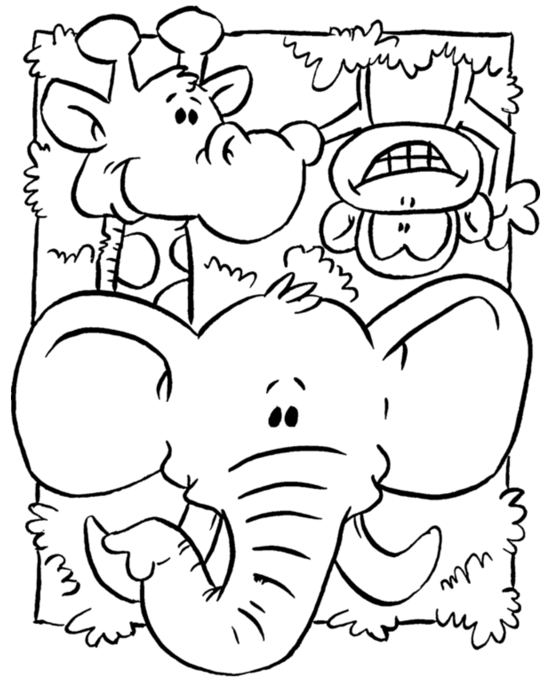
830 énigmes. . .

. . . de *Â*ne à *Z*èbre



Florilège d'énigmes proposées par-ci par-là

Arnaud Gazagnes

IREM de Lyon

« Théorème du papillon », « courbe de poursuite du chien », « escargot de Pythagore », « selle de singe », « courbe du dragon », . . . : de nombreux résultats portent le nom d'un animal.
De plus, j'ai remarqué que, lorsque des défis étaient proposés à mes élèves (dans des rallyes, en club mathématique ou dans un travail de classe), ceux-ci avaient montré plus d'intérêt pour un défi où non seulement il y avait un habillage mais aussi où cet habillage comportait des animaux.
C'est pourquoi j'ai commencé à rechercher des énigmes où il était question d'animaux : dans des livres anciens, dans des rallyes, sur l'e-toile, . . .
Cette brochure en propose un florilège, données depuis le cycle 3 jusqu'aux premières années de l'enseignement supérieur.

Certains exercices ont été rhabillés. D'une part, parce qu'ils me plaisaient (!) et que cela m'a permis de les insérer dans ce florilège. D'autre part, parce que, au départ, cela me permettait de mettre une entrée de nom d'animal à chacune des vingt-six lettres de l'alphabet (et justifier le titre de ce document). Dans tous les cas, les sources des énigmes (originales ou non) sont systématiquement indiquées quand elles me sont connues. Il y a aussi quelques exercices de mon crû. Un index des noms d'animaux présents se trouve en fin de document.

De plus, certaines énigmes ont un allié formidable pour la résolution : les TICE. Les calculatrices, les logiciels de géométrie dynamique et les logiciels de calcul formel ont eu de belles heures dans mes classes pour venir à bout de tel ou tel défi (voire d'aller plus loin que ce qui était demandé).

Le premier défi parle d'abeilles (et non pas d'âne, comme le suggère le titre) et le dernier, de zoologie, et non pas de zèbre. Cela signifie que la liste des énigmes ne se veut pas complète (de A à Z) et qu'il y en a encore à découvrir ! À part le fameux « âne rouge », à construire, les énigmes ne demandent que le matériel usuel de l'élève.

Enfin je signale que chacune des 830 énigmes est corrigée. La mise en page (réalisée avec mon binôme LaTeX) est faite pour que la solution ne soit pas juste à côté de l'énoncé, pour ne pas gâcher le plaisir de chercher !

Je ne peux que rappeler le jeu comme pratique pédagogique. Je renvoie le lecteur aux nombreuses publications tant « papier » (celles de l'APMEP, notamment) qu' « en ligne » (celles des IREM, notamment) qui donnent de belles et riches activités.

Jouez bien !

A. Gazagnes

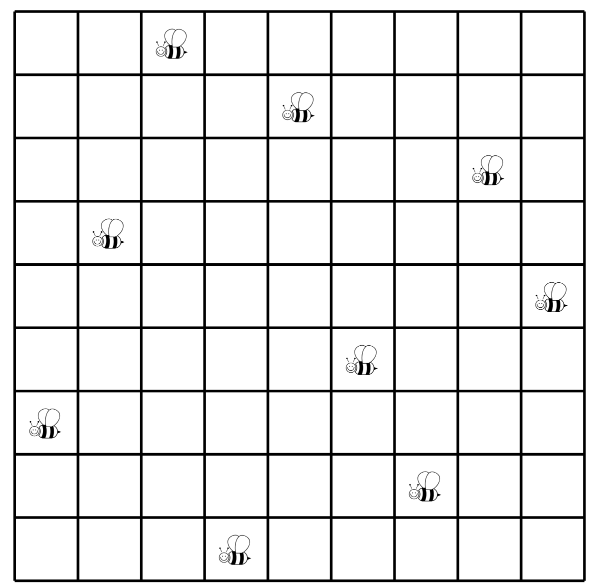
Compilation du 20 juin 2023

1 Abeille (1)

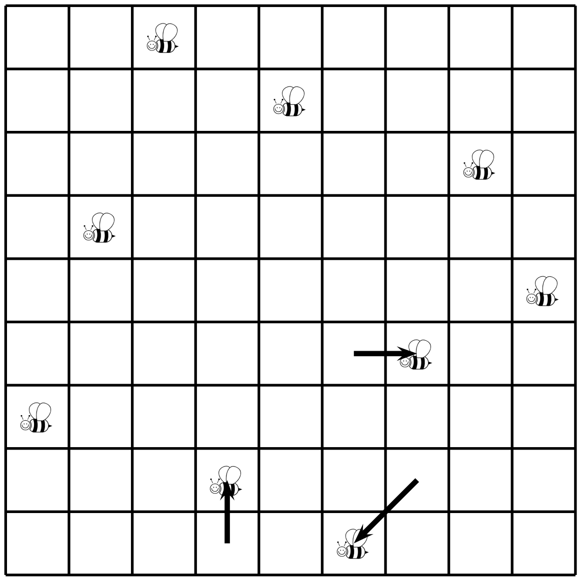
Énigme

Neuf abeilles se sont posées sur un réseau quadrillé.
Le hasard a voulu qu'elles se soient disposées de manière que deux abeilles ne se trouvent jamais sur une même rangée horizontale, verticale ou diagonale.
Au bout de quelques minutes, trois abeilles changent de place et passent dans des cases voisines libres, les six autres abeilles restant immobiles.
Le plus curieux est que, bien que trois abeilles ayant changé de place, toutes les neuf se trouvent encore dans une position telle que deux quelconques d'entre elles ne soient jamais dans une même rangée.

Quelles sont les trois abeilles qui ont bougé, et dans quelles cases se sont-elles déplacées ?



Expériences et problèmes récréatifs, Y. Perelman, Éd. Mir



2 Abeille (2)

Énigme

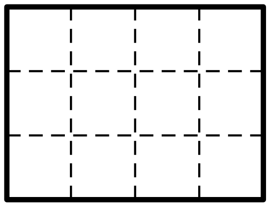
Un apiculteur souhaite placer des ruches dans un domaine rectangulaire de 3 km sur 4 km.
Les abeilles qui peuplent ces ruches sont d'une espèce plutôt guerrière, aussi deux ruches doivent-elles toujours être espacées d'au moins 2 400 m.

Combien l'apiculteur pourra-t-il placer de ruches dans ce domaine, au maximum ?

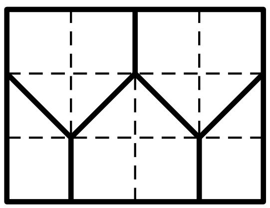
« Les ruches », Énigme publiée dans *Tangente*, n° 50, Janvier-février 2013, d'après *La Recherche*

L'apiculteur peut placer cinq ruches sans difficulté.

Par exemple, une au centre et une à chaque sommet du domaine. La distance entre deux ruches quelconques est alors au moins égale à 2 500 mètres.



Montrons qu'il ne peut pas placer six ruches. Le découpage du domaine représenté ci-dessous possède la propriété suivante : deux points d'une même partie sont au plus éloignés de $\sqrt{5}$ km. Or il n'y a que cinq parties, d'où l'impossibilité de placer six ruches.

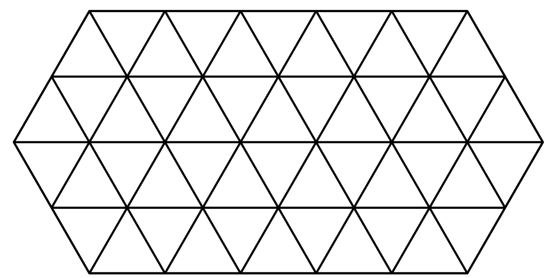


3 Abeille (3)

Énigme

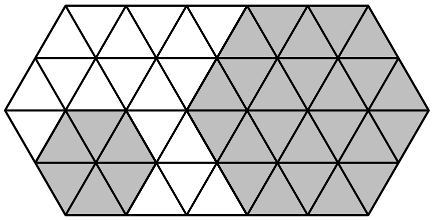
En pensant aux abeilles et à leur ruche, Mathias a tracé 48 petits triangles et a formé la figure ci-dessous.
Il veut compter les hexagones réguliers, c'est-à-dire ceux dont les côtés ont même longueur.

Combien y a-t-il d'hexagones réguliers de toute grandeur dans cette figure ?



« Ruche de Mathias », `http://recreomath.qc.ca/`

On compte 16 hexagones ayant un segment par côté et 4 hexagones ayant deux segments par côté.



Au total, il y a 20 hexagones réguliers de toute grandeur.

4 Abeille (4)

Énigme

Chaque lettre vaut un certain nombre de points et la valeur d'un mot est obtenue en faisant la somme des valeurs des lettres qui le forment.
Le mot BALLE vaut 22 points.
Le mot BILLE vaut 25 points.
Le mot BILE vaut 22 points.
Le mot ABEILLE vaut 34 points.

Sauras-tu trouver la valeur du mot AILEE ?

« Les mots cryptés »,
Défi déposé sur le site de Jean-Louis Sigrist en 2006

Entre les mots BALLE et BILLE, une seule lettre diffère.
On déduit que la valeur de la lettre I vaut 3 points de plus que la lettre A.

La comparaison des mots BILLE et BILE permet de dire que la lettre L vaut 3 points.

ABEILLE est un mot composé des lettres du mot BILLE et des lettres A et E.
Donc la somme des valeurs des lettres A et E vaut $34 - 25$ soit 9 points.

ABEILLE est un mot composé des lettres du mot BALLE et des lettres E et I.
Donc la somme des valeurs des lettres E et I vaut $34 - 22$ soit 12 points.

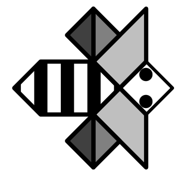
La valeur du mot AILEE est la somme des valeurs des lettres A, I, L, E et E, soit encore la somme des valeurs des lettres A et E, celle des lettres E et I et celle de la lettre L.
Cette valeur est égale à $9 + 12 + 3 = 24$ points.

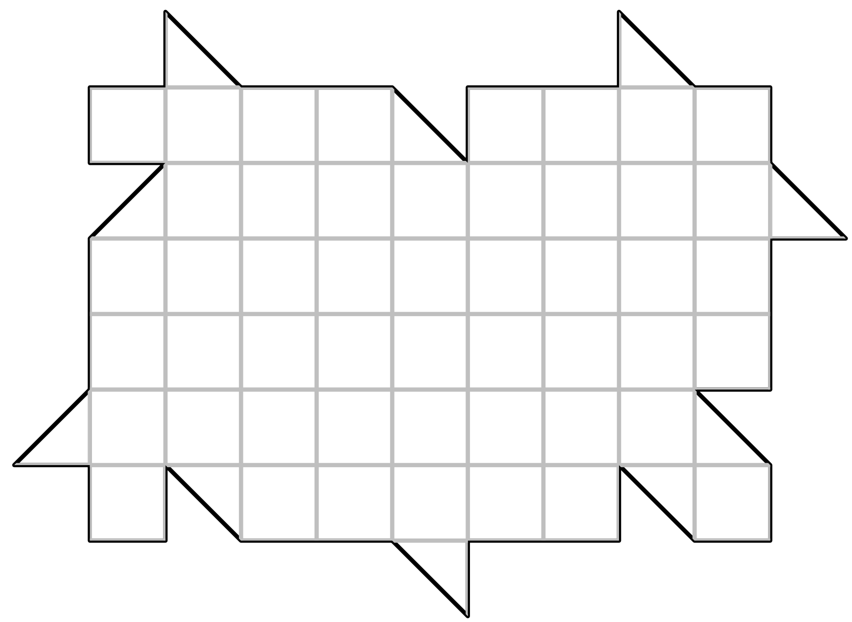
5 Abeille (5)

Énigme

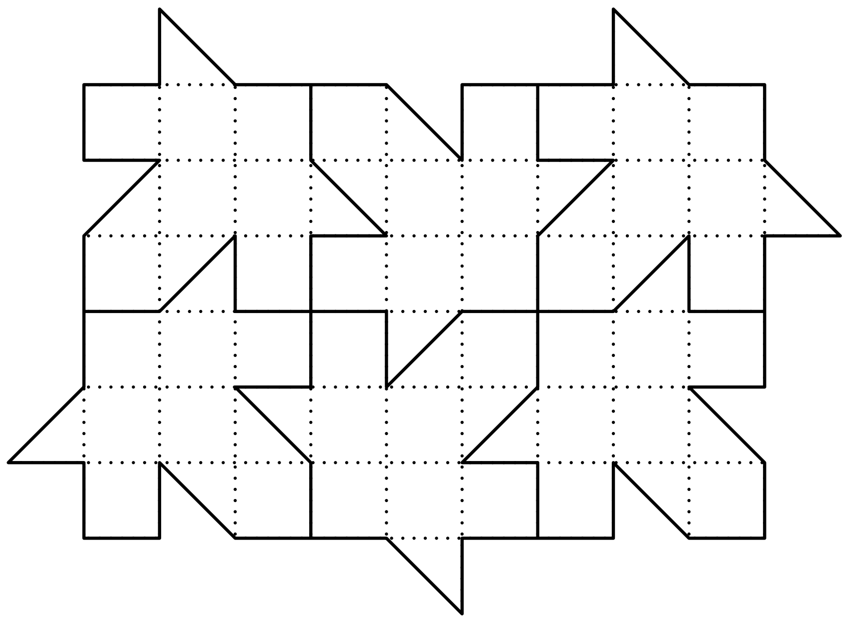
L'abeille Maya, représentée ci-dessous, et ses cinq soeurs, qui ont une forme identique, peuvent recouvrir entièrement la forme ci-contre, sans chevauchement.

Dessinez le contour des six abeilles.





« Maya et ses sœurs », 9$^{\text{ème}}$ Championnat International des Jeux Mathématiques et Logiques, 1/4 de finale individuels, Catégorie CM

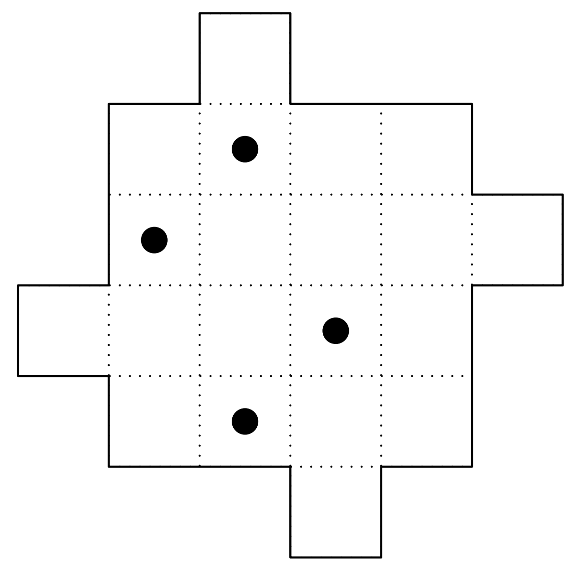


6 Abeille (6)

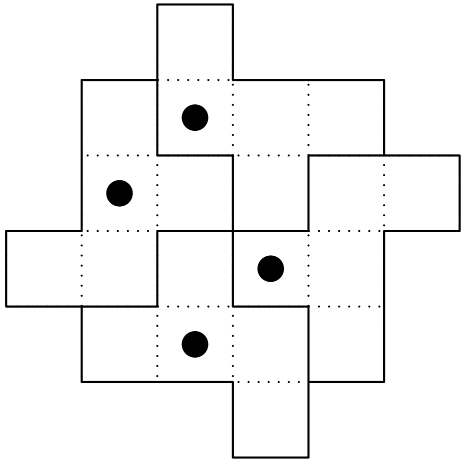
Énigme

Sébastien est un apiculteur qui possède sur l'ensemble de ses terres quatre ruchers.
À l'heure de la retraite, il veut offrir à ses quatre petits-enfants une parcelle de sa propriété.
Mais il souhaite que les quatre parcelles aient la même forme et la même aire, et aient toutes les quatre un rucher, pour que les quatre petits-enfants puissent continuer l'apiculture.

Aide-le à faire son partage.



« Abeille », *Énigmes de Âne à Zèbre*, A. Gazagnes, IREM de Lyon, 2017



7 Abeille (7)

Énigme

Dans une ruche, six abeilles (notées A, B, C, D, E, F) sont placées côte à côte, chacune dans son alvéole (schéma 1).
Elles déménagent dans les alvéoles du schéma 2.
Chaque abeille n'aura que des nouvelles voisines (deux abeilles sont voisines si leurs alvéoles ont un côté en commun).

Placer les lettres A à F dans le schéma 2 pour qu'il en soit ainsi.

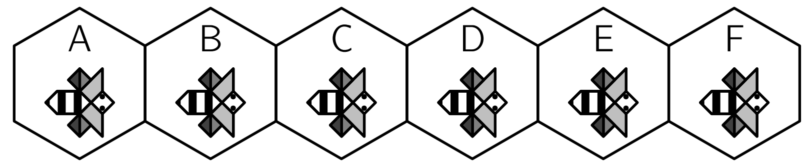


Schéma 1

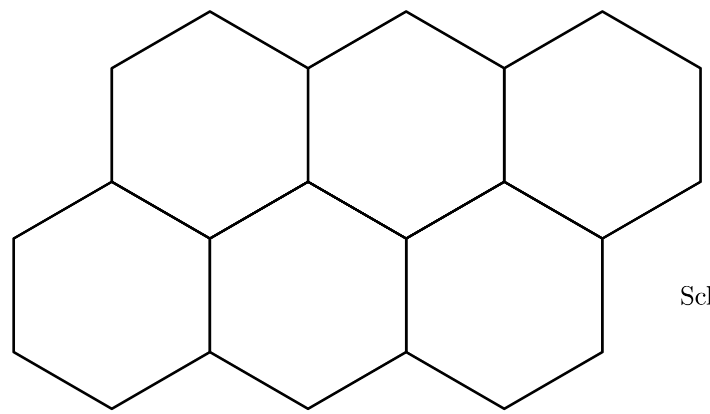
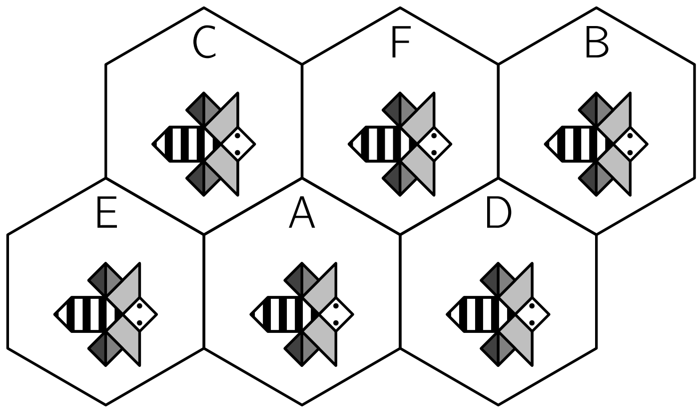
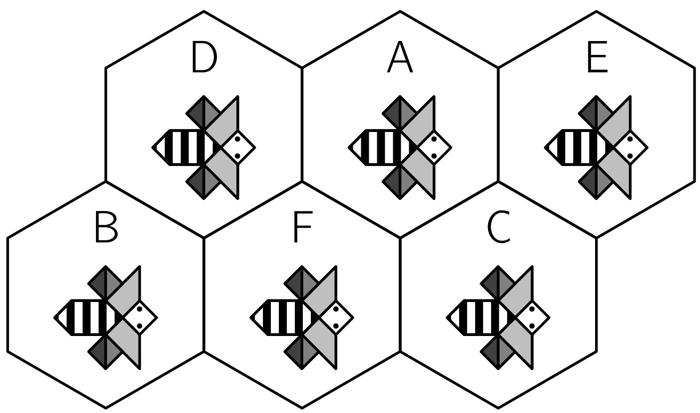


Schéma 2

« Déménagement chez les abeilles », Rallye mathématique de l'académie de Lyon, 2015

Deux solutions :



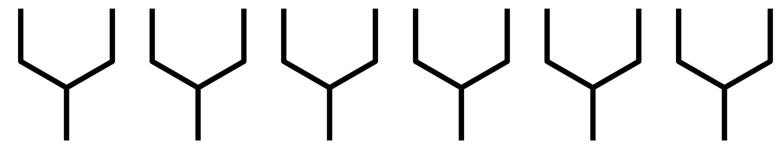


8 Abeille (8)

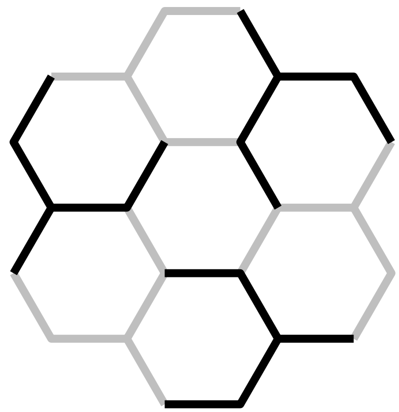
Énigme

Les six éléments ci-dessous sont strictement identiques.

Comment les assembler de manière à reconstituer sept cellules hexagonales d'un rayon de ruche ?



« La ruche », *Jeux & stratégie*, n° 18, Décembre 1982 - Janvier 1983



9 Abeille (9)

Énigme

Le cinquième d'un essaim d'abeilles se dirige vers un massif de rose, un tiers vers les lilas et un nombre égal à trois fois la différence de ces deux nombres s'envole vers un charmille.
Une abeille se détache du groupe, attirée par les lys et les rhododendrons.

Quel était le nombre total d'abeilles ?

On désigne par a le nombre d'abeilles.

L'énoncé se traduit par l'équation $\frac{1}{5}\,a + \frac{1}{3}\,a + 3\,\left(\frac{1}{3}\,a - \frac{1}{5}\,a\right) + 1 = a$.
Cela équivaut (en multipliant les deux membres par PPCM(3, 5) $= 15$) à :

$3\,a + 5\,a + 3\,(5\,a - 3\,a) + 15 = 15\,a$

Cela équivaut à $14\,a + 15 = 15\,a$

Cela équivaut à $a = 15$.

Le nombre d'abeilles est donc égal à 15.

10 Abeille (10)

Énigme

D'un essaim d'abeilles la racine carrée de la moitié
s'est envolé dans un buisson de jasmin.
Sont restés en arrière les huit-neuvièmes de l'essaim,
Et, une abeille femelle vole autour d'un mâle qui bourdonne dans une fleur de lotus.
Durant la nuit, attiré par la douce odeur de la fleur, il s'est introduit en elle.
Et maintenant il est piégé.
Dis-moi, ravissante dame, quel est le nombre d'abeilles.

Bhaskaracharya (ou Bhaskara II), est un mathématicien indien du douzième siècle. Il écrivait ses problèmes mathématiques en vers. Le défi proposé provient du chapitre arithmétique appelé *Lilivati* (en référence au nom de sa fille) de son ouvrage *Siddhanta Siroman* écrit en 1150.

Désignons par a le nombre d'abeilles dans l'essaim ($a > 0$ et a entier).

L'énoncé se traduit par $\sqrt{\frac{1}{2}\,a} + \frac{8}{9}\,a + 2 = a$.

Cela équivaut à $\sqrt{\frac{1}{2}\,a} = x - \frac{8}{9}\,a - 2$.

Cela équivaut à $\sqrt{\frac{1}{2}\,a} = \frac{1}{9}\,a - 2$.

On élève au carré, pour éliminer le radical.

L'équation équivaut à $\frac{1}{2}\,a = \left(\frac{1}{9}\,a - 2\right)^2$.

Cela équivaut à $\frac{1}{2}\,a = \frac{1}{81}\,a^2 - \frac{4}{9}\,a - \frac{1}{2}\,a + 4 = 0$.

Cela équivaut à $\frac{1}{81}\,a^2 - \frac{17}{18}\,a + 4 = 0$.

Cela équivaut (en multipliant les deux membres par 162) à
$2\,a^2 - 153\,a + 648 = 0$.

Le déterminant de cette équation du second degré est
$\Delta = (-153)^2 - 4 \times 2 \times 648 = 18\,225$.

L'équation admet deux racines,
$a_1 = \dfrac{-(-153) - \sqrt{18\,225}}{2 \times 2} = 4,5$ et $a_2 = \dfrac{-(-153) + \sqrt{18\,225}}{2 \times 2} = 72$.

La solution devant être entière, on ne garde que a_2.

Il y avait soixante-douze abeilles.

Remarque. Ces notations et cette méthode sont bien évidemment anachroniques.

11 Abeille (11)

Énigme

Pour faire 1 gramme de miel une abeille doit butiner 7 500 fleurs.
Elle arrive à butiner 250 fleurs à l'heure.

Combien de temps de butinage (environ) faudrait-il à une abeille pour avoir de quoi faire 1 kg de miel ?

A) 3 h
B) moins de 2 jours
C) moins de 2 semaines
D) 125 jours
E) plus de 3 ans

Kangourou des mathématiques, 2015, « Kangourou de midi », n° 4

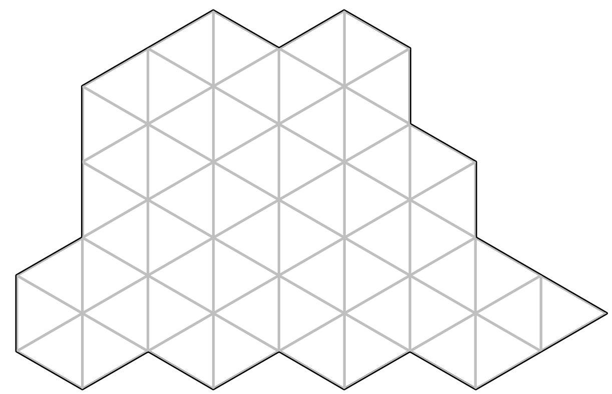
Réponse **E**

1 kg = 1 000 g qui s'obtiennent en butinant 7 500 000 fleurs.
Il faudrait donc 7 500 000/250 heures soit 30 000 heures.
Le nombre d'heures par an est 24×365 soit 8 760.
Et 30 000 heures, c'est plus de 3 ans (environ 3 ans et 5 mois).

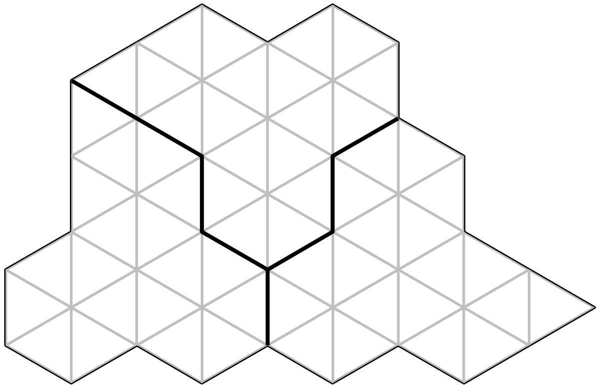
12 Abeille (12)

Énigme

Pour son anniversaire, Mimi l'abeille a invité deux amis qui lui ont apporté un superbe gâteau au miel.
Comment peuvent-ils s'y prendre pour découper le gâteau en trois parts de même forme et de même aire ?
Note : à cause du miel, il n'est pas possible de retourner un morceau !



« 4. Le gâteau au miel de l'abeille Mimi », *Concours Bombyx*, Quarts de finale, CM2, 2007

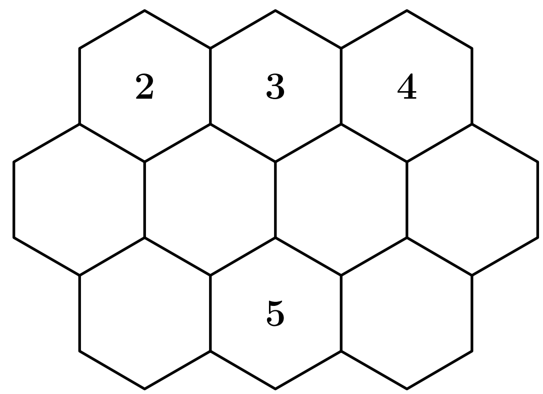


13 Abeille (13)

Énigme

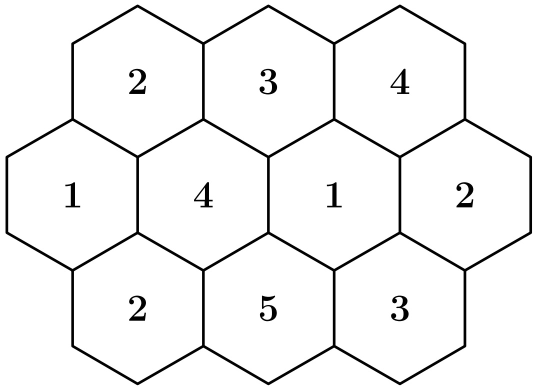
Chaque alvéole d'abeilles contient un nombre entier (non nul) de grammes de miel.
Chaque nombre devra être égal au plus petit nombre qui n'est écrit dans aucune des alvéoles voisines (trois, quatre ou six selon les cas).
Quatre alvéoles d'abeilles sont déjà remplies.

Au total, combien de grammes de miel les dix alvéoles contiendront-elles ?



« 4. Les alvéoles d'abeilles », 29$^{\text{ème}}$ Championnat des jeux mathématiques et logiques, Finale, Jour 2, 2015

Une seule solution possible :



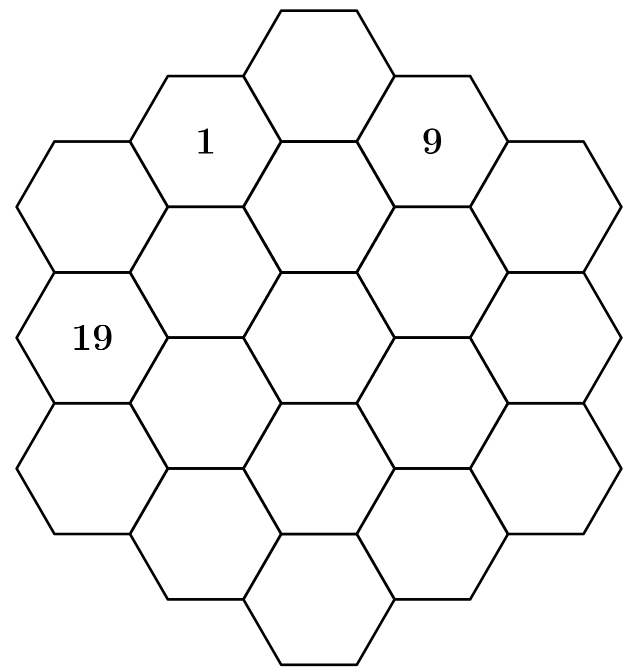
Il y a un total d 27 grammes.

14 Abeille (14)

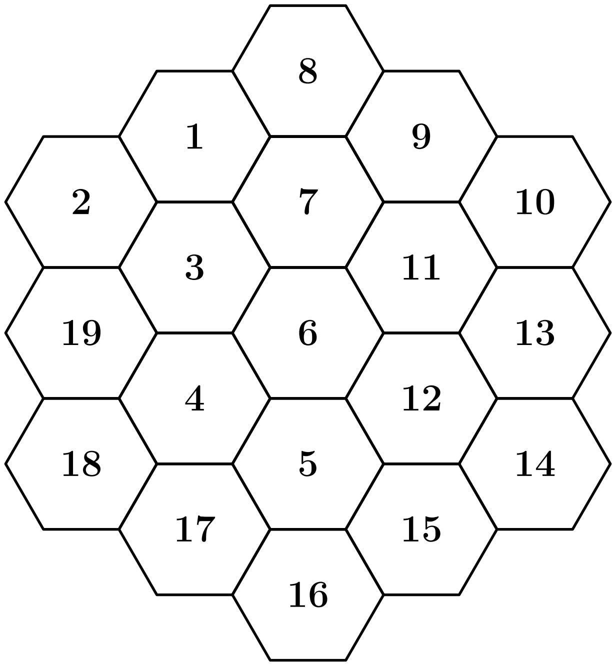
Énigme

Les nombres de 1 à 19 doivent être écrits dans la ruche de Maya, l'abeille bien connue, un par case hexagonale.
Deux nombres consécutifs doivent être écrits dans deux cases partageant un côté.
Trois nombres sont déjà écrits.

Écrivez 13 dans une case de sorte qu'il y ait exactement une façon décrire les quinze nombres restants.



« 8. Maya fait son numéro », 33ème Championnat des jeux mathématiques et logiques, Finale, Jour 2, 2019



15 Abeille (15)

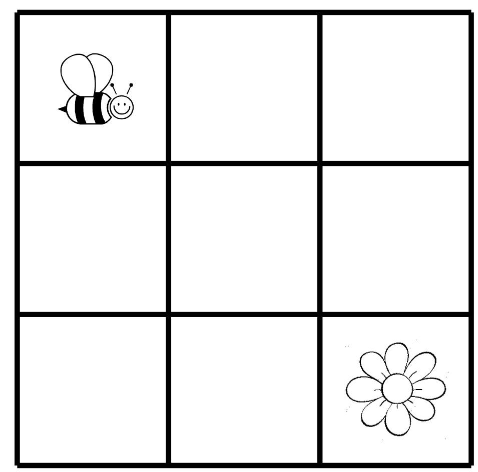
Énigme

Les flèches indiquent la direction à prendre pour passer d'une case à l'autre.

Laquelle de ces suites de flèches permettra à l'abeille de rejoindre la fleur ?

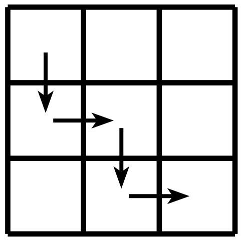
A) $\rightarrow \downarrow \downarrow \downarrow$ B) $\downarrow \downarrow \rightarrow \downarrow$ C) $\downarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$

D) $\downarrow \rightarrow \downarrow \rightarrow$ E) $\rightarrow \rightarrow \downarrow \rightarrow$



Kangourou des mathématiques, Série E, 2022, n° 2

Réponse **D**



16 Agneau

Énigme

À l'école des animaux, la classe de M. Hibou se compose de 3 chatons, 4 canetons, 2 poussins et quelques agneaux.
M. Hibou a compté les pattes de tous ses élèves : il y en a 44 au total.

Combien d'agneaux sont élèves de cette classe ?
A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

Kangourou des mathématiques, 2012, Sujet E, n° 13

Réponse **B**

Un chaton a trois pattes, un caneton a deux pattes et un poussin a deux pattes.
Donc les trois chatons, les quatre canetons et les deux poussins ont ensemble un nombre de pattes égal à $2 \times 4 + 4 \times 4 + 2 \times 2$, soit 20 pattes.
Il reste $44 - 20$ pattes pour tous les agneaux.
Comme un agneau a quatre pattes, le nombre d'agneaux est égal à $24 \div 4 = 6$.

17 Aigle

Énigme

Avec les plumes d'un aigle, on peut remplir un édredon de 70 m3, avec les plumes d'une oie un oreiller de 30 litres et avec celles d'un canari un petit coussin de 2 cm3.

Si on mélange les plumes de 3 aigles, de 6 oies et de 25 canaris, quel sera, en dm^3, le volume de la couette obtenue ?

« Ma couette en plumes », *Arithmétique appliquée et pertinente*, Jean-Louis Fournier, Éditions Payot & Rivages, 1993

Volume des plumes des 3 aigles :
$70 \times 3 = 210$ dm^3

Volume des plumes des 6 oies :
$30 \times 6 = 180$ litres $= 180$ dm^3

Volume des plumes des 25 canaris :
$2 \times 25 = 50$ cm$^3 = 0,05$ dm^3

Soit au total : 390,05 dm^3

18 Alfred

Énigme

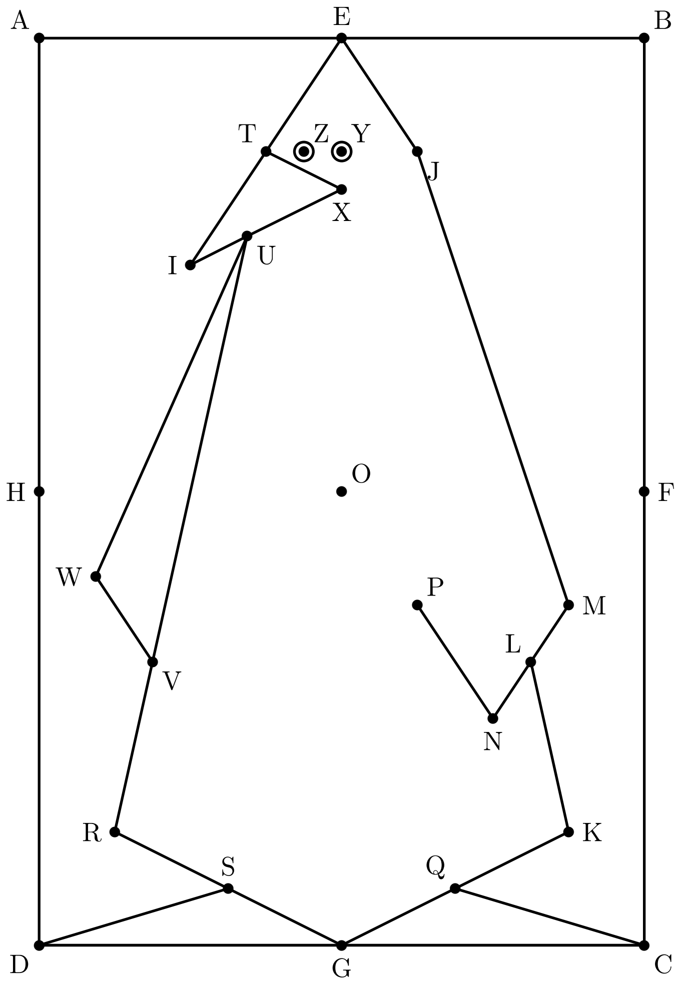
Marcel et Alfred sont prêts pour le départ du 200 m nage libre…
Lequel des deux va gagner ?
Qui est Alfred ?
Tu le sauras en exécutant les instructions ci-dessous.

ABCD est un rectangle.
AB = 8 cm. AD = 12 cm.
Au crayon à papier fin, et sans appuyer, place les points :

- E, milieu de [AB] ,
  F, milieu de [BC] ,
  G, milieu de [CD] ,
  H, milieu de [DA] ,
  O, milieu de [AC] ,
  I, milieu de [AO] ;
- J, K, M, P et R où
  J est au quart de [EF] en partant de E,
  K est au quart de [CO] en partant de C,
  M est au quart de [FG] en partant de F,
  P est au quart de [OC] en partant de O,
  R est au quart de [DO] en partant de D ;
- N, milieu de [OC],
  L, milieu de [NM],
  Q, milieu de [GK],
  S, milieu de [GR],
  T, milieu de [EI],
  Y, milieu de [TJ],
  Z, milieu de [TY] ;
- U, intersection de (IJ) et de (TR),
  V, intersection de (HG) et de (RU),
  W, milieu de [HV],
  X, intersection de (IB) et (EO) .

Au feutre noir épais, trace les chemins TEJMLNP, LKGRU, UITXUWV et QCDS puis marque deux gros points Y et Z.
Laisse sécher… et gomme le crayon !

« Dessin mystère », *Spécial milieux*, Géraud Chaumeil, Revue Hypercube, n° 61

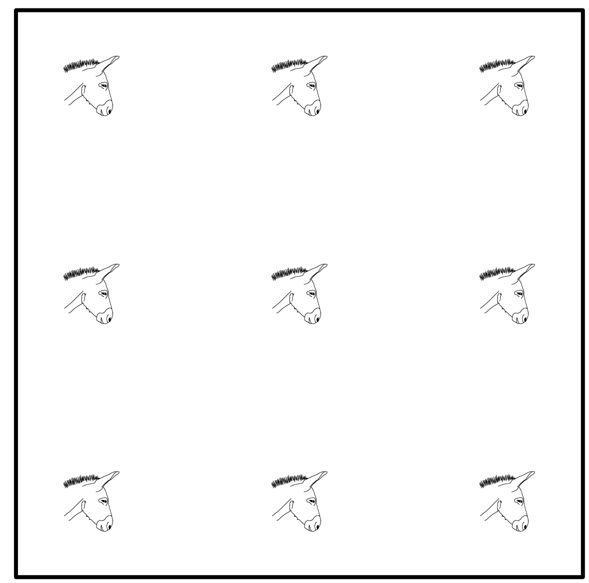


19 Âne (1)

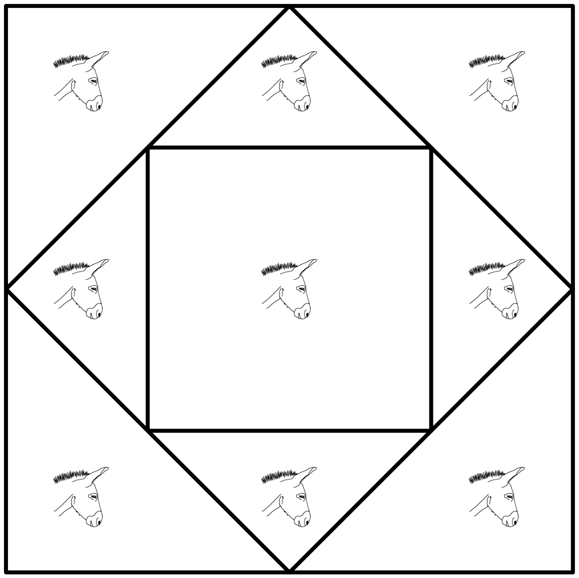
Énigme

Neuf ânes sont dans un enclos carré.
Les neuf ânes sont malades. Il faut les séparer.

Trace deux carrés pour que chaque âne soit isolé des deux autres.



« Neuf ânes », Rallye mathématique de Loire-Atlantique, 1996

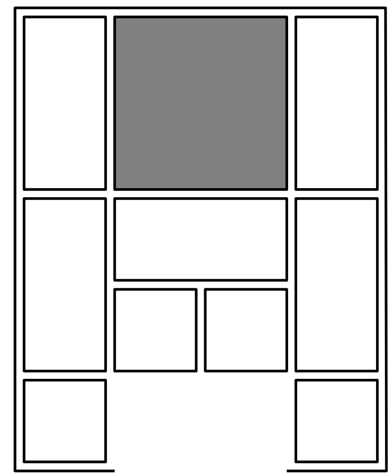


20 Âne (2)

`Un jeu de manipulation à construire !`

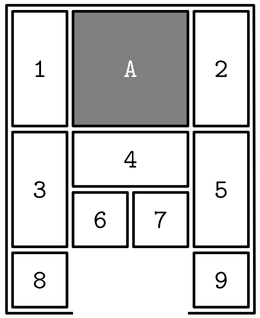
Énigme

L'*Âne rouge* est un puzzle à pièces coulissantes proche du taquin.] Le but du jeu est d'amener l'âne, représenté par le grand carré grisé, en bas du plateau par glissements successifs des éléments.



Ce jeu serait d'origine thaïlandaise. À la suite du succès du taquin de Sam Loyd (le *15 Puzzle*) en 1881, le puzzle *Dad's puzzler* introduit les rectangles 1×2 (L. W. Hardy a enregistré aux États-Unis en 1909 et 1912 deux variantes enregistrées par copyright). Ensuite, J.H. Fleming a déposé un copyright en 1934 pour ce jeu qui est connu un peu partout à cette époque sous différents noms, tel *Klotski* (« bloc de bois », en polonais). Aujourd'hui, ce jeu se retrouve sous une grande quantité de noms. Les variantes les plus connues et les plus proches de ce jeu sont *Century*, *SuperCompo* et *Quzzle*.

La solution optimale compte 81 coups. Martin Gardner a été le premier à publier une solution dans le magazine *Scientific American*, en février 1964.



1. 9 ←
2. 5 ↓
3. 4 →
4. 6 ↓
5. 3 →
6. 8 ↑
7. 6 ←
8. 3 ↓
9. 4 ← ←
10. 7 ↑ →
11. 9 ↑ ↑
12. 3 →
13. 8 → ↓
14. 4 ↓
15. 9 ← ←
16. 7 ← ←
17. 3 ↑
18. 5 ↑
19. 8 → →
20. 6 → →
21. 4 ↓
22. 7 ↓ ←
23. 3 ←
24. 5 ←
25. 2 ↓
26. A →
27. 1 →
28. 9 ↑ ↑
29. 7 ↑ ↑
30. 3 ←
31. 1 ↓ ↓
32. A ←
33. 8 ↑ ↑
34. 5 →
35. 6 ↑ ↑
36. 8 ← ↑
37. 4 → →
38. 3 ↓
39. 1 ↓
40. 6 ← ←
41. A ↓
42. 9 → →
43. 7 ↑ →
44. 6 ↑ ↑
45. 3 ↑ ↑
46. 1 ←
47. 8 ← ↓
48. A ↓
49. 9 ↓ ←
50. 2 ←
51. 5 ↑ ↑
52. A →
53. 9 ↓ ↓
54. 7 ↓
55. 6 →
56. 3 ↑
57. 1 ↑
58. 8 ←
59. 9 ↓
60. A ←
61. 5 ↓ ↓
62. 2 →
63. 7 →
64. 6 →
65. 3 →
66. 8 ↑ ↑
67. A ←
68. 7 ↓ ↓
69. 6 ↓ ↓
70. 2 ←
71. 5 ↑ ↑
72. 7 → ↑
73. 4 ↑
74. 9 → →
75. 8 → →
76. A ↓
77. 6 ← ←
78. 7 ← ←
79. 4 ↑
80. 8 ↑ →
81. A → ↓

21 Âne (3)

Énigme

Un âne aux oreilles de lapin part de la case 1.
Il se déplace alternativement en deux temps : obliquement en sautant une case puis il atteint une case voisine horizontalement ou verticalement.
Les quatre premières cases atteintes sont numérotées.

Trouver un chemin suivi par l'âne s'il passe par toutes les cases jusqu'à la case 16.

1			
16		3	
		2	
4			

« Oreilles de lapin », http://recreomath.qc.ca/

Un chemin possible :

1	12	6	7
16	13	3	10
5	8	2	11
4	9	15	14

22 Âne (4)

Énigme

Un paysan veut se rendre au marché avec ses trois ânes, Fari, Nio et Tonda, pour vendre sa récolte.
Il doit charger neufs sacs sur ses ânes : un sac de 1 fg, un sac de 2 kg, un sac de 3 kg, . . . , un sac de 8 kg et un sac de 9 kg.
Fari porte le sac de 1 kg, Nino porte le sac de 2 kg et Tonda porte le sac de 3 kg.
Chaque âne transporte le même nombre de sacs et la même masse.

Donne la répartition des sacs entre les ânes.

« À dos d'âne », Rallye mathématique sans frontière, CM2-6$^{\text{ème}}$, 2010

La masse totale est $1 + 2 + 3 + \cdots + 8 + 9 = 45$ kg.

Chaque âne va en transporter le tiers, soit 15 kg.

Fari porte déjà un sac de 1 kg. Il lui reste donc à porter dans les deux autres sacs $15 - 1 = 14$ kg.
De même, Nino doit porter 13 kg dans 2 sacs et Tonda doit porter 12 kg dans 2 sacs.

On a de plus les décompositions suivantes :
$14 = 5 + 9 = 6 + 8$,
$13 = 4 + 9 = 5 + 8 = 6 + 7$
et $12 = 3 + 9 = 4 + 8 = 5 + 7$

Premier cas : Fari a le sac de 5 kg et le sac de 9 kg.
Il reste donc à Nino une seule possibilité, le sac de 6 kg et le sac de 7 kg.
Il reste donc à Tonda une seule possibilité, le sac de 4 kg et le sac de 8 kg.

Second cas : Fari a le sac de 6 kg et le sac de 8 kg.
Il reste donc à Nino une seule possibilité, le sac de 4 kg et le sac de 9 kg.
Il reste donc à Tonda une seule possibilité, le sac de 5 kg et le sac de 7 kg.

Le problème a deux solutions :

Fari	5 kg et 9 kg	Fari	6 kg et 8 kg
Nino	6 kg et 7 kg	Nino	4 kg et 9 kg
Tonda	4 kg et 8 kg	Tonda	5 kg et 7 kg

23 Animalerie (1)

Énigme

Albert, Benoit et Cindy vont à l'animalerie avec leurs parents.
Arrivés sur place, les jeunes tombent sous le charme de trois mêmes chiens et de deux chats.
Leurs parents ont une idée ; ils décident d'acheter en cadeau surprise à chacun des enfants un animal parmi les cinq.
Toutefois, Albert et Benoit sont très curieux et ils désirent savoir s'ils auront un chien ou un chat.
Leurs parents désirent satisfaire un peu leur curiosité en dévoilant l'espèce des animaux des deux autres enfants.
Albert apprend donc à Benoit et Cindy qu'il connaît l'espèce de leurs deux animaux, mais qu'il n'est pas capable de savoir avec cette information ce qu'il aura.
Un peu plus tard, Benoit apprend à ses deux camarades que lui aussi connaît l'espèce de leurs animaux, mais que, même en sachant ce qu'Albert vient tout juste de dire, il ne connaît pas l'espèce de son animal.
Cindy réfléchit.
Grâce à ce que ses amis viennent tout juste de dire, elle est certaine de savoir si elle aura un chien ou un chat.

Quel animal Cindy recevra-t-elle en cadeau ?
Comment peut-elle en être certaine ?

« Chat ou chien ? », www.semainedesmaths.ulaval.ca

La première affirmation est celle d'Albert :
Albert apprend à Benoit et à Cindy qu'il connaît l'espèce de leurs deux animaux, mais qu'il n'est pas capable de savoir, avec cette information, ce qu'il recevra.

Comme il y a une possibilité de 3 chiens et de 2 chats, la seule manière qu'Albert puisse deviner avec certitude l'espèce qu'il recevra est que ses camarades reçoivent deux chats.

Comme il n'a pas pu le deviner, c'est que forcément Benoit et Cindy ne recevront pas chacun un chat. Autrement dit, nous sommes certains qu'au moins une personne parmi Benoit et Cindy recevra un chien. Ainsi, trois cas peuvent survenir :

	Benoit	Cindy
Possibilité 1	Chien	Chat
Possibilité 2	Chat	Chien
Possibilité 3	Chien	Chien

On remarque dans ces possibilités que, si Cindy reçoit un chat, alors Benoit est certain de recevoir un chien (seulement possibilité 1). Toutefois, si Cindy reçoit un chien, Benoit n'est pas certain de savoir ce qu'il recevra (possibilité 2 ou possibilité 3).

Cependant, l'affirmation de Benoit est la suivante :
Benoit apprend à ses deux camarades que, lui aussi, il connaît l'espèce de leurs animaux, mais même en sachant ce qu'Albert vient tout juste de dire, il ne connaît pas l'espèce de son animal.

Tel que mentionné précédemment, nous savons que, dans le cas où Benoit n'est pas certain de savoir ce qu'il recevra, Cindy reçoit un chien (possibilité 2 ou possibilité 3).

En somme, avec les informations de ses deux camarades, Cindy est certaine de recevoir un chien.

24 Animalerie (2)

Énigme

Combien puis-je avoir d'animaux sachant que tous sauf 4 sont des chats, tous sauf 4 sont des ânes et tous sauf 4 sont des coqs ?
A) 0 ou 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5 ou 6

Kangourou des mathématiques, 2012, « Kangourou de midi », n° 7

Réponse **E**

Il peut y avoir 2 animaux de chacune de ces trois sortes. Ce qui en fait 6.

Mais avec la présence d'une quatrième sorte d'animal, par exemple le cheval, il pourrait y avoir 1 chat, 1 âne, 1 coq et 2 chevaux, ce qui ferait un total de 5.

D'où la réponse « 5 ou 6 ».

25 Animalerie (3)

Énigme

Émilie n'a que deux paires de gants chirurgicaux et doit opérer trois animaux.
La face d'un gant ayant touché un animal ne doit plus toucher Émilie ni un autre animal.

Peut-elle opérer les trois animaux dans ces conditions ?

« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du mercredi 25 janvier, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Il est possible d'effectuer les trois opérations avec deux paires de gants en suivant la procédure suivante.

Émilie enfile la première paire de gants pour la première opération.

Elle enlève cette paire et enfile la seconde pour la deuxième opération.

Pour la troisième, elle retourne la première paire et l'enfile par-dessus la seconde, de sorte que les faces contaminées soient l'une contre l'autre.

26 Animaux de laboratoire

Énigme

Une race d'animaux expérimentés en laboratoire a les caractéristiques suivantes : chaque couple a la particularité de n'engendrer que des couples ; ces couples ne vivent que 11 mois, mais engendrent un couple à l'âge de 5 mois et un nouveau couple à 8 mois.
Au départ, il y a quelques années, on isola le couple formé d'Adam et d'Ève qui venaient de naître.
Il y a quelques jours, les naissances ont pour la première fois excédé 100 couples en même temps.

Quelle est la taille de la population aujourd'hui ?

« Les animaux de laboratoire », 3$^{\text{ème}}$ Championnat International de Jeux Mathématiques et Logiques (1989)

Appelons A_n le nombre de naissances du mois n depuis la Création (Adam et Ève).

Les naissances obéissent à la relation :

$$A_n = A_{n-5} + A_{n-8}$$

On construit la suite des A_n en commençant à A_0.

1,	0,	0,	0,	0,	1,	0,	0,	1,	0
1,	0,	0,	0,	1,	1,	0,	3,	0,	1
3,	0,	4,	1,	1,	6,	0,	5,	4,	1
10,	1,	6,	10,	1,	15,	5,	7,	20,	2
21,	15,	8,	35,	7,	28,	**35**,	**10**,	**56**,	**22**
36,	**70**,	**17**,	**84**,	**57**,	**46**,	**126**			

Le total des naissances des 11 derniers mois (en gras) est 559. Les animaux nés avant sont morts.

27 Animots (1)

Énigme

Mathias doit deviner le nom d'un animal.

C	H	A	T	S	0	2
L	I	O	N	S	1	0
T	I	G	R	E	2	0
P	A	O	N	S	0	0
B	O	E	U	F	1	1
C	H	I	E	N	0	4

Il a proposé à Mathilde les noms d'animaux ci-dessus, et, à chaque fois, elle lui a répondu en donnant, dans cet ordre, le nombre de lettres justes et bien placées, et le nombre de lettres justes mais mal placées. Ainsi, pour CHATS, il n'y a aucune lettre juste et bien placée, et il y a deux lettres justes mais mal placées.

Quel est le nom de l'animal à deviner ?

« Entre chats et chiens », 13$^{\text{ème}}$ Championnat International des Jeux Mathématiques et Logiques, 1999

La donnée « PAONS 0 0 » indique que le nom de l'animal ne contient pas les lettres A, N, O, P et S.

La donnée « CHIEN 0 4 » indique que le nom de l'animal contient les lettres E, C, H et I (on sait qu'il n'y pas la lettre N) dans un certain ordre.

La donnée « TIGRE 2 0 » et le résultat précédent indiquent que les deux lettres I et E sont bien placées et que le nom de l'animal ne contient pas les lettres G, R et T.

Le nom de l'animal s'écrit alors sous la forme * I * * E.

La donnée « LIONS 1 0 » et les deux premiers résultats indiquent que le nom de l'animal ne contient pas la lettre L.

D'après la première donnée, la lettre C n'est pas en première place.

- Supposons que la lettre C soit en troisième position : le nom de l'animal s'écrit alors sous la forme * I C * E.
  - Supposons que la lettre H soit en première position : le nom de l'animal s'écrit alors sous la forme H I C * E.
    La donnée « BOEUF 1 1 » donne alors H I C U E (c'est la lettre U qui est bien placée).
    Mais... HICUE n'est pas le nom d'un animal !
  - Supposons que la lettre H soit en quatrième position : le nom de l'animal s'écrit alors sous la forme * I C H E.
    La donnée « BOEUF 1 1 » donne alors B I C H E (c'est la lettre B qui est bien placée).
    Le nom de l'animal cherché est BICHE.
- Supposons que la lettre C soit en quatrième position : le nom de l'animal s'écrit alors sous la forme * I * C E.
  - Supposons que la lettre H soit en première position : le nom de l'animal s'écrit alors sous la forme H I * C E.
    La donnée « BOEUF 1 1 » donne une impossibilité : la lettre manquante serait le E, déjà placé.
  - Supposons que la lettre H soit en troisième position : le nom de l'animal s'écrit alors sous la forme * I H C E.
    La donnée « BOEUF 1 1 » donne alors B I H C E (c'est la lettre B qui est bien placée).
    Mais... B I H C E n'est pas le nom d'un animal !

Il n'y a donc qu'une solution : le nom de l'animal cherché est BICHE.

28 Animots (2)

Énigme

3	T	R	U	I	E
0	L	O	R	I	S
3	C	A	R	P	E
0	C	O	B	R	A

Les quatre mots animaliers superposés ci-dessus vont s'animer pour en fournir un cinquième, de cinq lettres également.
À cet effet, chaque chiffre indique le nombre de lettres du mot de sa ligne, qui appartiennent aussi au cinquième mot et qui sont bien placées.

Trouvez ce cinquième mot.

L'animal à deviner est :

T A U P E

29 Animots (3)

Énigme

Mathias a donné une valeur numérique à chacune des huit lettres suivantes.

1	2	3	4	5	6	7	7
U	C	R	P	L	S	O	B

Trouvez un nom d'animal de quatre lettres dont la somme des chiffres est 17.

« Zoologie amusante », `http://recreomath.qc.ca/`

Les combinaisons de quatre nombres dont la somme est 17 sont données à gauche dans le tableau. Au centre, on a la correspondance avec les lettres et à droite les trois mots formés.

(1, 2, 7, 7)	UCOB	BOUC
(1, 3, 6, 7)	URSO ou URSB	OURS
(1, 4, 5, 7)	UPLO ou UPLB	LOUP
(2, 3, 5, 7)	CRLO ou CRLB	*
(2, 4, 5, 6)	CPLS	*

On peut former le nom de trois animaux : BOUC, OURS et LOUP.

30 Anizelle

Énigme

Barbapapa et Barbamama ont sept enfants : Barbidur, Barbabelle, Barbidou, Barbalala, Barbibul, Barbouille et Barbotine.
Cette famille a trouvé une île mystérieuse où habitent des animaux étranges : on compte 12 aniloups, 5 aniphans et 8 anirafes.
Ils ont un pouvoir magique : un aniloup peut se transformer en 2 aniphan et un aniphan peut se transformer en 2 anirafes.
Barbapapa veut adopter ces magnifiques animaux en les partageant de manière équitable entre tous les membres de la famille.
Barbouille lui répond qu'il n'y arrivera pas.
Heureusement une anirafe a entendu la conversation et dit qu'une anirafe a le pouvoir de se transformer en 3 anizelles.

1. Si tous les animaux utilisent leur pouvoir magique, combien d'anizelles y aura-t-il ?
2. Combien chaque membre de la famille Barbapapa adoptera-t-il d'anizelles ?

« 2. Barbouille », $32^{\text{ème}}$ Rallye Bombyx, CM2, Finale, 2020

1.
   - 8 anirafes ;
   - 5 aniphans soit 10 anirafes ;
   - 12 aniloups soit 24 aniphans, soit encore 48 anirafes.

   Total : $8 + 10 + 48 = 66$ anirafes

2. Barbapapa et Barbamama ont sept enfants, ce qui fait au total 9 personnes.
   $198 \div 9 = 22$
   Chacun adoptera 22 anizelles.

31 Annonce

Énigme

Voici une annonce passée par les enfants Mathou dans leur journal préféré *Nos amis les animaux*.
Lis bien les indications.
Le prix d'un mot supplémentaire a été effacé.

Quel était ce prix ?

VOS PETITES ANNONCES DANS *Nos amis les animaux*

8,50 € MINIMUM (prix forfaitaire pour 20 mots ou moins) ;
[redacted] € le mot supplémentaire
TEXTE : un mot par case, écrit en capitales, sans abréviation

VENDS	CHIOTS	AGE	SIX	MOIS
BICHONS	FRISÉS	TECKELS	POILS	RAS
CANICHES	NAINS	BLANCS	NIRS	TERRIERS
DU	THIBET	COCKERS	BLANCS	ET
NOIRS	CHATS	PERSANS	SIAMOIS	ADRESSE
PARADIS	DES	ANIMAUX	BOULEVARD	FOCH
SAVERNE				

Rubrique : Toutou - Chacha Total à payer : **14.10 €**

« 3. Les chats et chiens des enfants Mathou », *Concours Bombyx*, Demi-finale, CM2, 2010

On cherche d'abord le nombre de mots supplémentaires :
$31 - 20 = 11$
puis leur prix :
$14,40 - 8,60 = 5,50$ €,
et enfin le prix d'un mot supplémentaire :
$5,5 \div 11 = 0,5$

Le prix d'un mot supplémentaire est égal à 0,50 €.

32 Anoure

Énigme

Dix princes transformés en batraciens sont répartis en trois groupes de maximum 5 individus : les grenouilles, les rainettes et les crapauds.
Pour se saluer, on s'embrasse.
Les grenouilles se saluent en échangeant 4 bises, les rainettes n'en échangent que 2, et les crapauds, 3.
C'est toujours le nombre de bises de celui qui en fait le moins qui est compté.
Au sein d'un même groupe, on ne s'embrasse pas.
Lorsque les dix batraciens se sont retrouvés, il y a eu 75 bises baveuses.

Combien y a-t-il de grenouilles, de rainettes et de crapauds ?

« Un amour d'anoure », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2013

Puisque maintenant, tout le monde connaît la classification des anoures (grenouilles, rainettes et crapauds), nous allons compter les bises !

Notons g le nombre de grenouilles, r le nombre de rainettes et c le nombre de crapauds.

Nous pouvons alors décrire notre histoire de « princes » à l'aide du système suivant :

$$\begin{cases} 2\,g\,r + 2\,r\,c + 3\,g\,c = 75 \\ g + r + c = 10 \\ g,\ r \text{ et } c \text{ sont des entiers compris entre 1 et 5} \end{cases}$$

Après quelques tests, nous trouvons assez rapidement $g = 3$, $r = 4$ et $c = 3$.

3 princes ont été transformés en grenouilles, 4 en rainettes et 3 en crapauds.

33 Ara (1)

Énigme

De combien de manières différentes peut-on lire le mot ARA en suivant les lettres qui se touchent ?
Un même A peut être début et fin.

		A		
	A	R	A	
A	R	A	R	A
	A	R	A	
		A		

D'après *199 jeux pour insomniaques et autres esprits éveillés*, P. Berloquin, Éd. Acropole

Comptons en fonction du premier A.

- A central : il touche quatre R touchant chacun quatre A, soit au total 16 ;
- A en angle : chacun des quatre touche quatre R, soit au total 16 ;
- A sur le côté : chacun des quatre touche deux R touchant chacun quatre A, soit au total 32.

On obtient en définitive 64 ARA.

34 Ara (2)

Énigme

Au Parc des Oiseaux, on peut observer diverses espèces de perroquets.

- L'Ara militaire est plus grand que l'Ara à collier jaune mais plus petite que l'Ara rouge.
- L'Ara noble est plus petit que l'Ara rouge et que l'Ara à collier jaune.
- L'Ara hyacinthe est plus grand que l'Ara noble.
- L'Ara rouge n'est pas le plus grand.

Sauras-tu les ranger dans le tableau du plus grand au plus petit ?

« Problème de taille chez les aras », Parc des Oiseaux, d'après le Rallye Mathématique Transalpin, Section de l'Ain

Il faut interpréter les données de la manière suivante.

La première phrase nous indique ce début de classement [*] :
Ara rouge > Ara militaire > Ara à collier jaune

La seconde phrase nous donne cette suite de classement :
Ara rouge et Ara à collier jaune > Ara noble

Si l'on compile les deux premières phrases, on obtient :
Ara rouge > Ara militaire > Ara à collier jaune > Ara noble

La troisième phrase nous apprend que :
Ara hyacinthe > Ara noble

On peut donc en déduire que l'Ara noble est le plus petit des oiseaux, mais on ne sait toujours pas où classer l'Ara hyacinthe.

La dernière phrase nous apprend que l'Ara rouge, qui était jusque là le plus grand, ne l'est pas...
On en déduit donc que l'Ara hyacinthe est le plus grand des oiseaux, ce qui nous donne le classement final suivant :

Ara hyacinthe > Ara rouge > Ara militaire > Ara à collier jaune > Ara noble

Données ornithologiques de vérifications :

Ara hyacinthe : 100 cm

Ara rouge : 84-89 cm

Ara militaire : 70 cm

Ara à collier jaune : 37-45 cm

Ara noble : 30 cm

Mesurant 1 m de hauteur, le Ara hyacinthe est le plus grand de tous les perroquets.

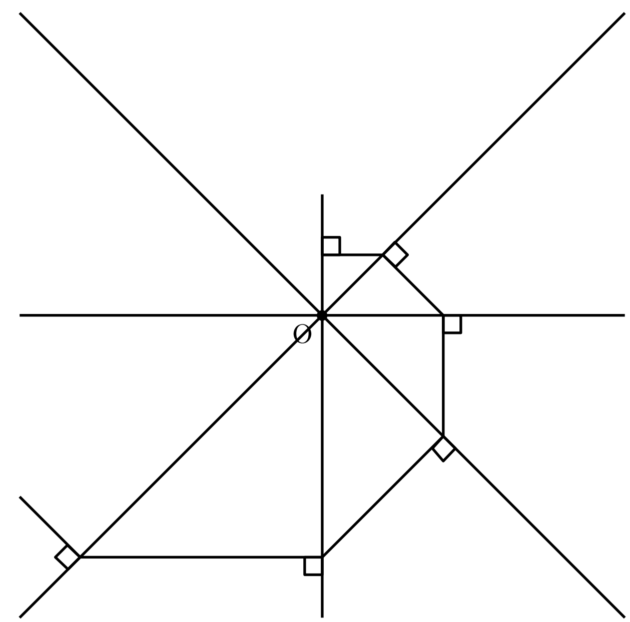
*. > signifie ici « est plus lourd que »

35 Arachnide

Énigme

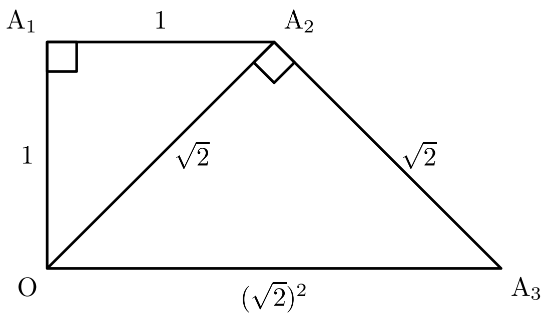
Une petite arachnide tisse sa toile, comme dans le dessin ci-dessous :
- elle tire 8 fils équirépartis à partir d'un même point O ;
- à 1 mm de O, elle commence à tisser en partant, toujours dans le même sens, à angle droit par rapport au fil sur lequel elle se tient.

Au bout de 10 tours autour de O, à quelle distance du centre sera-elle ?



« S4. Tissage arachnéen »,
Exos-Malices, Quatrième-troisième-seconde, ACL-Éditions, 1997

Pour passer d'une distance à l'origine à la précédente, on effectue une projection orthogonale. L'angle entre les droites vaut 45°.
Le rapport de projection vaut donc $\cos 45°$, c'est-à-dire $\frac{1}{\sqrt{2}}$.



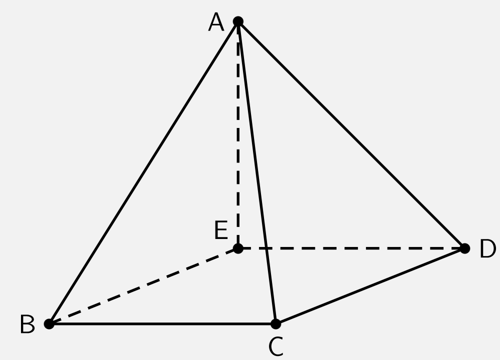
Pour passer d'une distance à l'origine à la suivante, il faudra donc la multiplier par $\sqrt{2}$.
En 10 tours, la distance à l'origine sera donc $[(\sqrt{2})^8]^{10} = (\sqrt{2})^{80}$.
Or $(\sqrt{2})^{80} = [(\sqrt{2})^2]^{40} = 2^{40} = [2^{10}]^4$.
Comme $2^{10} \approx 10^3$, cette distance sera donc égale à environ $[10^3]^4 = 10^{12}$ mm, soit… 10^6 km.

36 Araignée (1)

Énigme

L'araignée Gipsy tombe sur un des cinq sommets d'une pyramide à base carrée.
En partant de ce sommet, elle décide de parcourir le plus grand nombre d'arêtes possibles de la pyramide, en respectant les conditions suivantes :

- Gipsy ne peut qu'avancer et ne s'écarte jamais du « chemin » que constituent les arêtes. Toute arête sur laquelle elle s'est engagée sera donc entièrement parcourue.
- Gipsy peut passer deux fois par le même sommet, mais elle ne doit en aucun cas parcourir deux fois la même arête.



Quel est le nombre maximum d'arêtes qui peuvent être parcourues par Gipsy ?

Gipsy peut parcourir au maximum 7 arêtes de la pyramide.
(Un chemin possible est BAEBCADC)

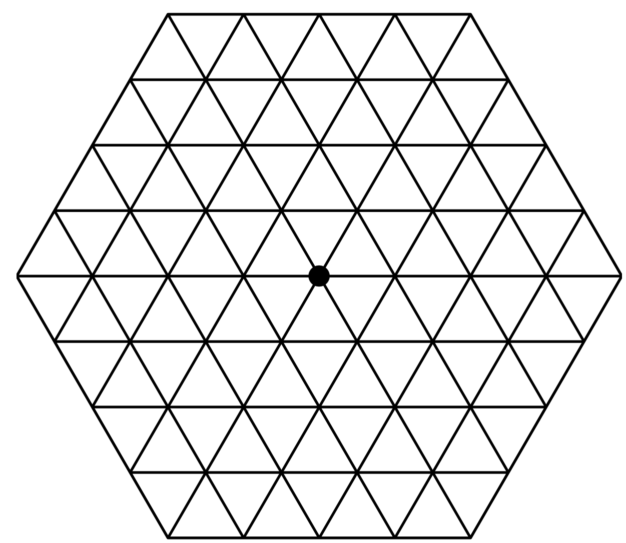
En effet, excepté le sommet A qui est d'ordre 4 (quatre arêtes aboutissant à ce sommet), les quatre autres sommets sont d'ordre 3. Lorsque Gipsy arrive à un sommet par une arête et en repart par une autre, le nombre d'arêtes utilisables en ce sommet diminue de 2. Lors de son périple, l'araignée utilise donc un nombre pair d'arêtes en chaque sommet, excepté peut-être au sommet de départ, et au sommet d'arrivée, s'ils sont différents.

37 Araignée (2)

Énigme

Au centre de la figure se trouve une araignée qui souhaite atteindre qui souhaite atteindre le bord en parcourant exactement 4 côtés des petits côtés.

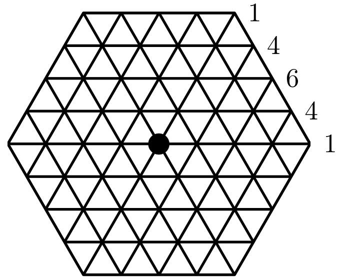
Combien de chemins différents peut-elle suivre ?



« Calendrier mathématique 2016, Un défi quotidien », Énigme du vendredi 22 février, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Distinguons trois cas :

1. Pour arriver à un sommet de l'hexagone, il n'y a qu'un chemin.
   Comme l'hexagone a 6 sommets, cela fait $1 \times 6 = 6$ chemins.
2. Pour arriver à deux sommets adjacents aux sommets de l'hexagone, il y a 4 chemins différents.
   Comme il y a 12 sommets de ce type, cela fait $4 \times 12 = 48$ manières d'y arriver.
3. Enfin, pour arriver au point central de chacun des côtés de l'hexagone, il y a 6 chemins et l'hexagone a 6 points de ce types.
   Cela fait donc $6 \times 6 = 36$ chemins.



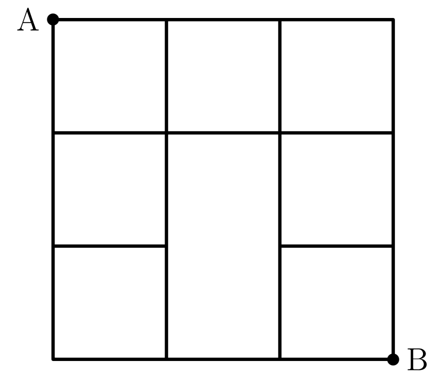
Au total, on dénombre donc $6 + 48 + 36 = 90$ chemins.

38 Araignée (3)

Énigme

Louis entrelace des cordes comme ci-après.
Une araignée part du point A et s'arrête au point B, toujours en se déplaçant de gauche à droite et de haut en bas.
Par la suite, d'autres araignées se déplacent de A à B mais en empruntant chacune un chemin différent des autres.

Combien d'araignées pourront se déplacer de A à B en empruntant des chemins différents ?



« Araignées de Louis », `http://www.recreomath.qc.ca/`

Le problème revient à déterminer le nombre de chemins différents de A à B.

Pour chacun des deux points voisins de A, on trouve un chemin.
Au point voisin de A en diagonale, on compte deux chemins.
On continue ainsi en additionnant le nombre de chemins des points voisins.
On compte 14 chemins différents.

Au total, 14 araignées pourront se déplacer de A à B.

39 Araignée (4)

Énigme

Benoît, Sophie et Arthur entrent dans une salle immense du château hanté et sont accueillis par l'araignée Cnida.
Sophie remarque un étrange va-et-vient de Cnida entre deux toiles tissées par elle.
Dans la toile de gauche, il y a sept insectes (mouches ou moustiques), et huit dans la toile de droite.
Mais Cnida préfère les moustiques !
Lorsqu'elle décroche un insecte à gauche, si c'est un moustique, elle le mange, si c'est une mouche, elle la dépose à droite.
Elle ne s'est occupée que de la toile de gauche, et, lorsqu'elle est vide, Sophie constate qu'il lui reste douze insectes à droite pour son prochain repas.

Mais au fait, combien Cnida a-t-elle mangé de moustiques ?

« Le royaume des araignées », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Mai 2007, Finale CM2

Regardons la toile de droite : le nombre d'insectes a augmenté de quatre (de 8 à 12) ; ces quatre insectes sont des mouches provenant de la toile de gauche qui a donc vu son nombre d'insectes diminuer d'autant : de 7 à 3.

Les trois insectes de la toile de gauche qui n'ont pas été déposés à droite sont des moustiques mangés par Cnida !

Cnida a mangé trois moustiques.

40 Araignée (5)

Énigme

Arthur est très renseigné sur la vie des araignées ; il explique à son amie Sophie que l'araignée Cnida pond treize œufs chaque matin mais que les mouches des alentours lui en dévorent six chaque soir.
Ce soir, après le passage des mouches, il en reste huit.

Combien lui en restera-t-il dans dix-huit jours (à midi) ?

« Les œufs d'araignée », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Mai 2007, Finale CM2

Chaque jour le nombre d'œufs restant à Cnida s'accroît de sept $(13-6)$.

Dans dix-sept jours il y en aura cent dix-neuf de plus. $(17 \times 7 = 119)$.

Au départ, il en restait huit.

Ajoutés aux cent dix-neuf supplémentaires, et aux treize pondus au matin du dix-huitième jour, cela fait : $119 + 8 + 13 = 140$.

Dans dix-huit jours, à midi, il restera cent quarante œufs à Cnida.

41 Araignée (6)

Énigme

Un groupe est composé de fourmis, de mille-pattes et de guêpes.
Il décide d'envahir la cuisine.
Les fourmis et les guêpes ont 3 paires de pattes (en effet, ce sont des insectes !).
Les mille-pattes ont... 1 000 pattes (en tout cas dans cette cuisine !).
Les guêpes ont deux paires d'ailes.
Grâce à ses nombreux yeux, une araignée compte 4 078 pattes et 32 ailes.

Combien peut-il y avoir de fourmis, de guêpes et de mille-pattes dans ce groupe ?

« Les insectes déménagent »,
Rallye mathématique de l'académie de Nice, CM2 - 6$^{\text{ème}}$, Avril 2009

Les guêpes ont 4 ailes : le groupe compte donc $32 \div 4 = 8$ guêpes.

Le nombre de mille-pattes est compris entre 1 et 4 (car $0 < 4\,018 < 5\,000$).

S'il y a 1 mille-pattes, il reste $4\,078 - 1 \times 1\,000 = 3\,078$ pattes pour les araignées qui en ont chacune 6.
$3\,078$ est divisible par 6 car $3\,078 = 6 \times 513$.
Il y a donc 513 araignées.

S'il y a 2 mille-pattes, il reste $4\,078 - 2 \times 1\,000 = 2\,078$ pattes pour les araignées.
Mais $2\,078$ n'est pas divisible par 6 car $2\,078 = 6 \times 346 + 2$.
Ce cas ne convient pas.

S'il y a 3 mille-pattes, il reste $4\,078 - 3 \times 1\,000 = 1\,078$ pattes pour les araignées.
Mais $1\,078$ n'est pas divisible par 6 car $1\,078 = 6 \times 179 + 4$.
Ce cas ne convient pas.

S'il y a 4 mille-pattes, il reste $4\,078 - 4 \times 1\,000 = 78$ pattes pour les araignées.
78 est divisible par 6 car $78 = 6 \times 13$.
Il y a donc 13 araignées.

Le problème admet deux solutions.

1. Le groupe compte 8 guêpes, 1 mille-pattes et 513 araignées.
2. Le groupe compte 8 guêpes, 4 mille-pattes et 13 araignées.

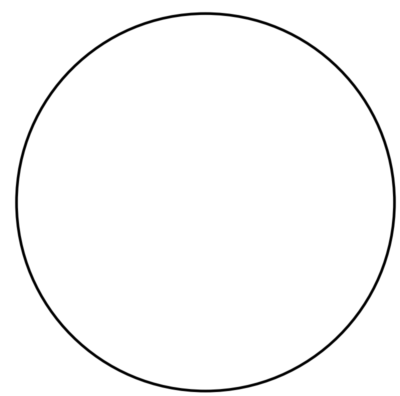
42 Araignée (7)

Énigme

Deux sympathiques araignées Arach et Tipsy ont trouvé des cerceaux dans un vieux grenier et font un concours de fils.
Chacune doit tirer quatre fils, en ligne droite, entre les bords de son cerceau.
La gagnante sera celle qui obtiendra le plus de croisements de ses quatre fils.
Voici les cerceaux d'Arach et de Tipsy avec les quatre fils et les croisements (notés par des petits cercles).

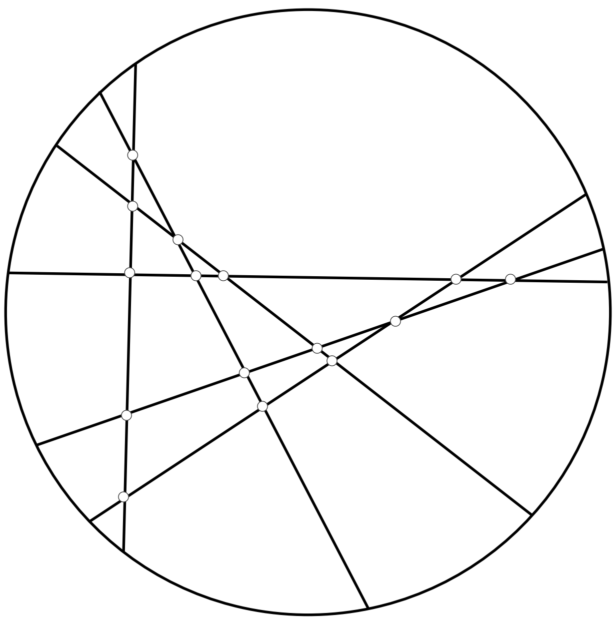
Arach n'a que 4 croisements ; Tipsy, la gagnante, a obtenu 6 croisements.
Le lendemain, nos deux araignées, qui avaient trouvé le jeu si intéressant, recommencent sur des cerceaux plus grands, elles décident cette fois-ci de tendre chacune six fils.

Quel est le plus grand nombre de croisements qu'elles pourront obtenir avec six fils ?
Dessinez les six fils sur le cerceau ci-dessous pour avoir le plus grand nombre possible de croisements.



« 2. Jeux d'araignées », 26ème Rallye mathématique transalpin, Cat. 8, 9, 10, Mars-avril 2018

Le plus grand nombre de croisements qu'elles pourront obtenir avec six fils est égal à 15.



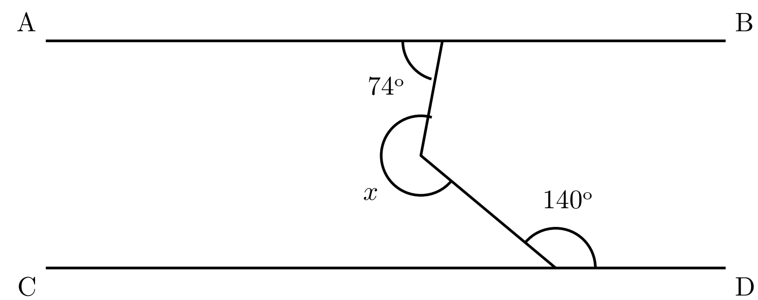
(Une procédure consiste à dessiner un premier fil,
puis un deuxième, avec un croisement,
puis un troisième « croisant » les deux premiers avec $1 + 2 = 3$ croisements,
puis un quatrième croisant les trois précédents avec $1 + 2 + 3 = 6$ croisements, puis un cinquième croisant les quatre précédents avec $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ croisements
et finalement un sixième croisant les cinq précédents avec $1+2+3+4+5 = 15$ croisements.)

43 Araignée (8)

Énigme

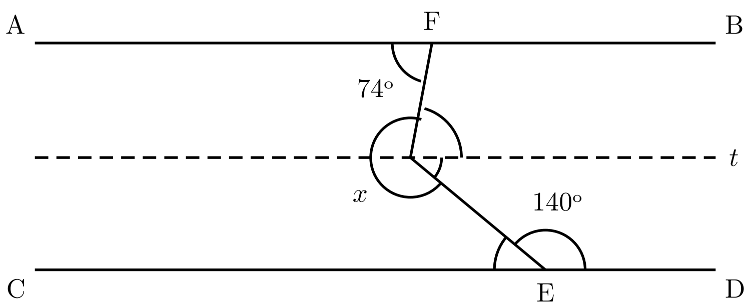
Une araignée construit méthodiquement sa toile.
Comme tout géomètre, elle sait utiliser un rapporteur... Sur le schéma suivant, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Quelle est la mesure x de l'angle indiqué sur le schéma ?



« 2. La toile d'araignée », *Concours Bombyx*, Quarts de finale, $4^{\text{ème}}$, 2015

Sur le schéma suivant, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
On trace la parallèle à ces droites passant par le point O.
$\widehat{\text{CEO}} = 180° - 140° = 40°$.
Puis les angles alternes-internes déterminés par des droites parallèles donnent $\widehat{\text{EOt}} = 40°$ et $\widehat{\text{FOt}} = 74°$.
Donc $x = 360° - (40° + 74°) = 246°$.

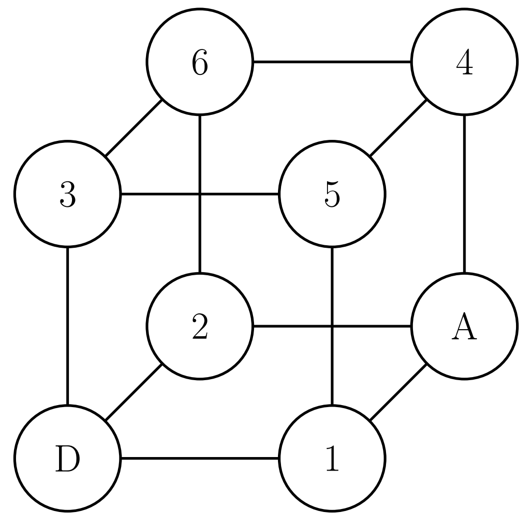


44 Araignée (9)

Énigme

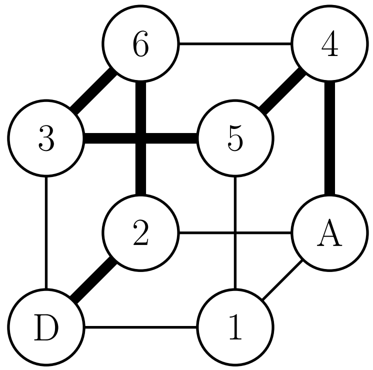
Une araignée se déplace sur les arêtes d'un cube en fil de fer depuis le sommet D (départ) jusqu'au sommet A (arrivée).
Sur chacun des autres sommets, on a indiqué le nombre d'insectes qui y sont piégés.

Si l'araignée ne repasse jamais deux fois par un même sommet, combien d'insectes peut-elle manger, au maximum, en allant de D à A ?



« 4. L'araignée », 35$^{\text{ème}}$ Championnat des jeux mathématiques et logiques, Quarts de finales, Catégorie CE, 2021

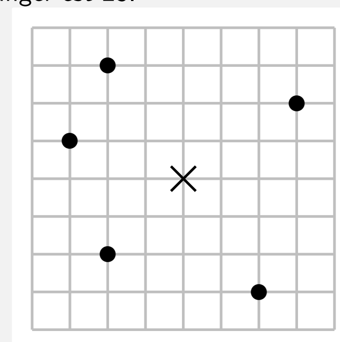
L'araignée peut manger au maximum 20 insectes en parcourant le chemin suivant :



45 Araignée (10)

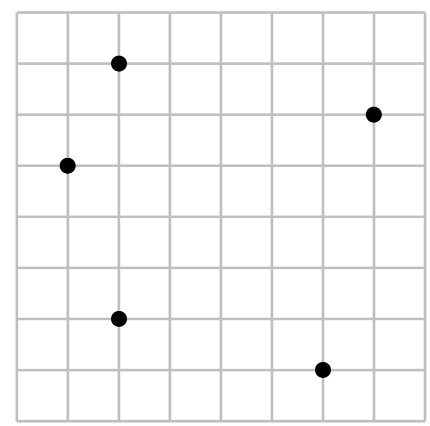
Énigme

Mimi l'araignée se déplace exclusivement sur le grillage représenté par la figure.
Un disque noir à son sommet représente un garde-manger.
La distance parcourue par Mimi entre deux sommets du grillage est le nombre minimal d'unités que l'on compte en allant de l'un à l'autre en suivant les lignes du quadrillage régulier.
Par exemple, au sommet indiqué d'une croix, la somme des distances aux cinq garde-manger est 23.



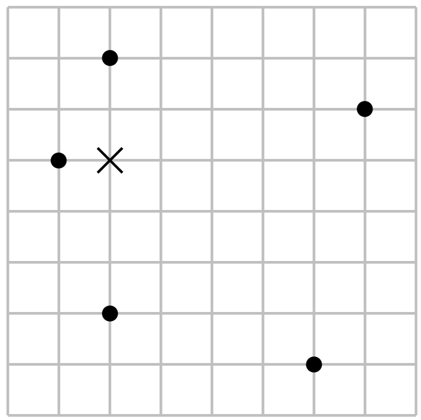
Mimi se place au sommet où la somme des distances aux cinq garde-manger est la plus petite.

Quelle est-elle ?



« 6. L'araignée », 28$^{\text{ème}}$ Championnat des jeux mathématiques et logiques, Finale, Jour 1, 2014

La somme minimale est 20, obtenue avec la position de Mimi suivante :



46 Araignée (11)

Énigme

Une araignée qui loge en haut de la Tour Eiffel (300 m) a décidé de visiter Paris.
Elle tisse depuis le haut de la Tour Eiffel un fil qui rejoint le sol à 100 mètres du centre de la Tour.

Calculer la surface du triangle formé par le fil de l'araignée, le sol et l'axe vertical de la tour.

« Une araignée en haut de la Tour Eiffel », *Arithmétique appliquée et impertinente*, Jean-Louis Fournier, Éd. Payot & Rivages, 1993

Les deux côtés de l'angle droit mesurent 100 m et 300 m.
Donc l'aire du triangle est égale à $\dfrac{300 \times 100}{2} = 15\,000$ m^2.

47 Araignée (12)

Énigme

Cinq trous sont disposés dans un mur, de façon que les distances de deux quelconques d'entre eux ne soient jamais identiques.
Dans chacun, une araignée veille.
Au matin, chacune des araignées sort de son trous, se dirige vers le trou le plus proche et y reste un bon moment dans l'espoir d'y trouver de la nourriture.

Est-il possible qu'elles se retrouvent à nouveau toutes les cinq dans cinq trous différents ?

Et s'il y avait eu au départ six trous et six araignées ?

« Le festin de l'araignée », *Les jeux mathématiques du* Monde, Problème n$^{\text{o}}$ 416 du 15/02/2005

Les cinq araignées ne peuvent pas se retrouver dans cinq trous différents.

En effet, trions par ordre décroissant les distances parcourues par les araignées : $a \geqslant b \geqslant c \geqslant d \geqslant e$
Donnons le numéro 1 à l'araignée qui a parcouru la distance a, le numéro 2 à celle qui a parcouru la distance b, et ainsi de duite, jusqu'au numéro 5 à celle qui a parcouru la distance e.

- Si $a > b$, le trou A dont est partie l'araignée 1 restera vide. Car si une araignée parvenait en A, le trou dont elle partirait serait le plus proche à atteindre pour l'araignée 1.
- Si $a = b$, les araignées 1 et 2 échangent leurs places, et on recommence le raisonnement avec les trois places restantes.
- Si $c > d$, le trou C dont est partie l'araignée 3 restera vide.
- Si $c = d$, les araignées 3 et 4 échangent leurs places, et le trou E dont est partie l'araignée 5 restera vide.

Avec six araignées, en revanche, il pourrait y avoir échange des araignées deux par deux.

48 Arche de Noé (1)

Énigme

Inès tend une grande corde au sol entre deux pieux séparés par 200 mètres.
Son grand frère Théodore remplace entre les deux pieux l'ancienne corde par une nouvelle corde qui est plus longue que la précédente de 4 cm.
La corde n'est donc plus tout à fait tendue et on peut la soulever en son milieu.

Parmi les animaux suivants, le(s)quel(s) peut-on faire passer sous la corde en la soulevant ?

- la girafe ($\approx$ 5 m)
- l'éléphant ($\approx$ 3,50 m)
- le chimpanzé ($\approx$ 1,30 m)
- le koala ($\approx$ 72 cm)
- l'écureuil ($\approx$ 13 cm)
- la fourmi ($\approx$ 2 mm)

« Arche de Noé », Rallye mathématique de l'académie de Lyon, 2016

La hauteur cherchée correspond à la longueur du côté d'un triangle rectangle dont l'autre côté mesure $200 \div 2 = 100$ mètres et l'hypoténuse mesure $(200 + 0,04) \div 2 = 100,02$ mètres.

Cette hauteur est égale à $\sqrt{100,02^2 - 100} \approx 2$ mètres !

On peut donc faire passer le chimpanzé, le koala, l'écureuil et la fourmi.

49 Arche de Noé (2)

Énigme

L'arche de Noé avait trois niveaux, était longue de 300 coudées, large de 50, haute de 30, et on sait qu'une coudée valait aux alentours de 50 cm.
Noé a embarqué un couple d'environ 3 500 espèces de mamifères.

Quelle est la surface moyenne approximative réservée à chaque animal ?

A) 1,6 m^2 B) 320 dm^2 C) 0,064 dam^2
D) 8 m^2 E) 160 000 cm^2

« La surface de Noé », *Les défis logiques de Cosinus*, Revue *Cosinus*, n° 198, Novembre 2017

La hauteur de l'arche est une fausse piste !
La surface d'un étage est égale à $300 \times 50 = 15\,000$ coudées^2.
La surface des trois niveaux est donc de $15\,000 \times 3 = 45\,000$ coudées^2.
Une coudée^2 $=$ 50 cm $\times$ 50 cm $=$ 2 500 cm^2 $=$ 25 dm^2 $=$ 0,25 cm^2.
Il y a 3 500 couples donc $2 \times 3\,500 = 7\,000$ animaux.
La place moyenne en m^2 pour un animal est égale à
$\dfrac{45\,000 \times 0,25}{7\,000} = \dfrac{11,25}{7} \approx 1,6$.
La bonne réponse est la réponse A).

50 Autruche (1)

Énigme

Un œuf d'autruche permet de faire une omelette correspondant à 24 œufs de poules.
Avec 6 œufs de poule, on fait une omelette pour 5 personnes.

Combien faut-il d'œufs d'autruche pour que 60 personnes mangent de l'omelette ? (On n'utilise que des œufs d'autruche)

Pour que 60 personnes mangent de l'omelette, il faut $\dfrac{60 \times 6}{5}$ œufs de poule, soit 72 œufs de poule.
Il faut ainsi $\dfrac{72}{24}$ œufs d'autruche, soit 3 œufs d'autruche.

51 Autruche (2)

Énigme

Un certain nombre de couples d'autruches participent à une fête.
Chaque autruche donne une de ses plumes à chacune des autres, sauf à son ou à sa partenaire.
À la fin, 40 plumes données sont mises dans une première boîte et les 80 autres dans une seconde boîte.

Combien y a-t-il de couples d'autruches à la fête ?

« Fête d'autruches », `http://www.charleries.net/`

Au total, $40 + 80 = 120$ plumes ont été données.

Soit n le nombre de couples d'autruches.
Il y a donc $2\,n$ autruches.

Chaque autruche donne une plume à chacune des $2\,n-2$ autres autruches (elle n'en donne ni à son/sa partenaire ni à elle-même).

Donc $2\,n\,(2\,n-2) = 120$.
C'est-à-dire $n\,(n-1) = 30$.
Ou encore $n^2 - n - 30 = 0$.

Cette équation a deux solutions, $n = -5$ (impossible car négative) et $n = 6$.

Il y a 6 couples d'autruches à la fête.

52 Autruche (3)

Énigme

L'autruche Alfonso s'entraîne pour l'épreuve de la *Tête dans le sable* des *Jeux Animolympiques*.
Il a sorti sa tête du sable à 8 h 15 min le mardi matin, battant ainsi son record personnel.
Il est resté la tête dans le sable pendant 98 heures et 5 minutes.

Quand Alphonso a-t-il mis sa tête dans le sable ?
A) le jeudi à 5 h 10 min
B) le jeudi à 5 h 40 min
C) le jeudi à 11 h 20 min
D) le vendredi à 6 h 10 min
E) le vendredi à 6 h 20 min

Kangourou des maths, 2004, Épreuve Cadets, n° 11

Réponse D.

96 heures valent 4 jours ($96 = 4 \times 24$).
Alfonso a mis sa tête dans le sable 4 jours, 2 heures et 5 minutes plus tôt que 8 h 15 min le mardi, donc le vendredi à 6 h 10 min.

53 Autruche (4)

Énigme

Je mange un œuf d'autruche à la coque.
Mon œuf est parfaitement sphérique et a une circonférence de 43 cm.

Quelle doit être la longueur de la mouillette si je veux atteindre le fond de l'œuf, sachant qu'il faut 3 centimètres pour pouvoir la tenir ?

« La longueur de la mouillette », *Arithmétique appliquée et pertinente*, Jean-Louis Fournier, Éditions Payot & Rivages, 1993

Le diamètre de l'œuf est $43 \div \pi \approx 13,7$ cm.

La mouillette doit mesurer $13{,}7 + 3 = 16{,}7$ cm.

54 Baleine

Énigme

Trois rhinocéros pèsent autant que deux hippopotames ou que quatre girafes.
Cinq zèbres pèsent autant qu'une girafes ou que treize singes.
Une baleine pèse autant que trois éléphants ou que cinq hippopotames.

Combien faut-il alors de singes pour égaler le poids d'une baleine ?

« La ronde des animaux »,
177 nouvelles énigmes mathématiques, De 13 à 113 ans,
Marie Agrell, Éditions Ellipses, 2021

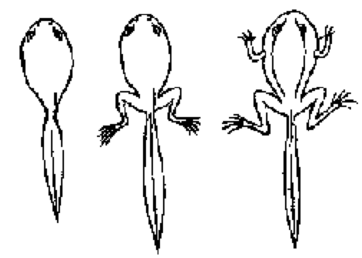
1 baleine
$= 5$ hippopotames
$= 5 \times 2$ girafes $= 10$ girafes
$= 10 \times 13$ singes $= 130$ singes

55 Batracien (1)

Énigme

Dans l'étang de Gaëtan, on trouve 128 batraciens, qui se répartissent en têtards et en grenouilles.
Comme chacun sait, les têtards ont une queue, mais les grenouilles ont perdu la leur en devenant adultes.
Par contre, si les grenouilles ont toutes quatre pattes, les têtards, selon le stade de leur évolution, n'ont pas de pattes, ont deux pattes, ou quatre pattes (voir dessin)
Cela lui a pris tant de temps !
Mais Gaëtan a pu dénombrer dans son étang 264 pattes et 113 queues.
Ce faisant, il a pu remarquer qu'une des trois catégories de têtards avait un effectif double de celui d'une autre catégorie de têtards.

Combien l'étang de Gaëtan compte-t-il de têtards à deux pattes ?



« Dans l'étang de Gaëtan »,
50 énigmes mathématiques pour lycéens et +, Éd. Pole

Remarquons d'abord que s'il y a 128 batraciens et seulement 113 queues, c'est que les 128 batraciens se répartissent en 113 têtards et $128 - 113 = 15$ grenouilles.

Désignons par x le nombre de têtards sans pattes, par y le nombre de têtard ayant deux pattes et par z le nombre de têtards avec quatre pattes.

Les dénombrements effectués par Gaëtan se traduisent par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 2\,y + 4\,z + 60 = 264 \\ x + y + z = 113 \end{cases}$$

qui se ramène à :

$$\begin{cases} y + 2\,z = 102 \\ x + y + z = 113 \end{cases}$$

La condition qu'une catégorie de têtards est double d'une autre nous oblige à considérer six cas théoriquement possibles :

Cas 1. $x = 2\,y$. En remplaçant x par $2\,y$ et en résolvant le système obtenu, on arrive à $5\,y = 124$, qui donne une valeur de y non entière, donc à rejeter.

Cas 2. $y = 2\,x$. En remplaçant x par $y/2$ et en résolvant le système obtenu, on arrive à $y = 62$, $x = 31$ et $z = 20$, qui convient.

Cas 3. $y = 2\,z$. En remplaçant y par $2\,z$ dans la première équation, on arrive à $z = 25,5$, qui est à rejeter, car non entier.

Cas 4. $z = 2\,y$. En remplaçant z par $2\,y$ dans la première équation, on arrive à $5\,z = 102$, qui conduit encore à une valeur non entière de z.

Cas 5. $x = 2\,z$. En remplaçant x par $2\,z$ et en résolvant le système obtenu, on arrive à $z = 11$, $x = 22$ et $y = 80$, qui convient.

Cas 6. $z = 2\,x$. En remplaçant x par $z/2$ et en résolvant le système obtenu, on obtient une valeur négative pour z, ce qui est évidemment à rejeter.

Le problème a donc deux solutions : Gaétan a compté 62 ou 80 têtards à deux pattes.

56 Batracien (2)

Énigme

Il y a deux groupes d'égale importance, des grenouilles (G) et des crapauds (C), chacun formant une procession.
Les deux groupes sont l'un en face de l'autre, séparés seulement par un petit espace :

← **O** | G | G | G | | C | C | C | C | **E** →

Minuit sonne, un étrange ballet commence : les grenouilles vont toujours vers l'ouest (O), soit en sautant par dessus un autre batracien soit en avançant sur une place libre.
Les crapauds font exactement de même, mais en se dirigeant toujours vers l'est (E).
Chacun de ces déplacements prend juste une seconde.
Il ne peut y avoir deux déplacements simultanés.
À la fin, les grenouilles ont pris la place des crapauds et inversement.
Lorsque 3 h sonnent, le ballet est déjà terminé.

Combien y a-t-il de batraciens, au plus ?

D'après « Le bal des batraciens », $4^{\text{ème}}$ Championnat International de France des Jeux Mathématiques et Logiques, Éliminatoires adultes

Pour n grenouilles et n crapauds, on a la solution générale suivante.

On note G, les grenouilles, C, les crapauds, S, un saut, D, un déplacement et N, le nombre total de mouvements.

			N
G		1 D	1
C	1 S	1 D	2
G	2 S	1 D	3
	....		
G	$(n-2)$ S	1 D	$n-1$
C	$(n-1)$ S	1 D	n
G	n S		n
C	1 D	$(n-1)$ S	n
G	1 D	$(n-2)$ S	$n-1$
	....		
G	1 D	2 S	3
C	1 D	1 S	2
G	1 D		1

Le nombre total de mouvements est alors de :

$$2\,(1+2+3+\cdots+n)+n = n\,(n+1)+n = n\,(n+2)$$

Le ballet a duré au plus $3\times 60^2 = 10\,800$ secondes.
D'où $n^2+2\,n < 10\,800$.
Donc $(n+1)^2 < 10\,801$.
Donc $n+1 < \sqrt{10\,801}$.
Donc $n+1 < 103,93$.
Donc $n \leqslant 102$ et par conséquent $2\,n \leqslant 204$.

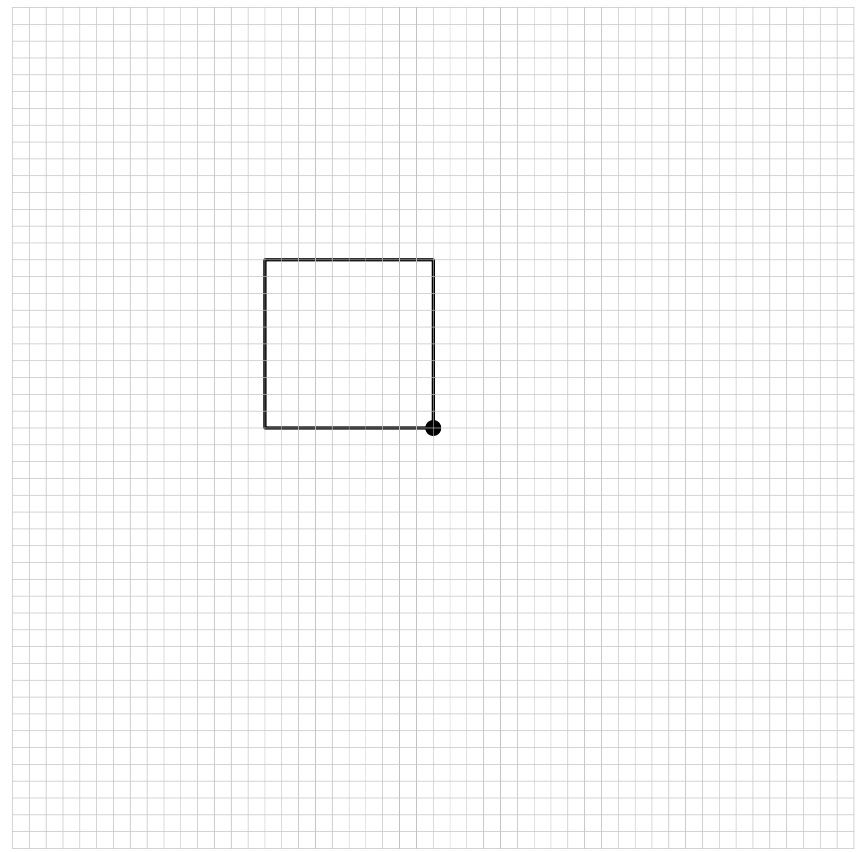
Il y avait donc au plus 204 batraciens.

57 Bélier

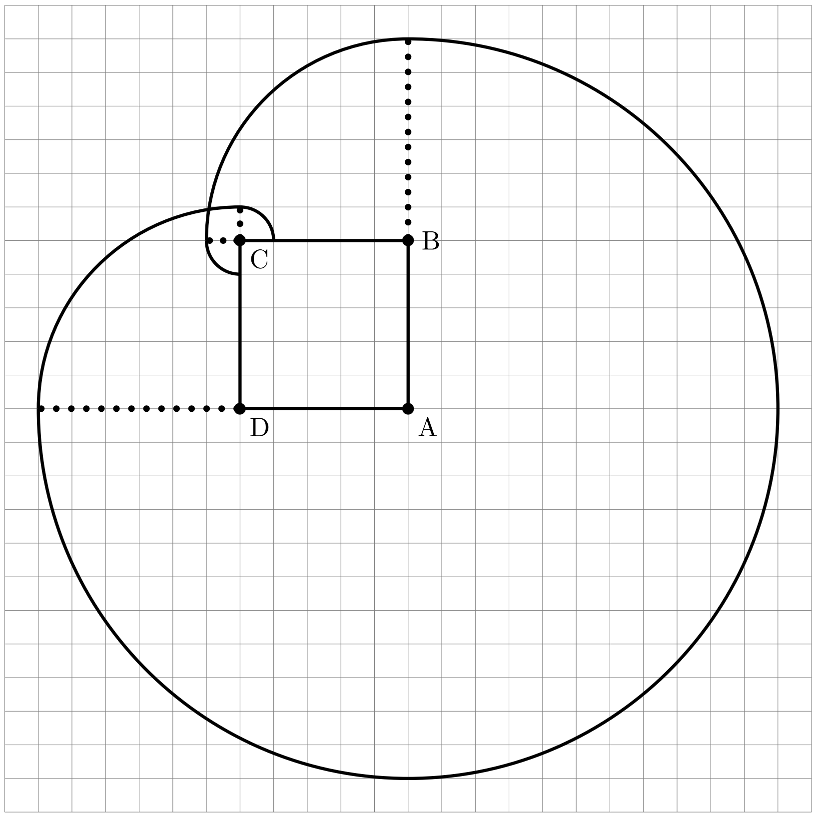
Énigme

Bébert est un jeune bélier un peu trop vagabond.
Bébert est attaché à l'un des coins d'une bergerie (qui mesure 10 m de côté) : il est donc limité dans ses déplacements.
Sa corde mesure 22 m.

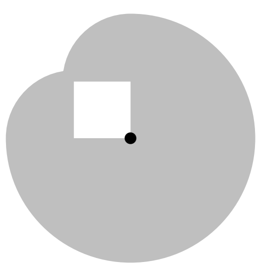
Dessiner la surface d'herbe que Bébert peut brouter.



La zone est délimitée par cinq arcs de cercle, qui sont des quatre quarts de cercles et un trois-quarts de cercle :



La zone solution est donc :



58 Bêtes à pattes

Énigme

Camille a un chien, deux chats, deux perroquets et quatre poissons.

Combien y a-t-il de pattes d'animaux dans la maison quand ils y sont tous ?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 20 E) 36

Kangourou des mathématiques, 2005, Épreuve Écoliers, n° 7

Réponse **C**

Le chien et les chats ont 4 pattes, les perroquets, 2 pattes et les poissons, aucune.
$(1+2) \times 4 + 2 \times 2$ est donc le nombre de pattes d'animaux, ce qui fait 16 pattes.

59 Bêtes à pi

Énigme

Montrer :

$$\frac{\mathsf{CHEVAL}}{\mathsf{OISEAU}} = \pi$$

Humour de « Taupe » (classe préparatoire scientifique) !

Un oiseau est une bête à ailes donc

$$\text{OISEAU} = \beta\,\text{L}$$

On a donc

$$\frac{\text{CHEVAL}}{\text{OISEAU}} = \frac{\text{CHEVAL}}{\beta\,\text{L}}$$

Donc, après simplification par L, on a :

$$\frac{\text{CHEVAL}}{\text{OISEAU}} = \frac{\text{CHEVA}}{\beta}$$

Or la multiplication est commutative donc

$$\text{CHEVA} = \text{VACHE}$$

On a donc

$$\frac{\text{CHEVAL}}{\text{OISEAU}} = \frac{\text{VACHE}}{\beta}$$

Or la vache est une bête à pis donc

$$\text{VACHE} = \beta\,\pi$$

On a donc

$$\frac{\text{CHEVAL}}{\text{OISEAU}} = \frac{\beta\,\pi}{\beta}$$

En simplifiant par β, on obtient : $\dfrac{\text{CHEVAL}}{\text{OISEAU}} = \pi$

Et une poule, c'est une bête à œufs…

60 Bête… comme l'âge !

Énigme

Le chien est plus vieux que le chat, et le chat est plus jeune que le perroquet, qui est lui-même plus vieux que le chien.

Quel animal est le plus vieux ?

L'animal est le plus vieux est le perroquet.

Viennent, en âge décroissant, le chien puis le chat.

61 Blaireau

Énigme

Lewis m'a donné les affirmations suivantes.

1. Les animaux sont toujours mortellement offensés quand je ne fais pas attention à eux.
2. Tous les animaux qui m'appartiennent sont dans ce pré.
3. Aucun animal ne peut résoudre une devinette, s'il n'a pas reçu une éducation convenable dans une école.
4. Aucun des animaux de ce pré n'est un blaireau.
5. Quand un animal a été mortellement offensé, il court en tous sens, en hurlant.
6. Je ne fais attention à aucun animal, sauf à ceux qui m'appartiennent.
7. Quand un animal a reçu une éducation convenable dans une école, il ne court jamais en tous sens en hurlant.

Que peut-on en conclure ?

Lewis Carroll enseignait la logique ; il a proposé cet exercice dans son ouvrage *Symbolic Logic* (1897), livre VIII, chap. 1, par. 9, n° 57. De son vrai nom Charles L. Dogson, c'est sous ce nom de plume qu'il a écrit *Alice au pays des Merveilles*.

(**3**) Aucun animal ne peut résoudre une devinette à moins qu'il n'ait reçu une éducation convenable dans une école et (**7**) aucun animal qui a reçu une éducation convenable dans une école ne court en tous sens en courant.
Donc aucun animal qui peut résoudre une devinette ne court en tous sens en courant.

Or (**5**) quand un animal est mortellement offensé il court toujours en tous sens.
Donc aucun animal qui peut résoudre une devinette n'est mortellement offensé.

Or (**1**) les animaux sont toujours mortellement offensés si je ne fais pas attention à eux.
Donc je ne fais attention à aucun animal qui peut résoudre une devinette.

Or (**6**) je ne fais attention jamais à un animal à moins qu'il ne m'appartienne.
Donc aucun animal qui peut résoudre une devinette ne m'appartiennent.

Or (**2**) les animaux qui m'appartiennent sont dans ce champ.
Donc aucun animal qui peut résoudre une devinette n'est dans ce champ.

Or (**4**) aucun des animaux dans ce champ n'est un blaireau.
Donc, enfin, aucun animal qui peut résoudre une devinette n'est un blaireau.

Ou encore :

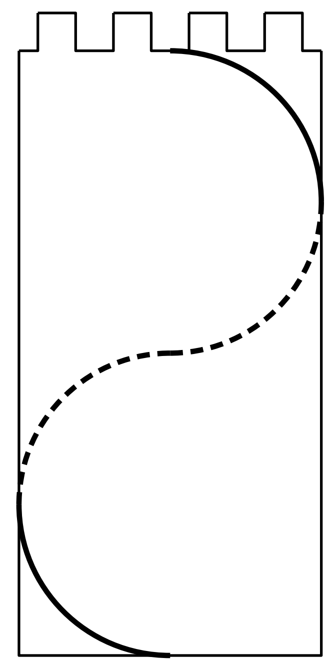
Aucun blaireau ne peut résoudre une devinette.

62 Boa

Énigme

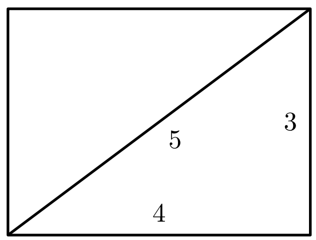
Mon boa, pour grimper sur cette tour cylindrique, s'y est enroulé « au plus court » pour arriver pile à l'aplomb de l'extrémité de sa queue. Il mesure 5 mètres et la tour 4 mètres de périmètre.

Pourrais-je, à mon tour, grimper tout en haut avec une échelle de 3,5 mètres ?



« E4. Mon long boa »,
Exos-Malices, Quatrième-troisième-seconde, ACL-Éditions, 1997

L'astuce est ici de « déplier » la tour suivant le segment qui joint tête et queue du boa...
Pour voir qu'alors le boa est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont un côté vaut 4 m et l'autre, donc, 3 m.
L'échelle sera suffisante.



63 Bœuf (1)

Énigme

75 bœufs ont besoin de 12 jours pour brouter l'herbe d'un pré de 60 ares, tandis que 81 bœufs ont besoin de 15 jours pour brouter l'herbe d'un pré de 72 ares.

Combien faut-il de bœufs pour brouter en 18 jours un pré de 96 ares ?

(On suppose que l'herbe croît uniformément et qu'elle est dans les trois prés, à la même hauteur au début du problème)

La tradition attribue à Newton ce problème.

Soit h la quantité supplémentaire d'herbe qui pousse chaque jour par are.
Les 75 boeufs mangent 60 ares en 12 jours.
Pendant ces 12 jours, $12 \times 60 \times h$ ares d'herbe ont poussé.
Ainsi 75 bœufs broutent en 12 jours une aire de $60 + 12 \times 60\, h$ ares. (*)
Un bœuf broute donc par jour une aire de $\dfrac{60 + 12 \times 60\, h}{12 \times 75}$ ares.
De même, l'aire broutée dans l'autre champ est égale à $\dfrac{72 + 15 \times 72\, h}{15 \times 81}$ ares.
Par conséquent, $\dfrac{72 + 15 \times 72\, h}{15 \times 81} = \dfrac{60 + 12 \times 60\, h}{12 \times 75}$.
Donc $12 \times 75 \times (72 + 15 \times 72\, h) = 15 \times 81 \times (60 + 12 \times 60\, h)$.
Donc $20 \times (72 + 15 \times 72\, h) = 27 \times (60 + 12 \times 60\, h)$.
Donc $1\,440 + 21\,600\, h = 1\,620 + 19\,440\, h$.
Donc $2\,160\, h = 180$. D'où $h = \dfrac{180}{2\,160}$. C'est-à-dire $h = \dfrac{1}{12}$.

Par conséquent, en remplaçant dans (*) h par cette valeur, on déduit que 75 bœufs broutent en 12 jours une aire de $60 + 12 \times 60 \times \dfrac{1}{12} = 120$ ares.
De là, 75 bœufs broutent en 24 jours une aire de 240 ares.
Par conséquent,
240 ares sont broutés en 18 jours par $\dfrac{75 \times 24}{18} = 100$bœufs.

64 Bœuf (2)

Énigme

Deux marchands possédaient en commun un troupeau de bœufs.
Ils l'ont vendu et ont obtenu pour chaque bœuf autant de roubles qu'il y avait de bêtes.
Avec cet argent, ils ont acheté un troupeau de moutons à 10 roubles le mouton, plus un agneau.
Ils ont partagé le troupeau en deux parties de même valeur : un des marchands a reçu un mouton en plus et l'autre a pris l'agneau et a reçu de son collègue un complément de cet argent.

Quelle était la valeur de ce complément, égal à un nombre entier de roubles ?

L'algèbre récréative, Y. Perelman, Éd. Mir

Soit n le nombre de bœufs et par $2\,k+1$ le nombre de moutons (ce nombre est impair) et par a le prix de l'agneau (ce prix est strictement inférieur à 10 roubles).
On a $n^2 = 10\,(2\,k+1) + a$.
Il en résulte que le chiffre des dizaines de n^2 est impair, ce qui implique $a = 6$.
L'agneau vaut donc 4 roubles de moins qu'un mouton, et le marchand qui l'a pris doit recevoir une compensation de 2 roubles.

65 Bœuf (3)

Énigme

Deux hommes conduisaient des bœufs sur une route. Le premier dit à l'autre :
« Donne-moi deux de tes bœufs et j'en aurai autant que toi.
L'autre répondit :
– Ceci étant fait, redonne-moi deux de tes bœufs et j'en aurai le double de toi. »

Qui veut me dire combien de bœufs il y a et combien chaque homme en a ?

Ce problème a été proposé par Alcuin (735–804), qui fut l'un des hommes les plus savants de son temps. Engagé par le roi Charlemagne comme précepteur pour réformer les programmes d'enseignement, il a écrit des traités de théologie et de pédagogie dont le recueil *Propositiones ad acuendos juvenes* (*Propositions pour aiguiser la perspicacité des jeunes*). Ce problème est le seizième des cinquante-trois problèmes.

Appelons P et D les nombres respectifs de bœufs des premier et second hommes.

La première information se traduit par :

$$P + 2 = D - 2$$

ou encore par :

$$D = P + 4$$

La seconde information se traduit par (on part des nouveaux effectifs) :

$$2 \times [(P + 2) - 2] = (D - 2) + 2$$

ou encore par :

$$2\,P = D$$

On déduit :

$$2\,P = P + 4$$

D'où :

$$P = 4$$

Par conséquent :

$$D = 8$$

Voilà la solution donnée par son auteur :

Solution 16. Le premier en a 4 et l'autre 8. Si le deuxième en donne 2 au premier, ils en ont tous les deux 6. Par la suite, si le premier en redonne deux à l'autre, il lui en reste 4 et l'autre en a 8 : ce qui est bien le double du premier.

66 Bœuf (4)

Énigme

Vous invitez un couple d'amis pour un barbecue.
Au menu : trois côtes de bœuf.
Mais votre barbecue ne peut en cuire que deux à la fois.

Sachant qu'il faut 3 minutes de cuisson par face, quel est le temps minimum pour faire cuire les trois côtes de bœuf ?

« Les trois côtes du bœuf », *300 énigmes, casse-tête et jeux de logique pour booster vos neurones*, Nicolas Conti

Soit Cl, C2 et C3 les trois côtes.
Après 3 minutes, Cl et C2 sont cuites sur une face.
Vous cuisez alors la seconde face de Cl et la première de C3, ce qui amène à 6 min.
Puis les secondes faces de C2 et C3, ce qui amène à 9 min.

Vous avez besoin de neuf minutes en tout.

67 Bœuf (5)

Énigme

Le puissant Alcide demandait à Augias le nombre de ses bœufs.
Le roi lui répondit :
« Sur les bords de l'Alphée, il y en a la moitié ; le huitième de mon troupeau est à paître sur la colline de Saturne ; le douzième est près de la borne de Taraxippe ; le vingtième pâture aux environs de la divine Élis. J'en ai laissé le trentième dans les herbages d'Arcadie ; tu verras ici le reste du troupeau, cinquante bœufs. »

Combien de bœufs possédait Augias ?

« Les bœufs d'Augias »,
énoncé sur `http://matoumatheux.ac-rennes.fr/`

Soit x le nombre de bœufs d'Augias.

Alors $x = \frac{x}{2} + \frac{x}{8} + \frac{x}{12} + \frac{x}{20} + \frac{x}{30} + 50$

Donc $\frac{120\,x}{120} = \frac{60\,x}{120} + \frac{15\,x}{120} + \frac{10\,x}{120} + \frac{6\,x}{120} + \frac{4\,x}{120} + \frac{6\,000}{120}$.

Donc $120\,x = 60\,x + 15\,x + 10\,x + 6\,x + 4\,x + 6\,000$.

Donc $25\,x = 6\,000$.

Par conséquent, $x = \frac{6\,000}{25} = 240$.

Augias possédait 240 bœufs.

68 Bœuf (6)

Énigme

« Une de mes voisines, dit tante Jane, a acheté une certaine quantité de bœuf à deux shillings la livre, et la même quantité de saucisses à dix-huit pence la livre.
Je lui ai fait remarquer que si elle avait partagé le même argent également entre bœuf et saucisses, elle aurait gagné un poids de deux livres.

Pouvez-vous me dire exactement combien elle a dépensé ? »

(Une livre a la même valeur que 500 grammes. 1 shilling a la même valeur que 12 pence.)

« 20. Bœuf et saucisses »,
Amusements in Mathematics, Henry Ernest Dudeney, 1917

(Solution de l'auteur)

(1 livre sterling a la même valeur que 20 shillings.)

La dame a acheté 48 livres de bœuf à 2 shilling, et la même quantité de saucisses à 1 shilling et 6 pence, dépensant ainsi 8 livres sterling 8 shillings.
Aurait-elle acheté 42 livres de boeuf et 56 livres de saucisses, elle aurait dépensé 4 livres sterling 4 shillings sur chacun, et aurait obtenu 98 livres au lieu de 96 livres – un gain de poids de 2 livres.

69 Bovin

Énigme

John Beef est un paisible éleveur, père de trois enfants d'âges tous différents.
Si vous demandez à John le nombre de têtes de bétail de son cheptel, il vous répondra d'une façon sibylline :
« Si je multiplie le nombre de mes bêtes par le produit des âges de mes trois enfants, j'obtiens le même résultat que si j'ajoute au carré du nombre de bêtes de mon troupeau la somme des carrés des âges de mes enfants.
De plus, le nombre de têtes de bétail de mon troupeau est bien supérieur à l'âge de ma fille aînée, mais ce nombre est le plus petit possible permettant cette égalité avec quatre nombres tous différents. »

Combien John Beef possède-t-il d'animaux ?

Note. Le troupeau de John, constitué de bovins, est certifié parfaitement sain sur le plan vétérinaire.

« Les vaches de John », *50 nouvelles énigmes pour lycéens et +*, Éd. Pole

Le problème se ramène à trouver quatre nombres strictement positifs tous différents a, b, c et d satisfaisant à l'équation

$$a\,b\,c\,d = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \tag{1}$$

L'équation (1), étudiée par le mathématicien Adolf Hurwitz (1859-1919), présente la propriété suivante :

si $(a\,;b\,;c\,;d)$ est solution de (1)
alors $(a\,;b\,;c\,;a\,b\,c-d)$ est également solution de (1)

À partir de solutions « primitives », on peut ainsi construire une chaîne de solutions, toute solution étant soit primitive, soit issue d'une solution primitive.

À l'aide d'encadrements, on détermine l'unique solution qui convient : $(2\,;6\,;22\,;262)$.

John possède donc 262 bovins.

70 Brachiosaure

Énigme

Les restes d'un superbe spécimen de brachiosaure ont été découverts récemment dans le Colorado.
La masse m, en tonnes, de ce brachiosaure est solution de l'équation

$$x - 10 = 30.$$

En résolvant l'équation

$$x + m = 2\,019,$$

tu trouveras l'année où il fut découvert.
En résolvant l'équation

$$x \div 0,07 = m,$$

tu trouveras la longueur en centimètres de son omoplate.
En résolvant l'équation

$$2\,x = 3\,m + 100,$$

tu trouveras enfin son âge (en millions d'années).

« É7. Jurassique »,
Exos-Malices, Quatrième-troisième-seconde, ACL-Éditions, 1997

Les restes de ce brachiosaure, qui pesait 40 tonnes, ont été découverts dans le Colorado en 1979. Son omoplate mesurait 2,82 m et son âge est estimé à 160 millions d'années.
(Source : *Le livre des records*, 1993)

71 Brebis (1)

Énigme

Tous les soirs, Marine rentre ses 170 brebis dans trois bergeries différentes.
Le nombre de brebis de la bergerie A est le double du nombre de brebis de la bergerie B.
Dans la bergerie C, Marine rentre 20 brebis.

Combien de brebis y a-t-il dans chaque bergerie ?

Rallye mathématique de Champigny, 2003

Dans la bergerie C, il y a 20 brebis.

Les bergeries A et B regroupent donc $170 - 20 = 150$ brebis.

De plus, le nombre de brebis de la bergerie A est le double du nombre de brebis de la bergerie B. Donc les deux bergeries regroupent trois fois le nombre de brebis de la bergerie B.

Par conséquent, le nombre de brebis de la bergerie B est $150 \div 3 = 50$.

On déduit que le nombre de brebis de la bergerie 1 est $50 \times 2 = 100$.

72 Brebis (2)

Énigme

Les agnelages viennent de se terminer, Bruno est très fatigué et va enfin pouvoir passer une bonne nuit de sommeil.
Avant de rentrer chez lui, il a compté 332 têtes de moutons de tout âge et de tout sexe dans sa bergerie.
Il possède un bouc, 118 brebis ont accouché d'un agneau, 25 brebis ont donné naissance à des jumeaux et 3 brebis ont eu des triplés.

Combien possède-t-il de brebis qui n'ont pas eu de petit ?

« 1. L'agnelage », *Concours Bombyx*, Demi-finale, 6$^{\text{ème}}$, 2012

Sur les 332 moutons, on enlève 1 bouc, 118 brebis et 118 agneaux, puis 25 brebis et 50 agneaux et enfin 3 brebis et 9 agneaux : il reste le nombre de brebis qui n'ont pas eu de petit cette année.
$332 - 1 - (118 \times 2) - (25 \times 3) - (3 \times 4) = 8$
Huit brebis n'ont pas eu de petit.

73 Brebis (3)

Énigme

Bruno a 146 brebis qui peuvent être traites.
En ce moment, chaque brebis reste 12 minutes dans la salle de traite.
La salle peut accueillir 20 brebis en même temps.
Quelle sera, en minutes, la durée de la traite de ce soir ?

« 2. La traite », *Concours Bombyx*, Demi-finale, $6^{\text{ème}}$, 2012

$146 = (20 \times 7) + 6$ et $6 < 20$: Bruno doit donc faire 8 groupes de 20 brebis.
$12 \times 8 = 96$.
La durée de la traite de ce soir sera de 96 minutes.

74 Brebis (4)

Énigme

Avant la tonte, chaque mouton est numéroté ; on ne tond pas les agneaux.
Pour tracer les numéros sur la laine, on utilise neuf modèles de pochoirs portant les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 car le pochoir 6 est utilisé aussi pour le 9 (à l'envers !).
Aujourd'hui, Bruno numérote 146 brebis de son troupeau en commençant à partir de 1.

1. Combien de fois utilisera-t-il le pochoir 6 pour numéroter les 146 brebis ?
2. Combien de chiffres Bruno va-t-il marquer en tout dans la journée ?
3. Avec un litre de peinture, on peut marquer cinquante chiffres. Combien de litres de peinture Bruno va-t-il utiliser pour marquer les 146 mères ? (Donner la valeur approchée à l'unité par excès).

« 4. La tonte », *Concours Bombyx*, Demi-finale, $6^{\text{ème}}$, 2012

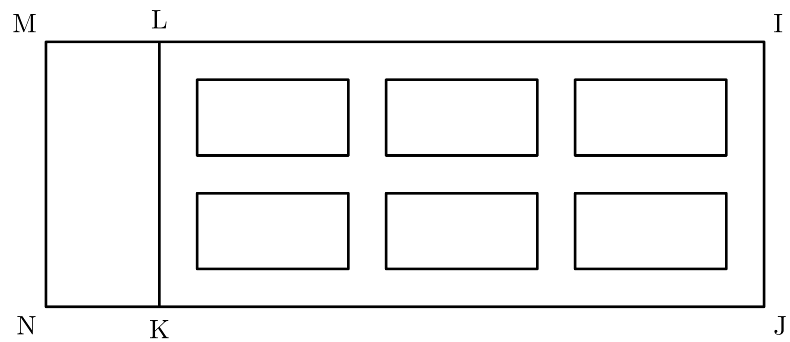
1. 6, 9, 16, 19, 26, 29, 36, 39, 46, 49, 56, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 76, 79, 86, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 106, 109, 116, 119, 126, 129, 136, 139, 146
   Les nombres soulignés doivent être comptés deux fois !
   Il utilisera 49 fois le pochoir 6 pour numéroter les 146 brebis.
2. $9 + (90 \times 2) + (47 \times 3) = 9 + 180 + 141 = 330$
   Bruno va marquer 330 chiffres en tout dans la journée.
3. $330 = (50 \times 6) + 30$.
   Bruno va utiliser six litres complets et il devra en entamer un septième pour les trente derniers chiffres donc la réponse est 7 litres.

75 Brebis (5)

Énigme

La bergerie a la forme représentée ci-dessus, mais les dimensions ne sont pas respectées.
Le rectangle MLKN est l'endroit où l'on stocke les aliments.
Le rectangle LIJK contient six zones dans lesquelles sont parquées les brebis.
Ces zones sont séparées par des allées de quatre mètres de largeur et sont toutes de même dimension.
Leur longueur est le double de leur largeur.

1. Quelle est la largeur de chacune des six zones ?
2. Quelle est la longueur de la bergerie (NJ sur le dessin) ?



IJ = 30 m   NK = 8 m

« 4. La bergerie », *Concours Bombyx*, Quarts de finale, $4^{\text{ème}}$, 2020

1. IJ mesure 30 mètres.
   Si on enlève les 3 allées de 4 mètres chacune, il reste 18 mètres ($4 \times 3 = 12$; $30 - 12 = 18$) pour les 2 largeurs des deux zones.
   Donc la largeur d'une zone est de 9 mètres ($18 \div 2 = 9$).
2. La longueur d'une zone est le double de sa largeur.
   Donc la longueur d'une zone est de 18 mètres ($2 \times 9 = 18$).
   $\mathrm{KJ} = 3 \times 18 + 4 \times 4 = 54 + 16 = 70$
   .$\mathrm{NJ} = \mathrm{NK} + \mathrm{KJ} = 8 + 70 = 78$.
   La longueur de la bergerie mesure 78 mètres.

76 Brochet

Énigme

Dans un étang, il y a des gardons et des brochets.
Alain pêche à la mouche et prend deux fois plus de gardons que de brochets, alors qu'Alex, avec sa canne à lancer, attrape autant de brochets que de gardons.
Alex est un pêcheur expérimenté : il pêche trois fois plus de poissons qu'Alain.
Les poissons pêchés sont conservés dans le même vivier.

On y prend un brochet au hasard : calculer la probabilité qu'il ait été pris à la cuillère (par Alex).

Exercices ordinaires de probabilités, G. Frugier, Éd. Ellipses

Soit a le nombre de brochets et b le nombre de gardons pris par Alain.
Soit c le nombre de brochets et d le nombre de gardons pris par Alex.

Nous avons : $b = 2\,a$, $c = d$ et $c + d = 3\,(a + b)$.

On en déduit : $c = \dfrac{9}{2}\,a$.

Le nombre total de brochets est $a + c = \dfrac{11}{2}\,a$.

Le nombre de brochets pris par Alex étant $c = \dfrac{9}{2}\,a$, la probabilité pour un brochet d'avoir été pris par Alex est $p = \dfrac{9}{11}$.

77 Bufflonne

Énigme

Un vase A contient un litre de lait de vache et un vase B contient un litre de lait de bufflonne.
On verse verse un demi-litre de lait de vache de A dans B, on mélange soigneusement et on verse un quart de litre de ce mélange dans le vase A.
On mélange soigneusement ce que contient maintenant A et on verse un quart de litre dans B.
Enfin après avoir mélangé le contenu de B, on en verse un demi-litre dans A.

À la fin de ces opérations, A contient-il plus de lait de vache que B ne contient de lait de bufflonne ?

D'après *100 jeux numériques*, P. Berloquin, Le livre de poche

Le vase A contient la même quantité de liquide avant et après les rations et il en est de même pour B.

Les volumes de lait de bufflonne ont été remplacés par des volumes de lait de vache égaux.

Il y a donc autant de lait de vache dans le lait de bufflonne qu'il y a de lait de bufflonne dans le lait de vache.

78 Cafard

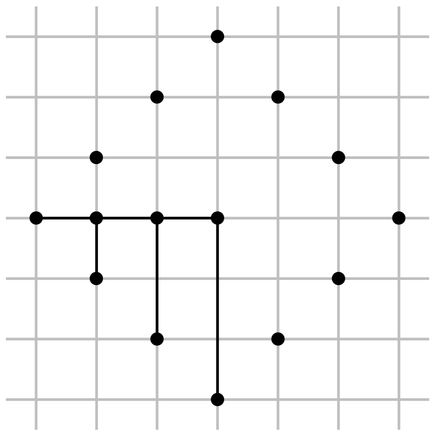
Énigme

Gaspard le cafard se déplace uniquement sur les lignes d'un quadrillage dont les carrés ont un côté de longueur 1 cm.

1. Si Gaspard se trouve sur un croisement du quadrillage, combien de croisements sont pour lui à la distance de 3 cm ?
2. Si Gaspard se trouve sur un croisement du quadrillage, combien a-t-il de chemins possibles de longueur 3 cm à partir de ce croisement ?

« 4. Gaspard le cafard », *Concours Bombyx*, Finale, CM2 - 6^{eme}, 2019

1. Si Gaspard se trouve sur un croisement du quadrillage, 12 croisements sont pour lui à la distance de 3 cm.



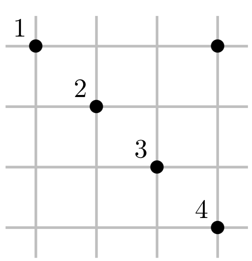
2. Du point de départ au point 1, il y a un seul chemin de 3 cm. De même pour aller au point 4.

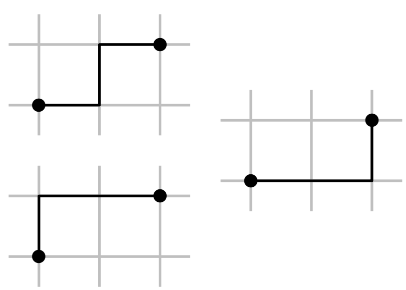
   Du point de départ au point 2, il y a trois chemins de 3 cm. De même pour aller au point 3.

   On totalise donc huit chemins.

   On obtient le même résultat si on se dirige vers le haut à gauche, le haut à droite ou le bas à droite sans compter en double les chemins qui vont en ligne droite.

   Si Gaspard se trouve sur un croisement du quadrillage, il a $6 \times 4 + 2 + 2$, soit 28 chemins possibles de longueur 3 cm à partir de ce croisement.





79 Camécéros

Énigme

Le zoo de Belbosse est spécialisé dans les camélidés : on y trouve exclusivement des lamas qui n'ont pas de bosse, des dromadaires qui ont chacun une bosse, des chameaux ayant deux bosses et un camécéros, animal extraordinaire et unique.
Il y a dans ce zoo autant de lamas que de chameaux, mais plus de chameaux que de dromadaires ; le nombre total d'animaux (les dromadaires, les chameaux, les lamas et le camécéros) est 17 ; le nombre total de bosses de tous ces animaux est 21.

Combien le camécéros a t-il de bosses ?

« Le camécéros », 8$^{\text{ème}}$ Championnat International de Jeux Mathématiques et Logiques, 1994

Notons qu'à eux deux, un lama et un chameau possèdent deux bosses (0 bosse + 2 bosses), c'est-à-dire exactement autant que deux dromadaires (1 bosse + 1 bosse).

Or il y a autant de lamas que de chameaux. Si l'on remplaçait chaque couple lama-chameau par un couple de dromadaires, les nombres de bosses et de têtes ne changeraient donc pas ! Il ne resterait plus alors que des dromadaires, au nombre de 16 et 1 camécéros. Les seize dromadaires, à eux tous, totaliseraient 16 bosses.
Or $21 - 16 = 5$.
On en déduit que le camécéros, quant à lui, possède cinq bosses.

80 Caméléon (1)

Énigme

Dans un archipel étrange, il y a un caméléon gris, sept caméléons bruns et cinq caméléons rouges.
Quand deux caméléons de couleurs différentes se rencontrent, ils prennent tous les deux la même couleur.

Montrer qu'il est possible qu'au bout d'un certain temps, il n'y ait plus que des caméléons rouges.

D'après « Les caméléons », Tournoi mathématique du Limousin, Lycée, 1997

Considérons les transformations suivantes :

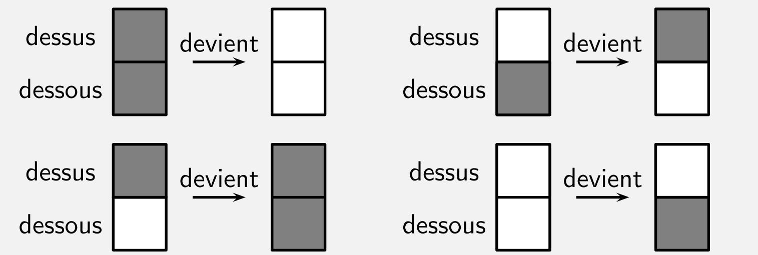
Rencontre	Gris	Bruns	Rouges
	1	7	5
Bruns-Rouges	3	6	4
Bruns-Rouges	5	5	3
Gris-Bruns	4	4	5
Gris-Bruns	3	3	7
Gris-Bruns	2	2	9
Gris-Bruns	1	1	11
Gris-Bruns	0	0	13

Il ne reste donc que des caméléons rouges.

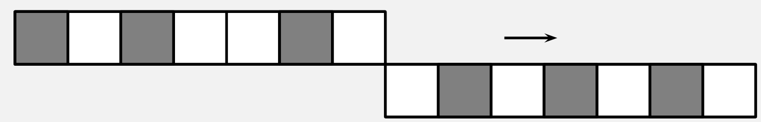
81 Caméléon (2)

Énigme

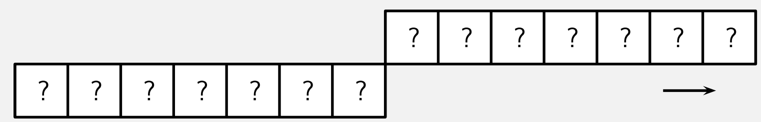
Dans le pays de Noiréblanc, les caméléons ont de drôles d'habitudes. Le corps des caméléons adultes est constitué de sept cases qui peuvent être noires ou blanches, et passer d'une couleur à l'autre selon les circonstances.
Lorsque deux caméléons se croisent, les cases en contact changent de couleur suivant la règle illustrée sur le dessin ci-dessous.



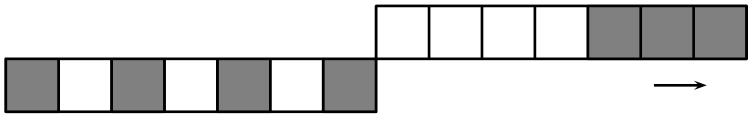
Deux caméléons se rencontrent et l'un passe par-dessus l'autre.
Voici leur position et leurs couleurs au départ :



On demande de colorier la position finale.



« Les caméléons », 13ème championnat international des jeux mathématiques et logiques, Finale internationale, 1997



On remarque que les cases du bas changent de couleur à chaque passage d'une case au-dessus, quelles que soient les couleurs des deux cases. Les sept cases du caméléon du haut doivent passer sur chacune des cases du caméléon du bas, qui changeront de couleur 7 fois, et seront, après le croisement, noire-blanche-noire-blanche-noire-blanche-noire.

De même, on remarque que lorsqu'une case, de couleur quelconque, passe sur une case noire, elle change de couleur, et que, lorsqu'elle passe sur une case blanche, elle conserve sa couleur.

La première case du caméléon du haut, blanche, doit passer sur 3 cases noires, et changera donc de couleur.
La seconde, noire, passera sur 4 cases noires (les couleurs du bas se seront inversées) ; elle gardera donc sa couleur.
De la même façon, la troisième case, blanche, passera sur 3 cases noires, et deviendra noire.
La quatrième, blanche, passera sur 4 cases noires et restera blanche.
La cinquième, noire, passera sur 3 cases noires et deviendra blanche.
La sixième, blanche, passera sur 4 cases noires et restera blanche.
Enfin, la septième, noire, passera sur 3 cases noires et deviendra blanche.

Après le croisement, le caméléon du haut sera donc noir-noir-noir-blanc-blanc-blanc-blanc, et celui du bas, noir-blanc-noir-blanc-noir-blanc-noir.

82 Camélidé

Énigme

Dans une réserve, on a regroupé dans le même parc 15 dromadaires, 10 chameaux et 5 lamas.
Un visiteur prend sur une même photo trois camélidés au hasard.

Sachant que tous ces ongulés ont la même probabilité d'être photographiés, calculer le nombre moyen de bosses photographiées sur un grand nombre de photographies.
(Rappel : le chameau a deux bosses, le dromadaire a une bosse et le lama n'a pas de bosse)

D'après *Exercices ordinaires de probabilités*, G. Frugier, Éd. Ellipses

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de bosses photographiées. La moyenne cherchée est égale à l'espérance $\mathrm{E}(X)$ de X.

L'ensemble Ω des éventualités est l'ensemble des combinaisons de trois animaux parmi trente animaux : $\mathrm{Card}(\Omega) = \binom{30}{3} = 4\,060$.

Les événements élémentaires sont équiprobables, de probabilité $p = \dfrac{1}{4\,060}$.

Issue	X	$4\,060 \times$ Probabilité
3 C	6	$\binom{30}{3} = 120$
2 C et 1 D	5	$\binom{10}{2}\binom{15}{1} = 675$
(2 C et 1 L) ou (1 C et 2 D)	4	$\binom{10}{2}\binom{15}{1} + \binom{10}{1}\binom{15}{2} = 1\,275$
(1 C, 1 D et 1 L) ou (3 D)	3	$\binom{10}{1}\binom{15}{1}\binom{5}{1} + \binom{15}{3} = 1\,205$
(1 C et 2 L) ou (2 D et 1 L)	2	$\binom{10}{1}\binom{5}{2} + \binom{15}{2}\binom{5}{1} = 625$
1 D et 2 L	1	$\binom{15}{1}\binom{5}{2} = 150$
3 L	0	$\binom{5}{3} = 10$

On en déduit :

$$4\,060\,\mathrm{E(X)} = 6 \times 120 + 5 \times 675 + 4 \times 1\,275 + 3 \times 1\,205 + 2 \times 625 + 1 \times 675 + 0 \times 10$$

Donc $4\,060\,\mathrm{E}(X) = 14\,210$.

Par conséquent, $\mathrm{E}(X) = 14\,210 \div 4\,060 = 3,5$.

83 Canard (1)

Énigme

Un canard sauvage met 9 jours pour aller de Norvège au Maroc et 7 jours pour aller du Maroc en Norvège.
Deux canards partent ensemble l'un de Norvège, l'autre du Maroc.
On suppose que chacun d'eux vole en ligne droite à vitesse constante.

Combien de temps après leur envol se rencontreront-ils ?

« Migrations croisées », 8ème Championnat International de Jeux Mathématiques et Logiques

Prenons comme unité de distance la distance Norvège-Maroc.
Dans le sens Norvège-Maroc, un canard vole à la vitesse de $1/9$ d'unité par jour et, dans le sens Maroc-Norvège, à la vitesse de $1/7$ d'unité par jour.
En un jour, les deux canards se sont rapprochés de $1/9 + 1/7$, soit $16/63$ d'unité.
Il leur faudra donc $63/16$ de jour pour se rejoindre, soit 3 jours et $15/16$ jours, ou encore 3 jours 22 heures et 30 minutes.

84 Canard (2)

Énigme

Un marchand de canards vend des gros et des petits canards.
Le prix d'un gros est deux fois celui d'un petit.
Bernard aime les canards et en achète cinq gros et trois petits.
S'il avait acheté trois gros et cinq petits, il aurait économisé 20 €.

Quel est le prix de chaque canard ?

« Bernard aime les canards », Rallye Mathématique des Antilles et de la Guyane, Finale « Écoles », 2012

Puisque le prix d'un gros canard est deux fois celui d'un petit,

- cinq gros et trois petits coûtent autant que treize petits ;
- trois gros et cinq petits coûtent autant que onze petits.

La différence de prix est égale à celle du prix de deux petits lapins ($13 - 11$).

Or cette différence est aussi égale à 20 €.

Par conséquent, le prix d'un petit lapin est égal à 10 € ($20 \div 2$) et le prix d'un gros lapin est égal à 20 € (10×2).

85 Canard (3)

Énigme

Dans la cour, il y a le même nombre de porcs, de canards et de poules. Ces animaux ont, tous ensemble, 144 pattes.

Combien y a-t-il de canards ?

A) 43 B) 42 C) 35 D) 21 E) 18

« Les canards », Série 3***,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **E**

Un porc, un canard et une poule ont huit pattes à eux trois.
$144 \div 8 = 18$
Il y a donc dix-huit animaux de chaque sorte et donc dix-huit canards.

86 Canard (4)

Énigme

C'est la fête foraine.
En plus des manèges il y a trois jeux installés :

- le jeu des fléchettes (F) ;
- le jeu de quilles (Q) ;
- le jeu de la pêche aux canards (C).

Aujourd'hui, il y a une offre spéciale de billets qui permet de jouer trois parties à deux jeux différents : deux fois à un même jeu et une fois à un autre, dans l'ordre écrit sur les billets.
Voici quelques exemples de billets :

- F F C pour jouer deux fois de suite aux fléchettes puis une fois à la pêche aux canards ;
- F C F pour jouer aux mêmes jeux mais dans un ordre différent (aux fléchettes en premier, puis à la pêche aux canards et de nouveau aux fléchettes) ;
- Q C C pour une première partie du jeu de quilles puis deux parties de suite à la pêche aux canards.

Les 20 élèves de la classe de $5^{\text{ème}}$ de l'école voisine décident de profiter de l'offre spéciale et de jouer chacun trois fois en jouant deux fois à un même jeu.

Ces 20 élèves pourront-ils avoir des billets tous différents ?

« 2. Fête foraine », $27^{\text{ème}}$ Rallye mathématique transalpin, Cat. 3, 4, Mars-avril 2019

(Il s'agit de trouver tous les arrangements de trois éléments différents dont l'un est répété deux fois.)

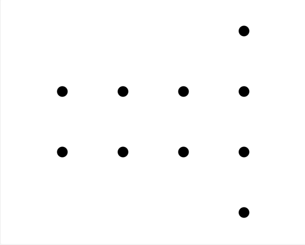
Il y a 18 arrangements possibles : QCC, CQC, CCQ, FCC, CFC, CCF, CQQ, QCQ, QQC, FQQ, QFQ, QQF, CFF, FCF, FFC, QFF, FQF, FFQ.

Il n'y aura pas 20 billets différents pour la classe (certains élèves devront choisir des mêmes billets).

87 Canard (5)

Énigme

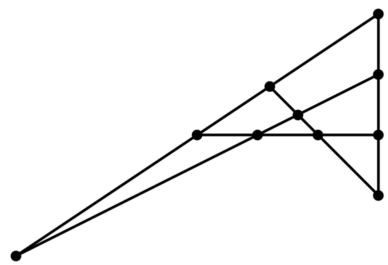
La figure ci-dessous montre dix canards avançant sous forme géométrique, montrant trois rangées de quatre en ligne.



Maintenant, réorganisez-les pour qu'il y ait cinq rangées de quatre en ligne, simplement en changeant la position du moins de canards possible.

« Duck shooting at Buzzards' Bay », *Sam Loyd's Cyclopedia of 5000 Puzzles, Tricks and Conundrums with Answers*, 1914

On déplace deux canards.



Note : Dans l'illustration de Sam Loyd, le canard en bas à gauche de la figure est exactement sur la besace du chasseur !

88 Canari (1)

Énigme

François tente de choisir un canari parmi les seize qu'il possède.
Il les installe sur des balançoires de telle sorte à les voir sous la forme d'un carré de quatre lignes et de quatre colonnes.
Il commence par prendre le plus grand canari de chaque rangée puis choisit le plus petit d'entre eux.
Puis il change d'idée. Il remet les canaris à leur place, prend le plus petit canari de chaque colonne puis choisit le plus grand d'entre eux.
Il se trouve que les deux canaris sont différents.

Quel est le plus grand ?

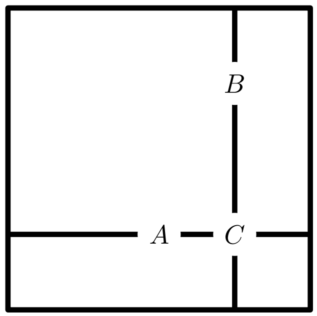
D'après *100 jeux logiques*, Pierre Berloquin, n° 82

Appelons A le premier canari et B le second.

Si A et B sont dans la même rangée, A est le plus grand.

Si A et B sont dans la même colonne, B est le plus petit.

S'ils sont dans des rangées et des colonnes différentes, appelons C le canari qui se trouve au point de rencontre de la rangée de A et de la colonne de B. C est plus petit que A, mais plus grand que B.



A est donc toujours plus grand que B.

89 Canari (2)

Énigme

Julien, Manon, Nicolas et Fabien ont chacun un animal qu'ils aiment tendrement.
L'un d'eux a un chat, l'autre un chien, l'autre un poisson rouge et le dernier un canari.
Manon a un animal à poil.
Fabien a un animal à quatre pattes.
Nicolas a un oiseau.
Julien et Manon n'aiment pas les chats.

Quelle est la phrase fausse ?

A) Fabien a un chien.
B) Nicolas a un canari.
C) Julien a un poisson.
D) Fabien a un chat.
E) Manon a un chien.

Kangourou des mathématiques, Épreuve « Écoliers », 2002

Réponse A.

« Nicolas a un oiseau ». Donc Nicolas a un canari. (B)

« Manon a un animal à poil » : elle a donc un chien ou un chat. Or « Manon n'aime pas les chats ». Donc Manon a un chien. (E)

« Fabien a un animal à quatre pattes ». Le chien appartenant à Manon, Fabien a un chat. (D)

Julien a donc le poisson rouge. (C)

90 Cane (1)

Énigme

Passez de COQ à ÂNE ou bien de CANE à ŒUF en changeant une seule lettre à la fois, mais en en gardant l'ordre.

```
C    O    Q
...  ...  ...
...  ...  ...
...  ...  ...
...  ...  ...
A    N    E
```

```
C    A    N    E
...  ...  ...  ...
...  ...  ...  ...
...  ...  ...  ...
...  ...  ...  ...
...  ...  ...  ...
O    E    U    F
```

De telles suites de mots sont appelées *doublets de Carroll* (en référence à leur auteur). De façon plus générale, les doublets (appelés aussi « échelle de mots ») sont un jeu de mots où l'on passe d'un mot à l'autre à l'aide de l'une des conditions suivantes : changement de l'ordre des lettres, changement d'une seule lettre et ajout d'une lettre. Voici un doublet de Carroll : RIME – MIRE – MITE – MISE – MISEZ.

Le site `http://graner.net/nicolas/divers/doublets.html` donne 3 solutions pour passer de COQ à ÂNE et 8 solutions pour passer de CANE à ŒUF.

Deux solutions parmi d'autres pour passer de COQ à ÂNE :

C O Q	C O Q
C O I	C O L
C R I	C I L
C R E	A I L
A R E	A I E
A N E	A N E

Une solution parmi d'autres pour passer de CANE à ŒUF :

```
C A N E
C E N E
C E N T
V E N T
V E U T
V E U F
O E U F
```

91 Cane (2)

Énigme

Le marchand d'œufs a devant lui six paniers d'œufs.
Chaque panier contient des œufs d'une seule sorte, de poule ou de cane.
Les nombres d'œufs de chaque panier sont : 15 6 29 14 12 et 23.
Le marchand dit, en montrant un panier que je n'arrive pas à voir : « Si je vends ce panier, il me restera exactement deux fois plus d'œufs de poule que d'œufs de cane ».

Pourriez-vous dire de quel panier il parle ?

« Des œufs de poule et des œufs de cane ! », Rallye mathématique de l'académie de Lyon, 2014

Il y a en tout $15+6+29+14+12+23=99$ œufs.

Après retrait des œufs, il restera l'équivalent de trois fois le nombre du nombre d'œufs de cane.

Ce reste est un nombre multiple de 3, tout comme 99. Par conséquent, le nombre d'œufs retirés est aussi un nombre multiple de 3.

Parmi les six nombres proposés, seuls trois sont des multiples de 3.

- Le panier retiré contient 15 œufs.
  Il reste donc $99-15=84$ œufs.
  C'est-à-dire $84 \div 3 = 28$ œufs de cane.
  Mais il n'est pas possible de trouver une combinaison de nombres dont la somme soit égale à 28.
  Ce cas est impossible.
- Le panier retiré contient 6 œufs.
  Il reste donc $99-6=93$ œufs.
  C'est-à-dire $93 \div 3 = 31$ œufs de cane.
  Mais il n'est pas possible de trouver une combinaison de nombres dont la somme soit égale à 31.
  Ce cas est impossible.
- Le panier retiré contient 12 œufs.
  Il reste donc $99-12=87$ œufs.
  C'est-à-dire $87 \div 3 = 29$ œufs de cane.
  C'est ce que contient un panier.

Le panier dont parle le marchand comntient 12 œufs.

92 Caneton

Énigme

En 2012, il y a 29 jours au mois de février.
Le 15 mars 2012, les canetons de Jean sont âgés de 20 jours.

Quel jour les canetons sont-ils nés ?

A) le 19 février	B) le 21 février	C) le 23 février
D) le 24 février	E) le 26 février	

Kangourou des mathématiques, 2006, Sujet E, n$^{\circ}$ 12

Réponse **D**

20	15 mars	9	4 mars
19	14 mars	8	3 mars
18	13 mars	7	2 mars
17	12 mars	6	1er mars
16	11 mars	5	29 février
15	10 mars	4	28 février
14	9 mars	3	27 février
13	8 mars	2	26 février
12	7 mars	1	25 février
11	6 mars	0	24 février
10	5 mars		

93 Cardinal

Énigme

Quatre oiseaux ont pris l'habitude de chanter chacun sur une plateforme tous les matins pendant un certain temps.
Oiseaux : cardinal, merle, perruche, rossignol
Plateformes : belvédère, grange, hangar, tour
Temps en minutes : 2, 3, 5, 7

1. L'oiseau qui chante sur une grange le fait plus longtemps que le rossignol.
2. Le cardinal chante deux minutes de moins que l'oiseau sur un belvédère.
3. L'oiseau sur une grange chante pendant sept minutes.
4. La perruche chante moins de cinq minutes et ne le fait pas sur un hangar.

Découvrez la plateforme de chaque oiseau et le temps consacré au chant.

« On chante le matin », `http://www.charleries.net/`

Oiseau	Plateforme	Temps
Cardinal	Hangar	3 min
Merle	Grange	7 min
Perruche	Tour	2 min
Rossignol	Bélvédère	5 min

94 Cases à animaux

Énigme

Monsieur Zanoli a pris quatre photos de la case de son meilleur ami. Puis, avec son drone, il a pris des photos des toits des cases de ses six voisins dont son ami.

Entoure la case du meilleur ami de Monsieur Zanoli.

photo de face

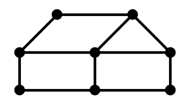


photo de derrière

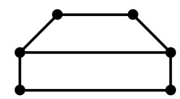


photo de droite

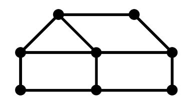
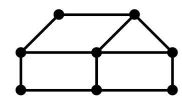
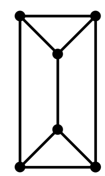


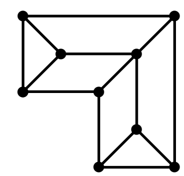
photo de gauche



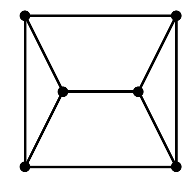
Case à Tig



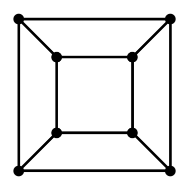
Case à Lapin



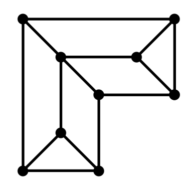
Case à Makak



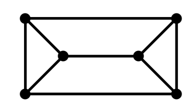
Case à Zamba



Case à Racoon

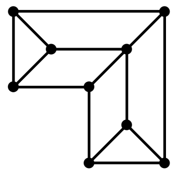


Case à Bouc



« 5. Quelle drone de case »,
28eme Rallye Mathématique de l'IREM de l'Université des Antilles, Épreuve de sélection, Guadeloupe, catégorie 5 SEGPA(4e-3e), 2019

Case à Lapin



95 Castor (1)

Énigme

Quatre castors aiment jouer avec des tunnels magiques.
Lorsqu'ils entrent tous ensemble dans un tunnel, ils en ressortent dans un ordre différent.

- Si le tunnel est noir, ils en ressortent en ordre inverse *(fig. 1)*.
- Si le tunnel est blanc, ils en ressortent dans le même ordre sauf que le premier et le dernier échangent leurs place *(fig. 2)*.

Les quatre castors traversent successivement les tunnels ci-dessous *(fig. 3)*.

Déterminer l'ordre dans lequel ils vont ressortir.

fig. 1

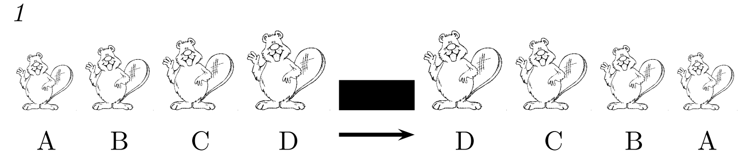


fig. 2

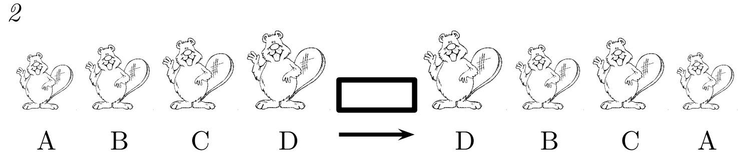
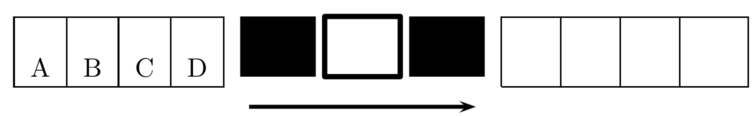


fig. 3



« Tunnels magiques », Concours *Castor informatique*, 2013

Ils ressortent dans l'ordre D C B A.

Méthode 1

On part des deux observations suivantes :

- le résultat final ne change pas si l'on change l'ordre des tunnels ;
- si les castors passent successivement dans deux tunnels noirs alors leur ordre ne change pas.

L'effet des deux tunnels noirs s'annule ici. Le passage à travers les trois tunnels est donc équivalent au passage dans le seul tunnel blanc. L'effet de ce tunnel blanc étant décrit dans le sujet, il suffit d'en recopier l'ordre de sortie des castors.

Méthode 2

On applique les règles des tunnels les unes après les autres, en représentant la position des quatre castors à la sortie de chacun des trois tunnels :

0. A B C D

1. D C B A

2. A C B D

3. D C B A

96 Castor (2)

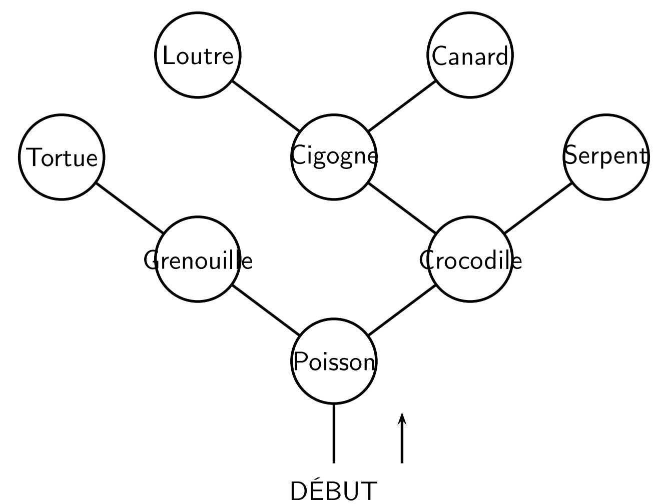
Énigme

Castor fait un tour en canoë dans une région riche en rivière et petits lacs.
Il souhaite tous les visiter.
C'est pourquoi il procède systématiquement.
Castor sait que chaque lac ne compte qu'un maximum de deux rivières qui s'y jettent et qu'il n'a pas encore explorées.
À chaque fois qu'il atteint un lac, il décide comment poursuivre son exploration :

- s'il y a deux rivières pas encore explorées, il prend celle de gauche ;
- s'il n'y a qu'une rivière pas encore explorée, il prend celle-ci ;
- sinon il rebrousse chemin jusqu'au lac précédent.

Le tour en canoë se termine dès que Castor a exploré tous les lacs et qu'il est revenu à son point de départ.
Dans chaque lac, Castor rencontre un animal.
Il note son nom lorsqu'il le rencontre pour la première fois.

Dans quel ordre note-t-il les animaux rencontrés ?



« Tour de canoë », Concours *Castor informatique*, 2010

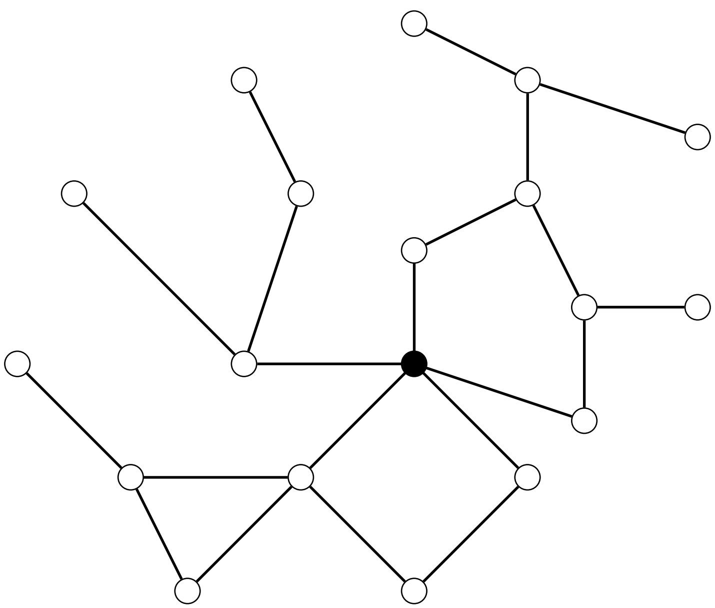
1. Poisson
2. Grenouille
3. Tortue
4. Crocodile
5. Cigogne
6. Loutre
7. Canard
8. Serpent

97 Castor (3)

Énigme

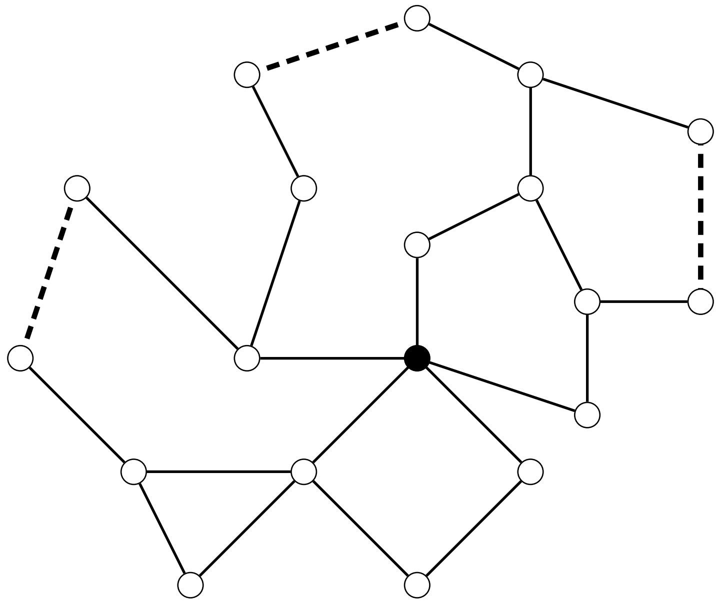
Au pays des castors, l'électricité est produite par un barrage (en noir sur la figure ci-dessous), et toutes les maisons sont reliées par des lignes électriques.
Les castors souhaitent construire des lignes électriques supplémentaires afin que la coupure d'une seule ligne ne suffise pas à priver une maison d'électricité.

Aidez les castors en leur montrant où construire les lignes, et en nombre minimum.



« Transport d'électricité », Concours Castor informatique

Il suffisait de 3 lignes (nombre minimum) pour que le réseau résiste à la destruction d'une seule ligne.

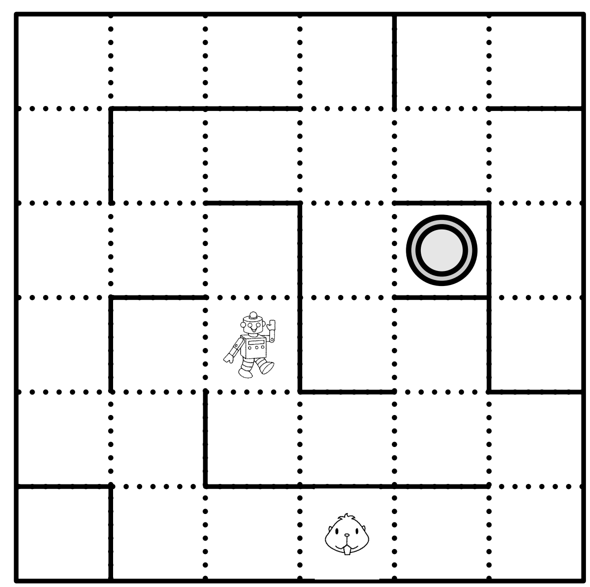


98 Castor (4)

Énigme

En arrivant sur Pluton, Castor a trouvé un robot que l'on peut diriger en sifflant.
Lorsque Castor a sifflé les notes « *Mi*, *Mi*, *La*, *La*, *Si* », le robot s'est déplacé depuis la case de Castor jusqu'à sa place actuelle sur la carte.
Castor veut maintenant que le robot continue son chemin jusqu'à l'étrange palais doré.
Il sait siffler quatre notes : *Do*, *Mi*, *La* et *Si*.

Écrire la suite de notes que Castor doit siffler.



« Langage alien »,
`http://concours.castor-informatique.fr`

Pour résoudre ce sujet, il faut indiquer à quelle direction correspond chaque note. Pour arriver à sa position, il a le choix entre deux départs : à gauche (et alors il y aura 5 étapes) ou à droite (et alors il y aura 7 étapes). Comme 5 notes ont été sifflées, c'est le premier choix qui est à retenir.

Pour arriver à sa position en 5 étapes, le robot a forcément dû s'éloigner de Castor en partant de 2 cases, puis en montant de 2 cases, puis en allant de 1 case à droite.

On écrit d'une part les déplacements faits et d'autre part les notes sifflées :

$$\begin{array}{ccccc} \leftarrow & \leftarrow & \uparrow & \uparrow & \rightarrow \\ \textit{Mi} & \textit{Mi} & \textit{La} & \textit{La} & \textit{Si} \end{array}$$

On en déduit que *Mi* correspond à « gauche », *La* correspond à « haut » et *Si* correspond à « droite ». Du coup, *Do* correspond à « bas ».

Il y avait deux chemins de 7 déplacements chacun permettant au robot de rejoindre le palais doré. Les deux solutions correspondantes sont :

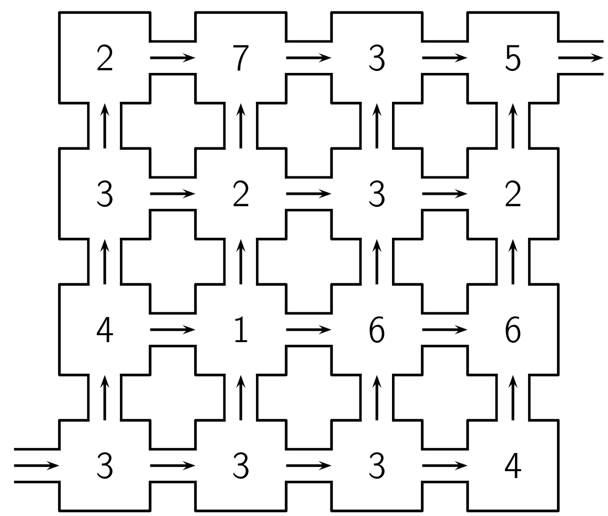
- *Do*, *Si*, *Si*, *La*, *Mi*, *La*, *Si* pour le chemin passant par le bas ;
- *La*, *Mi*, *La*, *Si*, *Si*, *Do*, *Si* pour le chemin passant par le haut.

99 Castor (5)

Énigme

Les castors ont un jeu qui exerce à la fois leur agilité et leur intelligence. Cela se passe dans un système de grottes reliées par des tunnels. Le meneur de jeu dépose un certain nombre de pommes de pin dans chaque grotte. Les tunnels entre les grottes sont à sens unique, indiqué par des flèches. Les castors sont obligés de suivre le sens de la flèche. Le joueur ramasse toutes les pommes de pins qu'il trouve sur son passage. Le système de grotte est dessiné ci-dessous. Les chiffres donnent le nombre de pomme de pin déposées dans chaque grotte.

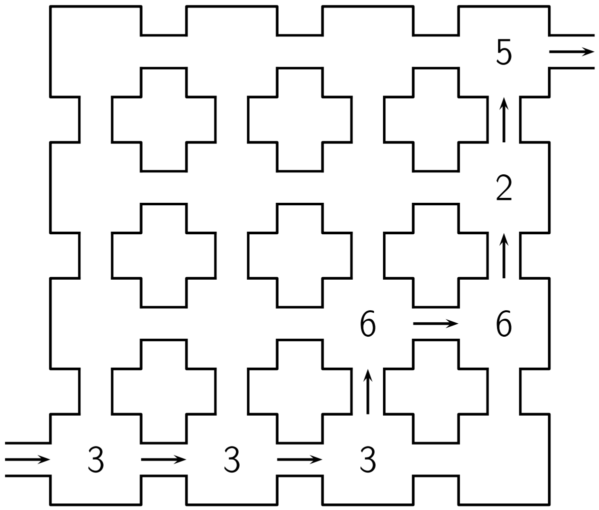
Combien de pommes de pin un castor peut-il ramasser au maximum en effectuant un passage ?



« Pomme de pin », Concours Castor informatique, Entraînement 2010

La réponse est 28.

Le meilleur chemin donnant ce résultat est :



100 Castor (6)

Énigme

Le castor aime courir.
Chaque matin après s'être levé, il part courir.
Voici son programme.

Activité « courir » :

- exécute l'activité « courir autour du bloc »
- exécute l'activité « courir autour du bloc »
- exécute l'activité « courir autour du bloc »

Activité « courir autour du bloc » :

- exécute l'activité « courir le long de la route »
- exécute l'activité « courir le long de la route »
- exécute l'activité « courir le long de la route »
- exécute l'activité « courir le long de la route »

Activité « courir le long de la route » :

- fais 100 pas en courant
- tourne-toi de 90 degrés vers la gauche

Combien de pas a couru Castor lorsqu'il a effectué une fois l'activité « courir » ?

A. 100 pas B. 300 pas C. 400 pas D. 1 200 pas

« Castor sportif », Concours Castor informatique

Réponse D : 1 200 pas

Exécuter une fois l'activité « courir le long de la route » correspond à 100 pas.

Exécuter une fois « courir autour du bloc » va exécuter 4 fois « courir le long de la route » , soit un total de $4 \times 100 = 400$ pas.

Exécuter une fois « courir » va exécuter 3 fois « courir autour du bloc », ce qui va exécuter 12 fois « courir le long de la route », soit $12 \times 100 = 1\,200$ pas.

101 Chameau (1)

Énigme

Un chamelier, père de trois fils, décède.

Il possède dix-sept chameaux, il en lègue la moitié à son premier fils, le tiers à son deuxième, et le neuvième à son troisième.

Mais 17 n'étant divisible ni pas 2, ni par 3, ni par 9, les fils sont fort embarrassés.
Ils vont alors consulter le vieux sage du village et celui-ci leur propose une solution très pratique.

Comment a-t-il fait ?

Le sage rajoute son chameau. Il y a maintenant 18 chameaux.

L'aîné hérite de la moitié, soit 9 chameaux.
Le cadet hérite du tiers, soit 6 chameaux.
Le benjamin hérite du neuvième, soit 2 chameaux.

$9 + 6 + 2 = 17$: il reste un chameau, celui du sage qui le récupère.

C'est un grand classique !

Ce problème est basé sur la décomposition de la fraction $\dfrac{n}{n+1}$ sous la forme de la somme $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c}$, où a, b, c et n désignent des entiers.

Il y a sept possibilités pour le choix de n :

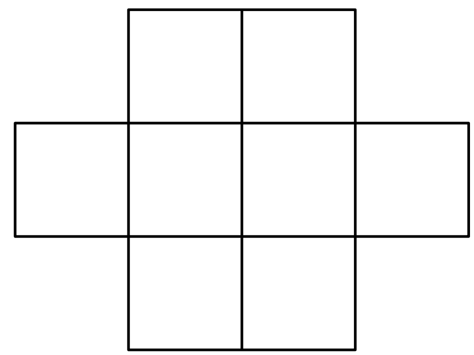
n	a	b	c	$n = \dfrac{n+1}{a} + \dfrac{n+1}{b} + \dfrac{n+1}{c}$
7	2	4	8	$7 = 4 + 2 + 1$
11	2	3	12	$11 = 6 + 4 + 1$
11	2	4	6	$11 = 6 + 3 + 2$
17	2	3	9	$17 = 9 + 6 + 2$
19	2	4	5	$19 = 10 + 5 + 4$
23	2	3	8	$23 = 12 + 8 + 3$
41	2	3	7	$41 = 21 + 14 + 6$

102 Chameau (2)

Énigme

Ali Danbari veut mettre en pâture huit jeunes dromadaires de 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 et 15 ans sur un terrain dont la forme est représentée ci-dessous.
Mais, pour une raison qui lui est propre, il ne veut pas que deux dromadaires d'âges consécutifs se trouvent côte à côte (c'est-à-dire dans des parcelles qui correspondent par un côté ou un sommet)

Aidez Ali Danbari à disposer ses dromadaires sur les parcelles.



« Ah le chameau ! », Association nigérienne des jeux mathématiques

Il y a une seule solution, aux symétries près :

	10	12	
14	8	15	9
	11	13	

103 Chameau (3)

Énigme

M. Crucheau, qui vit dans le désert, part avec sa camionnette et ses cruches vers le marché de l'oasis voisine.
Il dispose de 9 récipients de contenances respectives 3 litres, 6 litres, 10 litres, 11 litres, 15 litres, 17 litres, 23 litres, 25 litres et 30 litres.
Il revient avec deux fois plus de lait de chameau que d'huile d'olive, et trois fois plus d'eau que de lait de chameau.
Tous ses récipients sont complètement remplis, sauf un qui reste vide.

Pouvez-vous indiquer au-dessus de chaque cruche, le liquide qu'elle contient : E pour eau, L pour lait de chameau, H pour huile d'olive et V pour cruche vide ?

« Histoire d'eau », *Les mètres du mystère*, 3ème Championnat de France de Jeux Mathématiques et Logiques

Soit x le nombre de litres de lait de chameau, y celui de litres d'huile et z celui de litres d'eau. Soit v la contenance du vase vide.

On a :

$$\begin{cases} x = 2\,y \\ z = 3\,x = 6\,y \\ y + 2\,y + 6\,y = 3 + 6 + 10 + 11 + 15 + 17 + 23 + 25 + 30 - v \end{cases}$$

On en tire :

$$9\,y = 140 - v$$

Pour que $140 - v$ soit divisible par 9, seule convient la solution $v = 23$.
Il vient : $y = 13$
Il s'ensuit que $x = 26$ et $z = 78$.

Il y a une seule façon d'obtenir 13 litres d'huile avec les cruches disponibles : $13 = 3 + 10$
Pour obtenir 26 litres de lait, sont disponibles les cruches de contenances respectives 6, 11, 15 et 17 litres (la cruche de 23 litres est vide). Il y a une seule possibilité : $26 = 11 + 15$

Il ne reste plus qu'à vérifier que : $6 + 17 + 25 + 30 = 78$

D'où la répartition :

3	6	10	11	15	17	23	25	30
H	E	H	L	L	E	V	E	E

104 Chameau (4)

Énigme

Un quart d'un troupeau de chameaux a été vu dans la forêt.
Deux fois la racine carrée de ce troupeau s'en est allé sur les pentes montagneuses.
Et trois fois cinq chameaux sont restés sur les berges de la rivière.

Combien y a-t-il de chameaux dans ce troupeau ?

Le mathématicien indien Mahāvirā a proposé cette énigme dans son *Gaṇita-sāra-saṅgraha* (vers. 850).

On désigne par c le nombre de chameaux.

Le troupeau (d'effectif c) est partagé en trois groupes : celui dans la forêt (d'effectif $\frac{1}{4}\,c$), celui dans les pentes montagneuses (d'effectif $2\sqrt{c}$) et celui sur les berges (d'effectif $3 \times 5 = 15$).

L'énoncé se traduit par l'équation $c = \frac{1}{4}\,c + 2\sqrt{c} + 15$.

Cela équivaut à $\frac{3}{4}\,c - 15 = 2\sqrt{c}$.

On élève au carré chacun des membres, pour éliminer le radical.

L'équation équivaut à $\frac{9}{16}\,c^2 - \frac{45}{2}\,c + 225 = 4\,c$.

Cela équivaut à $\frac{9}{16}\,c^2 - \frac{53}{2}\,c + 225 = 0$.

Cela équivaut à $9\,c^2 - 424\,c + 3\,600 = 0$.

Le déterminant de cette équation du second degré est
$\Delta = (-424)^2 - 4 \times 92 \times 3\,600 = 50\,176$.

L'équation admet deux racines,
$c_1 = \dfrac{-(-424) - \sqrt{50\,176}}{2 \times 9} \approx 11,1$ et $c_2 = \dfrac{-(-424) - \sqrt{50\,176}}{2 \times 9} = 36$.
La solution devant être entière, on ne garde que c_2.

Le nombre de chameaux du troupeau est égal à 36.

105 Chameau (5)

Énigme

Les 7 chameaux de Sita boivent 7 bonbonnes d'eau tous les 7 jours.
Ses 5 dromadaires boivent 5 bonbonnes d'eau tous les 5 jours.

Qui boit le plus, un des chameaux ou un des dromadaires de Sita ?

« 2. 4 pattes », *Concours Bombyx*, Finale, $6^{\text{ème}}$, 2012

Un chameau boit une bonbonne d'eau en 7 jours, soit un septième de bonbonne par jour.
Un dromadaire boit une bonbonne en 5 jours, soit un cinquième de bonbonne par jour.
Un cinquième est plus grand qu'un septième donc c'est le dromadaire qui boit plus que le chameau.
Un dromadaire de Sita boit davantage qu'un de ses chameaux.

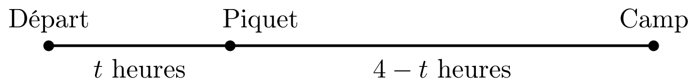
106 Chameau (6)

Énigme

Un chamelier se trouve à l'entrée du désert et doit ravitailler en eau un camp qui se trouve à 16 km de là.
Il dispose d'une réserve de 100 L d'eau et de deux chameaux qui se déplacent à 4 km/h.
Lorsqu'il se déplace, un chameau peut porter jusqu'à 50 L d'eau et il consomme 4 L d'eau par heure alors qu'à l'arrêt, il ne consomme que 1 L d'eau par heure.
Le chamelier, quant à lui, consomme 2 L d'eau par heure en marchant et 1 L d'eau par heure à l'arrêt.
Un chameau qui n'est pas conduit par son chamelier ne sait pas se diriger dans le désert.
Le chamelier peut attacher un chameau à un piquet et le laisser seul.

Combien le chamelier peut-il livrer d'eau au maximum au camp, sachant qu'il doit ressortir du désert (au même endroit que l'entrée) avec ses deux chameaux ?

« 13. Le chamelier », 22$^{\text{ème}}$ Championnat des jeux mathématiques et logiques, Finale, Jour 1, 2008



On note x la quantité d'eau déposée au camp.
Il est clair qu'au piquet, le chamelier ne doit garder qu'un chameau et 50 litres d'eau donc $50 = 2 \times (4-t) \times (4+2) + x$.
Les 50 autres litres servent pour le reste :
$50 = 2 \times t \times (4+4+2) + 2 \times (4-t) \times 1$.
La seconde équation donne alors $t = \dfrac{42}{18} = \dfrac{7}{3}$.
Puis la première équation devient $50 = 2 \times \dfrac{5}{3} \times 6 + x$.
Donc $x = 50 - 20 = 30$.

Le chamelier peut livrer 30 litres d'eau au maximum.

107 Chasse

Énigme

Cinq amis aux noms prédestinés, M. Biche, M. Lièvre, M. Cerf, M. Sanglier et M. Chevreuil, reviennent d'une partie de chase.
Ils en ramènent les animaux correspondants à leurs noms, mais pas nécessairement dans cet ordre.
Chacun a tué un seul animal, ne correspondant pas à son propre nom.
Chacun a également raté un animal différent, qui n'est pas le même que celui qu'il a tué et qui ne correspondant pas à son nom non plus.
Le cerf qui a été tué par le chasseur ayant le nom du gibier raté par M. Chevreuil.
La biche a été tuée par le chasseur ayant le nom du gibier raté par M. Lièvre.
M. Cerf, qui a raté un chevreuil, a été très déçu de ne tuer qu'un lièvre.

Quelles sont les bêtes ratées et tuées par chacun ?

100 jeux logiques, Pierre Berloquin, n° 98

Nous savons que M. Cerf rate le chevreuil et tue le lièvre. Comme M. Chevreuil ne peut rater le chevreuil (même nom), il ne tue pas le cerf. De même, le cerf n'a pas pu être tué par M. Cerf, et il n'est pas raté par M. Chevreuil.
Puisque M. Lièvre ne peut rater ni le lièvre ni le chevreuil, ni M. Lièvre ni M. Chevreuil ne tuent la biche.
La biche, qui n'a pas pu être tuée par M. Biche, n'est pas ratée par M. Lièvre.
Seul M. Sanglier peut avoir tué la biche. C'est donc M. Lièvre qui rate le sanglier, et M. Chevreuil qui rate la biche. Le cerf est alors tué par M. Biche et le chevreuil, tué par M. Lièvre.

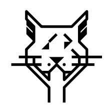
Chasseurs	ratent	tuent
M. Lièvre	sanglier	chevreuil
M. Biche	lièvre	cerf
M. Cerf	chevreuil	lièvre
M. Sanglier	cerf	biche
M. Chevreuil	biche	sanglier

108 Chat (1)

Énigme

Il y a sept maisons.
Dans chaque maison, il y a sept chats.
Chaque chat mange sept souris.
Chaque souris mange sept épis de blé.
Chaque épi contient sept héqats de grain.

Combien de choses en tout ?



Le héqat est une unité de volume utilisée pour mesurer, entre autres, le grain ; il vaut environ 4,8 litres.

Ce problème est le problème 79 du papyrus Rhind, rédigé il y a plus de 3 650 ans par le scribe Ahmès. Ce papyrus est, en partie, une copie de résultats plus anciens remontant aux Babyloniens, qui ont donc plus de 4 000 ans.

Entité	*Effectif*
Maisons	7
Chats	$7 \times 7 = 49$
Souris	$7 \times 49 = 343$
Épis	$7 \times 343 = 2\,401$
Héqats	$7 \times 2\,401 = 16\,807$

Le nombre total d'objets est :

$$7 + 49 + 343 + 2\,401 + 16\,807$$

c'est-à-dire 19 607.

Cette somme est aussi la somme des cinq premiers termes de la suite géométrique de premier terme 7 et de raison 7. Elle est donc égale à $7 \times \dfrac{7^5 - 1}{7 - 1}$.

109 Chat (2)

Énigme

Un gros chat noir se trouve au milieu d'un rond de treize souris toutes noires à l'exception d'une seule qui est blanche.
Il tourne en rond tout le long du cercle toujours dans le même sens et compte chaque fois jusqu'à 13.
Il croque toutes les treizièmes souris.
Il voudrait garder la souris blanche comme morceau de choix et la manger en dernier.

Comment doit-il commencer ?

Ce problème est inspiré du problème 232 que Dudeney a écrit dans *Amusements in mathematics* (1917).

On numérote 1 la souris blanche et de façon quelconque les treize autres souris.
On compte ensuite de 13 en 13.
On trouve que la dernière souris a le numéro 8.
Il suffit alors de faire tourner tous les numéros autour du rond jusqu'à ce que le numéro 8 soit en face de la souris blanche.
On constate que le numéro 1 vient en face de la souris qui est à la septième place (rappelons que la souris blanche est à la première place).
C'est par cette souris que le chat doit commencer.

110 Chat (3)

Énigme

À Math-City, il y a 10 000 animaux domestiques, chiens et chats.
Mais 10 % des chiens pensent être des chats tandis que 10 % des chats pensent être des chiens.
Les autres chiens et chats sont parfaitement normaux !
Dans un sondage, 26 % des animaux sondés prétendent être des chiens.

Combien y a-t-il de chats ?

« Comme chiens et chats », Jeux mathématiques du Sahel (Niger), 1991

Désignons par x le nombres de chats et par y le nombre de chiens.

Comme il y a 10 000 animaux domestiques, on peut écrire :

$$x + y = 10\,000$$

26 % des animaux, autrement dit 2 600 animaux, se prétendent chiens.
Ce sont :

- 10 % des chats (les névrosés !), $\dfrac{x}{10}$ animaux ;
- 90 % des chiens (les normaux), $\dfrac{9\,y}{10}$ animaux.

Par conséquent :

$$\frac{x}{10} + \frac{9\,y}{10} = 2\,600$$

Par conséquent, on a :

$$x + 9\,y = 26\,000$$

En soustrayant la première équation à cette dernière équation, on a :

$$8\,y = 16\,000$$

Donc $y = 2\,000$.
On déduit : $x = 8\,000$

Il y a donc 8 000 chats à Math-City.

111 Chat (4)

Énigme

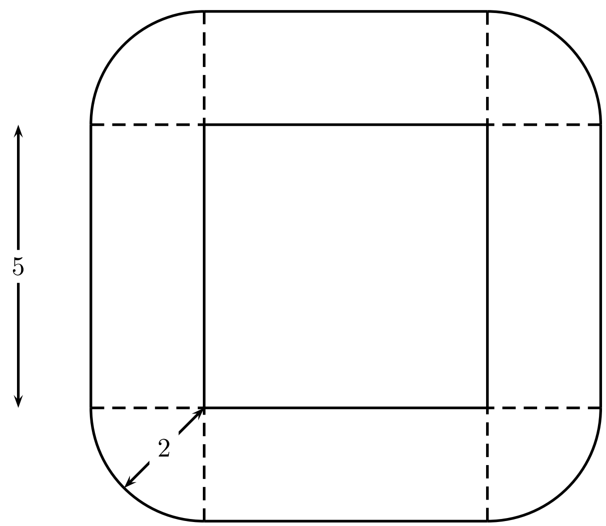
Une piscine de forme carrée a un périmètre de 100 mètres.
Félix, le chat, fait un tour complet du bassin.
Comme il a horreur des éclaboussures, il reste constamment à deux mètres du bord.

Quelle est la longueur du parcours de Félix ?

« Chat mouille ! », Rallye Mathématique Champagne-Ardenne, 1993

La piscine a un côté qui mesure en mètres $100 \div 4$, c'est-à dire 25 mètres.

Le parcours du chat se compose de 4 segments longs de 25 m et de 4 quarts de cercle de rayon 2 m.



La longueur de son parcours sera égal à

$$4 \times 25 + 4 \times \frac{1}{4} \times 2 \times \pi \times 2 = 100 + 4\,\pi$$

c'est-à-dire environ à 112,57 mètres.

112 Chat (5)

Énigme

Fido, Calin et Toudou sont trois magnifiques chats.

- Le pelage de Fido est long.
- Celui qui a le poil ras est tout noir.
- Calin est tacheté.

Lequel est le blanc, et lequel a les poils bouclés ?

« Chats », *Les jeux du Kangourou des collèges*, 1995

L'énoncé permet d'obtenir le tableau suivant, complété au fur et à mesure :

Chats	Couleur	Poils
Calin	tacheté	bouclés
Fido	blanc	longs
Toudou	noir	ras

- Fido est blanc.
- Calin est tout bouclé.

113 Chat (6)

Énigme

En pesant ses animaux, Olivier a obtenu les résultats suivants :
- le chat et le lapin pèsent ensemble 10 kg ;
- le chien et le lapin pèsent ensemble 20 kg ;
- le chat et le chien pèsent ensemble 24 kg.

Combien pèsent les trois animaux réunis ?

[(Le chat et le lapin) et (le chien et le lapin) et (le chat et le chien)] pèsent ensemble [10 kg + 20 kg + 24 kg].

Donc les deux chats, les deux chiens et les deux lapins pèsent ensemble 54 kg.

Donc le chat, le chien et le lapin pèsent ensemble 27 kg.

(En poursuivant, on trouve que le chien pèse 17 kg, le chat, 7 kg, et le lapin, 3 kg.)

114 Chat (7)

Énigme

Pour leur anniversaire Sébastien, Fatou et Clara vont avoir chacun un animal, un chat, un poisson ou un canari.
Cherche lequel en t'aidant des indices suivants.

- L'animal de Sébastien n'a pas de plume.
- L'animal de Clara n'a pas d'écaille.
- Fatou a déjà un chat, elle veut un autre animal.
- Sébastien est allergique aux poils de chat.

« Remue-méninges sur le remue-ménage dans la ménagerie », Rallye mathématique 2014-2015, Épreuve 1 – CE2, Académie de Versailles

La solution se base sur le tableau suivant, construit au fur et à mesure :

	Sébastien	Fatou	Clara
Poisson	Oui	Non	Non
Chat	Non	Non	Oui
Canari	Non	Oui	Non

Sébastien va avoir un poisson, Fatou va avoir un canari et Clara va avoir un chat.

115 Chat (8)

Énigme

Une planète est habitée par des chats verts qui disent toujours la vérité et par des chats noirs qui mentent toujours.
Cinq chats disent dans l'ordre :
« Je suis vert.
— Au moins 3 d'entre nous sont verts.
— Le premier chat est noir.
— Au moins 3 d'entre nous sont noirs.
— Nous sommes tous noirs. »

Combien de chats sont verts ?

« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du vendredi 10 juillet, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Le premier et le troisième chats disent le contraire l'un de l'autre.
Par conséquent, l'un d'entre eux est noir et l'autre est vert.
Le même raisonnement est valable est valable pour le deuxième et le quatrième chat (en remarquant que l'on peut reformuler ce qu'ils disent en « il y a une majorité de chats verts » ou « il y a une majorité de chats noirs »).
Ainsi, il y a parmi les 4 premiers chats 2 noirs et 2 verts.
Cela entraîne que le cinquième ment et donc qu'il est noir.
Il y a donc en tout 2 chats verts et 3 chats noirs.

116 Chat (9)

Énigme

En 2017, un vétérinaire a reçu 100 chats adultes dont la moitié étaient des femelles.
La moitié de ces femelles étaient accompagnée par sa portée de chatons.
La moyenne de chatons par portée était de 4.

Au total combien de chats ont été amenés chez le vétérinaire ?

« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du mardi 22 août, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Il y avait $\frac{100}{2} = 50$ femelles adultes, et donc 25 étaient accompagnées par leur portée.
Nous avons donc $25 \times 4 = 100$ chatons.
Ainsi le total de chats amenés chez le vétérinaire est de $100 + 100 = 200$.

117 Chat (10)

Énigme

Monsieur A, Monsieur B et Monsieur C possèdent un certain nombre de chats.
Si on multiplie le nombre de chats de Monsieur A avec le nombre de chats de Monsieur B et de Monsieur C ensemble, on obtient 70.
Si on multiplie le nombre de chats de Monsieur B avec le nombre de chats de Monsieur A et de Monsieur C ensemble, on obtient 78.
Si on multiplie le nombre de chats de Monsieur C avec le nombre de chats de Monsieur A et de Monsieur B ensemble, on obtient 88.

Combien chacun a-t-il de chats ?

« Chats multipliés », `http://www.recreomath.qc.ca/`

On exclut 1 et 2 comme valeurs de A, de B et de C.
Les autres diviseurs de 70 sont : 5, 7, 10, 14.
Les autres diviseurs de 78 sont : 3, 6, 13, 26.
Les autres diviseurs de 88 sont : 4, 8, 11, 22.
Les trois valeurs sont dans ces diviseurs.
Si l'on prend une valeur dans une série, on doit trouver une valeur dans chacune des deux autres séries.
On multiplie la première valeur par la somme des deux autres. On obtient alors le produit correspondant à la première valeur. Seuls les nombres 5, 6 et 8 satisfont à cette condition.

Monsieur A possède cinq chats ; Monsieur B a six chats ; Monsieur C a huit chats.

118 Chat (11)

Énigme

1. Il n'y a pas de chat non dressé aimant le poisson.
2. Il n'y a pas de chat sans queue jouant avec un gorille.
3. Les chats avec moustache aiment toujours le poisson.
4. Il n'y a pas de chat dressé aux yeux verts.
5. Il n'y a pas de chat avec une queue, à moins d'avoir des moustaches.

Les chats aux yeux verts jouent-ils avec les gorilles ?

« Les chats de Lewis Carroll », *300 énigmes, casse-tête et jeux de logique pour booster vos neurones*, Nicolas Conti

Les chats aux yeux verts sont non dressés (4).

les chats non dressés n'aiment pas le poisson (1).

Les chats qui n'aiment pas le poisson n'ont pas de moustaches (3).

Les chats sans moustaches n'ont pas de queue (5).

Et les chats sans queue ne jouent pas avec les gorilles (2).

119 Chat (12)

Énigme

Dans une pièce carrée, il y a un chat dans chaque coin.
À droite de chaque chat, se trouve un chat.
À gauche de chaque chat, se trouve un chat.
En face de chaque chat, se trouve un chat.

Combien y a-t-il de chats en tout ?

Quatre seulement, un dans chaque coin de la pièce carrée.

120 Chat (13)

Énigme

Une chatte a 6 chatons : un tout blanc, un tout noir, un tout roux, un blanc et noir, un blanc et roux, un noir et roux.
Louise en choisit trois tels que deux quelconques aient au moins une couleur commune.

Combien de choix différents peut-elle faire ?

A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

Kangourou des mathématiques, Épreuve « $6^{\text{ème}}$ - $5^{\text{ème}}$ », 2011

Réponse C.

Louise peut, soit choisir les trois chatons bicolores, soit choisir un chaton unicolore avec les 2 autres contenant cette couleur (ex. : blanc + blanc et noir + blanc et roux).

Ce qui lui fait 4 possibilités.

121 Chat (14)

Énigme

Sous la véranda d'Isabelle, une chatte surveille ses chatons qui jouent avec des mouches et des araignées.
Il y a deux fois plus de mouches que d'araignées et trois araignées de plus que de chatons.
Au total, il y a 184 pattes sous cette véranda.
Tout le monde sait qu'une mouche a six pattes et qu'une araignée en a huit.

Combien Isabelle a-t-elle de chats ?

« Sous la véranda », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Mai 2006, Finale 4$^{\text{ème}}$

Soit x le nombre d'araignées.

Alors le nombre de mouches est $2\,x$ et le nombre de chatons est $x-3$.

Le nombre total de pattes est donné par

$$x \times 8 + 2\,x \times 6 + (x-3) \times 4 + 4 = 184$$

(Il ne faut pas oublier les 4 pattes de la maman chatte...)

Donc $8\,x + 12\,x + 4\,x - 12 + 4 = 184$

Donc $24\,x = 192$.

Par conséquent, $x = 8$.

Sous cette véranda, il y a par conséquent 8 araignées, $8 \times 2 = 16$ mouches et $8 - 3 = 5$ chatons.

Isabelle a 6 chats, la maman et ses 5 petits.

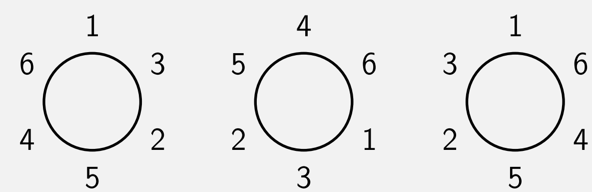
122 Chat (15)

Énigme

Au restaurant *Chaton Gourmet*, une table ronde a été réservée pour six chats.
Ceux-ci viennent manger et chatter une fois par jour.
Ces chats sont chaton 1 et chaton 2 qui sont de la même portée, chaton 3 et chaton 4 qui sont d'une autre même portée, chaton 5 et chaton 6 qui sont d'une autre même portée.
La politique du restaurant est la suivante.

1. Ne jamais placer comme voisins deux chatons de la même portée.
2. La disposition des six chats est différente à chaque jour.

Voici trois dispositions qui comptent pour une seule :

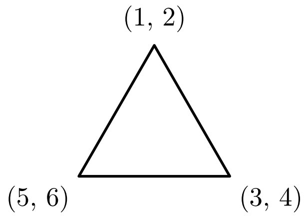


Pendant combien de jours les chats pourront-ils venir se rassasier dans ce restaurant jusqu'à ce que toutes les dispositions soient prises ?

« Chaton Gourmet », http://recreomath.qc.ca/

Il y a trois couples de chatons qui ne doivent pas être voisins : (1, 2), (3, 4), (5, 6).

On trace un graphe de trois arêtes et on fait correspondre à chaque sommet un de ces couples.



En commençant par 1, on pourra trouver toutes les dispositions. On se déplace sur les côtés du graphe en revenant en arrière au besoin et en choisissant l'un ou l'autre des chatons d'un couple.

Voici les 16 dispositions possibles :

1. 132546
2. 132645
3. 135246
4. 135264
5. 135426
6. 136245
7. 136254
8. 136425
9. 142536
10. 142635
11. 145236
12. 145326
13. 146235
14. 146325
15. 153246
16. 154236

123 Chat (16)

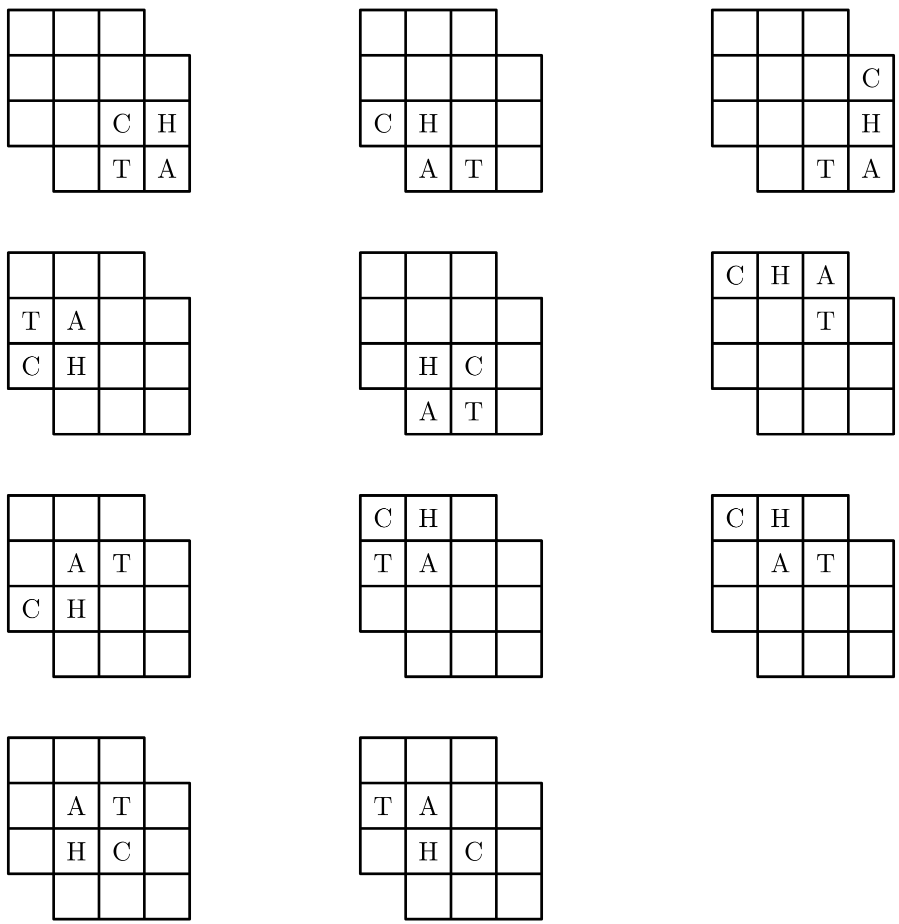
Énigme

Combien de fois, en passant d'une case à une autre case ayant un côté commun, lit-on le mot CHAT dans le tableau ci-dessous ?

C	H	A	
T	A	T	C
C	H	C	H
	A	T	A

D'après un défi déposé sur le site de Jean-Louis Sigrist en 2004

On le lit 11 fois.



124 Chat (17)

Énigme

Pour remplacer ses vieilles bottes de 7 lieues usées, le Chat Botté s'en est fait offrir une nouvelle paire, encore plus magique.
Avec ces nouvelles bottes, il peut faire des enjambées simples ou des super-enjambées.
Les enjambées simples lui permettent simplement d'avancer de 7 lieues...
Les super-enjambées lui permettent de multiplier par 7 la distance totale parcourue depuis son départ.
Par exemple, s'il est à 35 lieues du départ, la super-enjambée lui permet de se propulser à 245 lieues du départ.
Un jour, le Chat Botté décide de se rendre de Strasbourg à Kazan, en Russie.

Comment devra-t-il composer les enjambées et les super-enjambées pour parcourir exactement ces 700 lieues au plus vite ?

« Chat va vite », Rallye mathématique sans frontière, 3$^{\text{ème}}$-2$^{\text{nde}}$, 2009

$(7+7) \times 7 \times 7 + 7 + 7 = 700$

Le chat botté se rend de Strasbourg à Kazan en 2 enjambées simples, suivies de 2 super-enjambées et 2 enjambées simples pour finir.

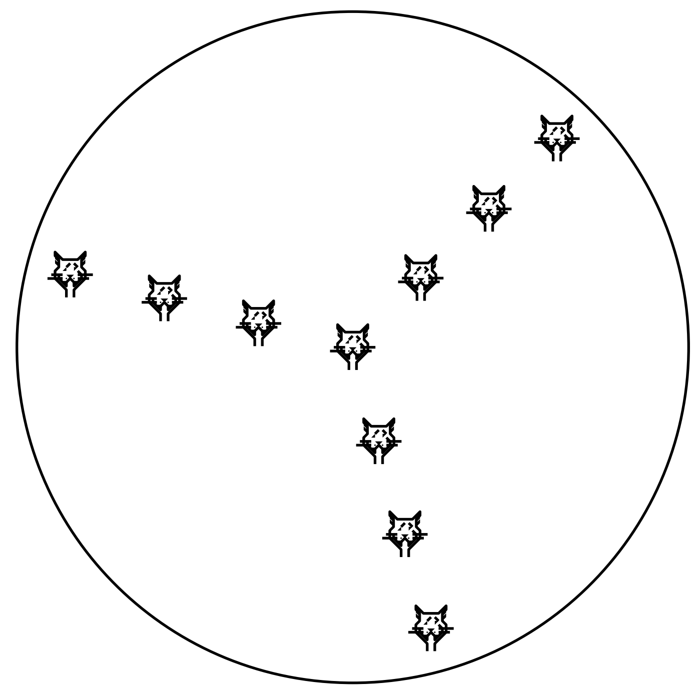
Cette solution est la solution optimale ($700 = 2 \times 7^3 + 2 \times 7$).

125 Chat (18)

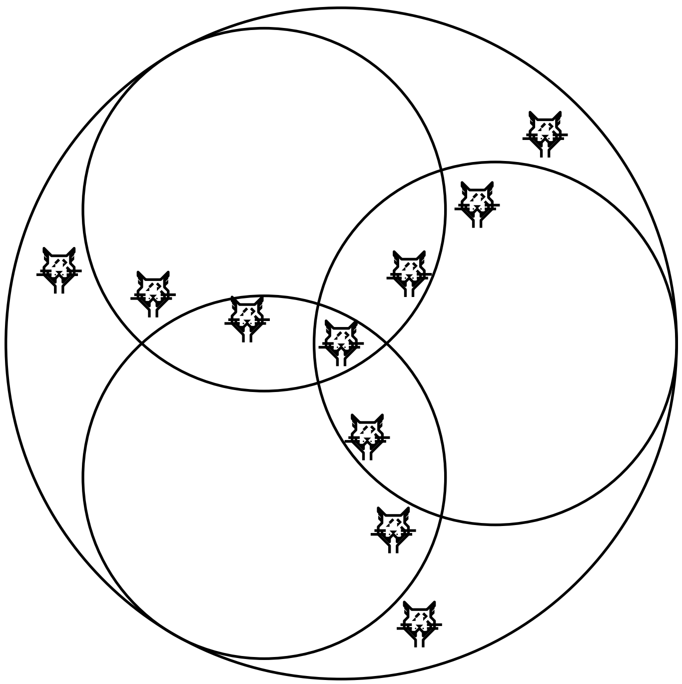
Énigme

Un magicien a placé dix chats à l'intérieur d'un cercle magique, comme indiqué ci-dessous, et les a hypnotisés afin qu'ils restent immobiles tant qu'il le désire.
Il a ensuite proposé de dessiner trois cercles à l'intérieur du grand, de sorte qu'aucun chat ne puisse s'approcher d'un autre chat sans traverser un cercle magique.

Essayez de dessiner les trois cercles de sorte que chaque chat ait sa propre enceinte et ne puisse atteindre un autre chat sans franchir une ligne.



« The wizard's cats », *Amusements in mathematics*, n° 167, Henry Ernest Dudeney, 1917

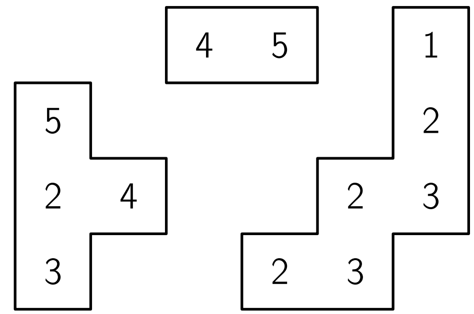


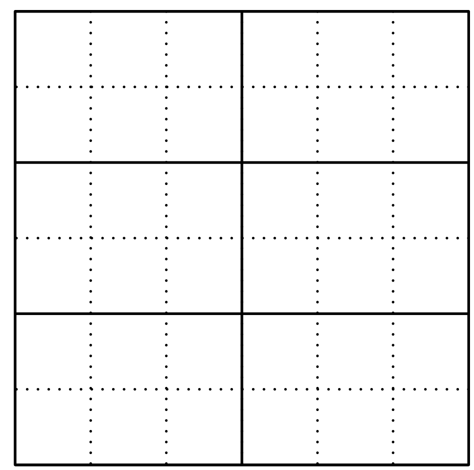
126 Chat (19)

Énigme

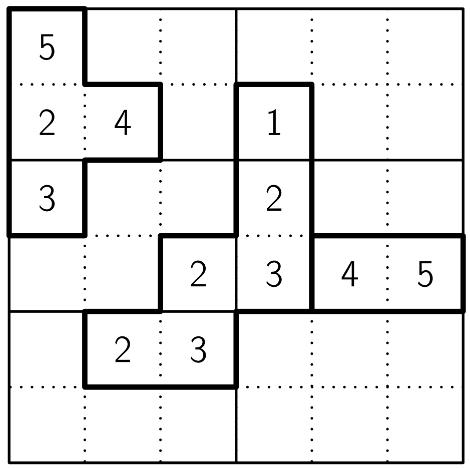
La chatte Mistigrille a mangé une partie de la solution du sudoku de sa maîtresse.
Il reste trois morceaux sur lesquels on distingue 12 chiffres.
Les chiffres de 1 à 6 sont présents dans chaque ligne, dans chaque colonne et dans chaque rectangle dont les côtés sont surlignés en gras.

Dessinez les contours des trois morceaux dans la grille.





« Le sudoku déchiré », `www.semainedesmaths.ulaval.ca/`



127 Chat (20)

Énigme

Une chatte a eu six chatons de trois couleurs différentes.
Ils sont maintenant tous alignés sur le bord de leur panier.
Il y a deux chatons entre les deux chats roux.
Il y en a un seul entre les deux chatons gris.
Un chaton noir se trouve à gauche de la rangée de chatons.
Trois chatons sont situés entre les deux chatons noirs.

Dans quel ordre se sont placés les chatons dans leur panier ?

Logicomaniac !, Le grand livre des défis… logiques et mathématiques, J. et F. Guichard, Éd. Larousse, 2014

De gauche à droite :

Noir — Gris — Roux — Gris — Noir — Roux

128 Chat (21)

Énigme

Une mouche a 6 pattes.
Une araignée a 8 pattes.
Ensembles, 2 mouches et 3 araignées ont autant de pattes que 10 oiseaux et...

A) 2 chats B) 3 chats C) 4 chats D) 5 chats E) 6 chats

Concours Kangourou des mathématiques, « Benjamins », 2010

Réponse **C**

2 mouches et 3 araignées ont ensemble $(2 \times 6) + (3 \times 8)$, soit 36 pattes.
10 oiseaux ont 20 pattes.
Il faut donc rajouter 16 pattes, soit 4 chats à 4 pattes chacun et le compte est bon.

129 Chat (22)

Énigme

Dans le jardin du magicien, il y a 30 animaux : des chiens, des chats et des souris.
Le magicien transforme 6 chiens en 6 chats.
Puis il transforme 5 chats en 5 souris.
EIl y a alors le même nombre de chiens, de chats et de souris dans le jardin.

Combien y avait-il de chats au départ ?
A) 4 B) 5 C) 9 D) 10 E) 11

Concours Kangourou des mathématiques, 2019, Sujet B

Réponse **C**

Après les transformations du magicien, il y avait 6 chiens de moins, 5 souris de plus, et $6 - 5 = 1$ chat de plus.
Il y a alors 10 chiens, 10 chats et $30 \div 3 = 10$ souris.
Il y avait donc 9 chats au départ (et il y avait aussi 16 chiens et 5 souris).

130 Chat (23)

Énigme

Un matin, à la table du petit-déjeuner, à la fête du professeur Rackbrane, on discutait des tentatives organisées d'extermination de la vermine, lorsque le professeur Denly a dit :
« Si un certain nombre de chats ont tué entre eux 999 919 souris et chaque chat a tué un nombre égal de souris, combien de chats doit-il y avoir ?
Quelqu'un a suggéré que peut-être un chat a tué le lot ; mais Rackbrane répondit qu'il avait dit « chats », au pluriel.
Ensuite, quelqu'un d'autre a suggéré que les 999 919 chats ont chacun tué une souris, mais il a répondit qu'il avait dit « souris », au pluriel.
Il a ajouté, à titre indicatif, que chaque chat a tué plus de souris qu'il n'y en avait de chats.

Quelle est la bonne réponse ?

« 251. Chats et souris »,
536 Puzzles & Curious Problems, Henry Ernest Dudeney

(Solution de l'auteur)

Il est clair que 999 919 ne peut pas être un nombre premier, et que s'il doit y avoir une seule réponse, il ne peut avoir que deux facteurs.
En fait, ce sont 991 et 1 009, qui sont tous deux des nombres premiers, et comme chaque chat a tué plus de souris que il y avait des chats, la bonne réponse est clairement que 991 chats ont tué chacun 1 009 souris.

131 Chat (24)

Énigme

Chaque soir, sur l'île de Chamath, un affreux garnement du nom de Gaminon, attache des casseroles à la queue des chats.
Chaque matin la collectivité les fait enlever.
La police constate chaque soir que sur les 112 chats de l'île, il y a 7 fois plus de chats sans casserole que de chats avec une casserole.
Le coût pour enlever une casserole à la queue d'un chat est de 15 €.

Combien coûtent à la collectivité les facéties de Gaminon, en une année ?

« 5. L'abominable Gaminon », 27$^{\text{eme}}$ Rallye Mathématique de l'IREM de l'Université des Antilles, Finale catégorie 4 (2nde - 1ère Pro), 2018

Puisqu'il y a sept fois plus de chats sans casserole que de chats avec une casserole, le nombre de chats avec une casserole est égal au huitième du nombre total de chats ($7 + 1 = 8$).

Donc le nombre de chats avec une casserole est égal à $112 \div 8 = 14$.

La dépense annuelle pour la collectivité est égale à
$14 \times 15 \times 365 = 76\,650$ €.

132 Chat (25)

Énigme

Trois jours de suite, Chatouille le chat a chassé les souris.
Chaque jour, il a attrapé deux souris de plus que le jour précédent.
Le troisième jour, il en a attrapé deux fois plus que le premier jour.

Combien de souris Chatouille a-t-il attrapé durant ces trois jours ?
A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 24

Kangourou des mathématiques, Série E, 2015, n° 16

Réponse **C**

Au bout de deux jours, Chatouille a attrapé 4 souris de plus que le premier jour.
De plus, ce nombre de souris est égal au double de celui de départ, c'est-à-dire au nombre de départ augmenté de ce même nombre de départ.
Donc le nombre de souris au départ est égal à 4.

133 Chat (26)

Énigme

45 chats participent à un concours.
27 des chats sont rayés et 32 ont une oreille noire.
Seuls les chats rayés avec une oreille noire sont retenus pour la finale.

Combien de finalistes y a-t-il au minimum ?
A) 5 B) 7 C) 13 D) 14 E) 27

Kangourou des mathématiques, Sujet S, 2014, n° 25

Réponse **D**

$45 - 27 = 18$; 18 chats ne sont pas rayés.
$45 - 32 = 13$; 13 chats n'ont pas d'oreille noire.
On obtient le maximum de chats non retenus pour la finale si ces $18+13$, soit 31, chats sont différents.
Et alors les autres chats, $45 - 31$, soit 14, représentent le nombre minimum de chats finalistes.

134 Chat (27)

Énigme

Il y a deux ans, les deux chats Tony et Pacha avaient 15 ans à eux deux.
Maintenant, Tony a 13 ans.

Quel âge a Pacha ?
A) 3 ans B) 4 ans C) 5 ans D) 6 ans E) 7 ans

Kangourou des mathématiques, Sujet E, 2010, n° 14

Réponse **D**

En deux ans, le total des âges des deux chats a augmenté de 4.
Ils ont donc 19 ans à eux deux aujourd'hui.
Comme Tony a 13 ans, Pacha a $19 - 13$, soit 6 ans.

135 Chat (28)

Énigme

Mes chats ont 18 pattes de plus que de langues.

Combien ai-je de chats ?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

Kangourou des mathématiques, Série E, 2016, n° 21

Réponse **C**

Chaque chat a 4 pattes et une langue donc 3 pattes de plus que de langue(s).
S'il y a 18 pattes de plus que de langues, comme $18 = 3 \times 6$, c'est que le nombre de chats est 6.

136 Chat (29)

Énigme

Il y a des chiens et des chats dans une cour.
Le nombre de pattes de chats est égal au nombre d'oreilles de chiens.

Alors, le nombre de chats est :
A) le double du nombre de chiens
B) égal au nombre de chiens
C) la moitié du nombre de chiens
D) le quart du nombre de chiens
E) quatre fois le nombre de chiens

Kangourou des mathématiques, Benjamins, 2009, n$^\text{o}$ 8

Réponse **C**

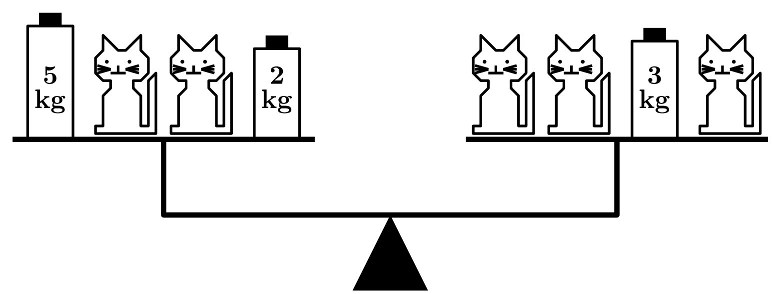
Un chat ayant quatre pattes et un chien deux oreilles, les chats sont deux fois moins nombreux que les chiens.

137 Chat (30)

Énigme

Ces 5 chats ont tous la même masse.
La balance est en équilibre.

Quelle est la masse d'un chat ?
A) 1 kg B) 2 kg C) 3 kg D) 4 kg E) 5 kg



Kangourou des mathématiques, 2020, Sujet E, n° 10

Réponse **D**

On enlève 2 chats de chaque plateau.
Il reste un chat et 3 kg à droite, équilibrés par $5+2$, soit 7 kg.
La masse d'un chat est donc $7-3$, soit 4 kg.

138 Chat (31)

Énigme

En décembre, en ajoutant toutes ses périodes de sommeil, le chat Pacha a dormi exactement 3 semaines.

Combien d'heures a-t-il dormi durant ce mois ?

A) 3×31 B) $3\times 7\times 24$ C) $3\times 24\times 604$
D) 3×60 E) $3\times 7\times 60$

Kangourou des mathématiques, 2013, Sujet E, n° 17

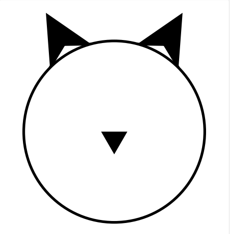
Réponse **B**

3 semaines, c'est 3×7 jours, et c'est aussi $3 \times 7 \times 24$ heures.

139 Chat (32)

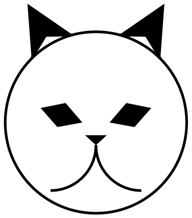
Énigme

Cathie dessine une tête de chat au stylo noir.
Elle a commencé comme ceci :

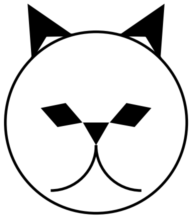


Lequel des dessins ci-dessous peut être le dessin terminé ?

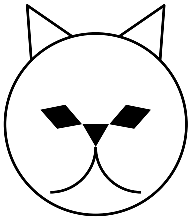
A)



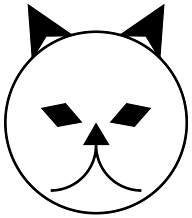
B)



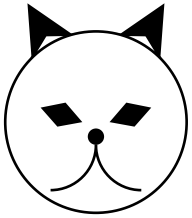
C)



D)



E)



Kangourou des mathématiques, Sujet B, 2019, n° 1

Réponse B

Dans le dessin A le nez est plus petit que sur le dessin commencé. Le dessin terminé ne peut être que le dessin B, seul autre dessin aux oreilles noires et avec le nez triangulaire pointe en bas.

140 Chat (33)

Énigme

Un jour, un chat partit de chez lui à une vitesse de trois milles à l'heure.
Se rendant soudain compte qu'il était temps de manger, il revient en trottinant deux fois plus vite.
En tout, il s'était absenté un quart d'heure.

Quelle distance avait-il parcouru ?

« 25. Quelle est la distance ? »,
Les énigmes de Shéhérazade, R. Smullyan, Éd. Flammarion, 1998

Dans la mesure où le chat est rentré deux fois plus vite qu'il n'est parti, il a mis deux fois plus de temps pour aller que pour revenir.
Cela signifie qu'il a mis dix minutes pour aller et cinq minutes pour rentrer.
Il est parti à une vitesse de trois milles à l'heure, ce qui représente un mille en vingt minutes.
Comme il n'a marché que dix minutes, il a parcouru un demi-mille.

On peut retrouver ce résultat algébriquement.
Notons d la distance parcourue : le temps à marcher est égal à $d/3$, le temps passer à trottiner à $d/6$. Le chat s'étant absenté pendant un quart d'heure, d est déterminé par l'équation $d/3 + d/6 = 1/4$.

$$\frac{d}{3} + \frac{d}{6} = \frac{1}{4}$$
$$\iff \frac{4\,d}{12} + \frac{2\,d}{12} = \frac{3}{12} \iff 4\,d + 2\,d = 3 \iff 6\,d = 3 \iff d = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

141 Chat (34)

Énigme

Un garçon dénommé Ali possédait chats et chiens et plus de chats que de chiens.
Un jour, un méchant magicien survola sa maison et, par magie, transforma l'un des chats en chiens.
Imaginez la surprise d'Ali quand il se réveilla le lendemain et découvrit qu'il avait maintenant autant de chats que de chiens !
La nuit suivante, un bon magicien survola la maison et transforma à nouveau le chien en chat.
Quand Ali se réveilla, les choses étaient rentrées dans l'ordre.
Mais la troisième nuit, un autre méchant magicien volant rechangea l'un des chiens en chat.
Au matin, lorsque Ali se réveilla, quelle ne fut pas sa surprise de constater qu'il possédait maintenant deux fois plus de chats que de chiens !

Combien de chats et de chiens Ali avait-il avant toutes ces transformations ?

« 27. Ali et ses petits compagnons »,
Les énigmes de Shéhérazade, R. Smullyan, Éd. Flammarion, 1998

En désignant par a le nombre de chats et par b le nombre de chiens, on déduit de l'énoncé le système : $\begin{cases} a-1=b+1 \\ a+1=2\,(b-1) \end{cases}$

Cela équivaut à $\begin{cases} b=a-2 \\ a+1=2\,(b-1) \end{cases}$.

Cela équivaut à $\begin{cases} b=a-2 \\ a+1=2\,(a-2-1) \end{cases}$.

Cela équivaut à $\begin{cases} b=a-2 \\ a+1=2\,a-6 \end{cases}$.

Cela équivaut à $\begin{cases} b=a-2 \\ a=7 \end{cases}$.

Cela équivaut à $\begin{cases} a=7 \\ b=5 \end{cases}$.

Ali avait sept chats et cinq chiens.

142 Chat (35)

Énigme

Un homme possède deux chats, dont au moins l'un est un mâle.

Quelle est la probabilité pour qu'ils soient tous deux mâles ?

« 45. Les chats »,
Les énigmes de Shéhérazade, R. Smullyan, Éd. Flammarion, 1998

On note respectivement M et F le fait que le chat soit un mâle ou une femelle.
Il y a quatre possibilités de choisir deux chats : $M\ M$, $M\ F$, $F\ M$ et $F\ F$.
Puisqu'au moins l'un est un mâle, la possibilité $F\ F$ est à exclure.
Sur les trois restantes, une seule correspond à deux mâles ($M\ M$).
La probabilité est donc de $1/3$.

143 Chat (36)

Énigme

Un homme possède deux chats, un blanc et un noir.
Le chat noir est un mâle.

Quelle est la probabilité pour que tous les deux soient mâles ?

« 46. Encore des chats »,
Les énigmes de Shéhérazade, R. Smullyan, Éd. Flammarion, 1998

Si l'un au moins est mâle, il y a trois possibilités équiprobables :

- soit le blanc et le blanc sont mâles ;
- soit le blanc est mâle et le noir est femelle ;
- soit le blanc est femelle et le noir est mâle.

Les chats n'étant tous les deux mâles que dans un seul cas, cette probabilité est de une sur trois.

Mais on nous précise que le blanc est mâle, nous avons deux possibilités équiprobables :

- soit le blanc est mâle et le noir est mâle ;
- soit le blanc est mâle et le noir est femelle.

La probabilité pour qu'ils soient tous les deux mâles est donc de 1/2.

144 Chat (37)

Énigme

Trois enfants ont chacun un animal préféré n'ayant pas le même âge.
Enfants : Bérénice, Mia, Léana
Animaux : chat, furet, hamster
Âges : 2, 4, 5 ans

1. Léana n'aime pas les chats et son animal a plus de 2 ans.
2. L'animal de 2 ans n'appartient pas à Bérénice et ce n'est pas un furet.
3. Le chat n'a pas 5 ans.
4. Mia a déjà eu un chat, mais elle a fait un autre choix.

Découvrez l'animal préféré de chaque enfant et son âge.

« Animaux de compagnie », `http://www.charleries.net/`

Bérénice a un chat qui a 4 ans.
Mia a un hamster qui a 2 ans.
Léana a un furet qui a 5 ans.

145 Chat (38)

Énigme

Trois jeunes filles adorent les petits chats.
L'une en a un et les deux autres en ont chacune deux.
Jeunes filles : Alma, Bianca, Elsa
Chats : Duko, Guko, Huko, Juko, Muko

1. Bianca ne possède ni Huko ni Juko.
2. Alma a rencontré par hasard la jeune fille qui est propriétaire de Guko et Juko.
3. Duko et Muko vivent sous un même toit.

Répartissez les chats entre les jeunes filles.

« Chats dorlotés », `http://www.charleries.net/`

Alma possède Huko.
Bianca possède Duko et Muko.
Elsa possède Guko et Juko.

146 Chat (39)

Énigme

Monsieur A, Monsieur B et Monsieur C possèdent un certain nombre de chats.
Si on multiplie le nombre de chats de Monsieur A avec le nombre de chats de Monsieur B et de Monsieur C ensemble, on obtient 70.
Si on multiplie le nombre de chats de Monsieur B avec le nombre de chats de Monsieur A et de Monsieur C ensemble, on obtient 78.
Si on multiplie le nombre de chats de Monsieur C avec le nombre de chats de Monsieur A et de Monsieur B ensemble, on obtient 88.

Combien chacun a-t-il de chats ?

« 30. Chats multipliés », `http://www.charleries.net/`

On exclut 1 et 2 comme valeurs de A, de B et de C.

Les autres diviseurs de 70 sont : 5, 7, 10, 14.

Les autres diviseurs de 78 sont : 3, 6, 13, 26.

Les autres diviseurs de 88 sont : 4, 8, 11, 22.

Les trois valeurs sont dans ces diviseurs.
Si on prend une valeur dans une série, on doit trouver une valeur dans chacune des deux autres séries.
On multiplie la première valeur par la somme des deux autres.
On obtient alors le produit correspondant à la première valeur.
Seuls les nombres 5, 6 et 8 satisfont à cette condition.

Monsieur A possède cinq chats ; Monsieur B a six chats ; Monsieur C a huit chats.

147 Chat (40)

Énigme

Je distribue tous mes chats à mes trois petits-enfants.

- Pour toi Aurore, voici les deux septièmes de mes chats, augmentés d'un septième de chat.
- Pour toi Julien, voici les douze treizièmes de ce qui reste, diminués de onze treizièmes de chat.
- Pour toi Zoé, voici les sept dix-septièmes de ce qui reste encore, augmenté de dix dix-septièmes de chat.

Auquel de mes trois petits-enfants ai-je donné le plus de chats ?

« Je ne veux plus de chats »,
177 nouvelles énigmes mathématiques, De 13 à 113 ans,
Marie Agrell, Éditions Ellipses, 2021

Le nombre de chats de Zoé est $z = \frac{7}{17}\,z + \frac{10}{17}$.
Donc $17\,z = 7\,z + 10$.
Donc $10\,z + 10$.
Donc $z = 1$.

Le nombre de chats de Julien est $j = \frac{12}{13}\,(j+1) - \frac{11}{13}$.
Donc $13\,j = 12\,j + 12 - 11$.
Donc $j = 1$.

Le nombre de chats d'Aurore est $a = \frac{2}{7}\,(a+2) + \frac{1}{7}$.
Donc $7\,a = 2\,a + 4 + 1$.
Donc $5\,a = 5$.
Donc $a = 1$.

J'ai ainsi donné un chat à chacun de mes trois petits-enfants.

148 Chaton

Énigme

Chaque semaine, Mme Botté donne 5 euros d'argent de poche à sa fille Inès.
Inès a très envie d'un chaton qui coûte 57,40 euros.
Chaque semaine, elle s'achète un magazine à 1,80 euro et quatre bonbons à 30 centimes la pièce.

1. Dans combien de semaines pourra-t-elle s'offrir le chaton ?
2. Inès sait que le chaton a actuellement 9 semaines et qu'il sera adulte à 32 semaines.
   Elle souhaite acheter le chat avant qu'il ne soit adulte.
   Pendant combien de semaines au minimum devra-t-elle se passer de son magazine pour pouvoir acheter le chaton ?

« 4. Le chaton », *Concours Bombyx*, Finale, $6^{\text{ème}}$, 2016

1. Inès dépense chaque semaine 3 euros : $1,80 + (0,30 \times 4)$.
   Elle économise donc 2 euros par semaine $(5 - 3)$.
   Elle pourra alors acheter son chaton au bout de 29 semaines $(57,4 \div 2 = 28,7)$.
2. Comme le chaton a actuellement 9 semaines et qu'elle veut l'acheter avant qu'il ne soit adulte, Inès a 23 semaines pour réunir l'argent nécessaire.
   En faisant des essais-erreurs, on se rend compte que si elle renonce à son magazine pendant 7 semaines, elle pourra se payer le chaton en 23 semaines.
   Sur les 16 semaines où elle dépense son argent comme à son habitude, elle économisera 32 euros.
   Enfin sur les 7 semaines où elle ne s'achètera que les bonbons, elle économisera 7 fois 3,80 euros $(5 - 4 \times 0,30)$, soit 26,60 euros.
   En 23 semaines, elle aura donc économisé en tout 58,60 euros $(26,6 + 32)$ et elle pourra acheter le chaton avant qu'il n'arrive à l'âge adulte.

149 Chauve-souris (1)

Énigme

Une observation attentive des phénomènes physiques a montré que 17 ours mangent autant que 170 ouistitis, 100 000 chauve-souris autant que 50 ouistitis, et 10 ours autant que 4 éléphants chinois.

Combien faut-il alors de chauve-souris pour absorber autant de nourriture qu'une douzaine d'éléphants chinois ?

« Jeux et problèmes, La ronde des animaux », *Tangente*, n° 43, Mai-juin 1995

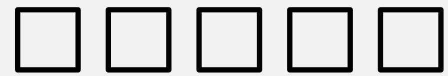
Reprenons les conversions dans l'ordre :
1 ouistiti mange autant que 2 000 chauve-souris, 1 ours autant que 10 ouistitis et 1 éléphant autant que 2,5 ours.
Un éléphant mange donc autant que 50 000 chauve-souris.

Il faut donc 600 000 chauve-souris pour absorber autant de nourriture qu'une douzaine d'éléphants chinois.

150 Chauve-souris (2)

Énigme

Benoît se trouve au fond d'une grande salle d'un château hanté.
Dans l'obscurité, il distingue... une colonie de chauves-souris !
Il y a exactement cent adultes chauves-souris qui habitent ici, dans cinq grandes cavités du mur au-dessus d'une vieille armoire.



Pour s'y répartir, les chauves-souris ont choisi l'arrangement suivant : si on compte les chauves-souris dans une cavité, on remarque qu'il y en a toujours deux de plus dans la cavité voisine de gauche.

Donnez la répartition des chauves-souris par cavité.

« Attention aux chauves-souris », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Mai 2007, Finale CM2

Avec la règle de répartition fournie, on obtient le schéma suivant :

$\boxed{\bullet + 2 + 2 + 2 + 2}$ $\boxed{\bullet + 2 + 2 + 2}$ $\boxed{\bullet + 2 + 2}$ $\boxed{\bullet + 2}$ $\boxed{\bullet}$

Ajoutons :

$\bullet+2+2+2+2+\bullet+2+2+2+\bullet+2+2+\bullet+2+\bullet = \bullet+\bullet+\bullet+\bullet+\bullet+20$

Comme il y a 100 chauves-souris, $\bullet + \bullet + \bullet + \bullet + \bullet = 80$.

Donc $\bullet = 16$.

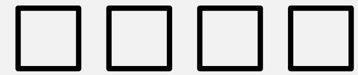
On obtient la répartition suivante des chauves-souris par cavité :

$\boxed{24}$ $\boxed{22}$ $\boxed{20}$ $\boxed{18}$ $\boxed{16}$

151 Chauve-souris (3)

Énigme

Cinquante bébés chauves-souris sont hébergés dans quatre boîtes sur une étagère d'une armoire.



Voici comment ils sont répartis : chaque boîte contient au moins trois bébés et aucune boîte ne contient le même nombre de bébés.

Combien, au maximum, de bébés sont dans une même boîte ?

« Les bébés chauves-souris », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Mai 2007, Finale CM2

On met déjà 3 bébés dans une boîte, puis 4 dans une deuxième, puis 5 dans une troisième puis ceux qu'il reste ($50 - 3 - 4 - 5 = 38$) dans la quatrième boîte.

Au maximum, trente-huit bébés sont dans une même boîte.

152 Chauve-souris (4)

Énigme

Un naturaliste a déclaré qu'il avait enquêté sur la question de la cécité chez les chauves-souris.
« Je trouve, dit-il, que leur longue habitude de dormir dans les coins sombres pendant le jour, et ne sortir que la nuit, a vraiment conduit à une forte prévalence de cécité parmi eux, bien que certains aient une vue parfaite et d'autres puissent voir d'un œil.
Deux de mes chauves-souris pouvaient voir de l'œil droit, seulement trois d'entre elles pouvait voir de l'œil gauche, quatre ne pouvaient pas voir de l'œil gauche, et cinq ne pouvaient pas voir de l'œil droit. »

Il voulait connaître le plus petit nombre de chauves-souris qu'il avait dû examiner afin d'obtenir ces résultats.

« La cécité chez les chauves-souris »,
536 Puzzles & Curious Problems, Henry Ernest Dudeney

Le plus petit nombre serait de 7.

Et cela pourrait se produire dans l'un des trois façons :

1. 2 avec une vue parfaite, 1 aveugle uniquement de l'œil droit et 4 totalement aveugles ;
2. 1 avec une vue parfaite, 1 aveugle de l'œil gauche uniquement, 2 aveugles de l'œil droit seulement, et 3 totalement aveugles ;
3. 2 aveugles de l'œil gauche uniquement, 3 aveugles de l'œil droit uniquement et 2 totalement aveugles.

153 Chauve-souris (5)

Énigme

Une chauve-souris sort de sa caverne et voit l'heure sur la pendule digitale 20:20. Lorsqu'elle revient, elle se suspend la tête en bas et, voyant alors la pendule, elle voit de nouveau 20:20.

Pendant combien de temps la chauve-souris est-elle sortie ?

A) 3 h 28 min B) 3 h 40 min C) 3 h 42 min
D) 4 h 18 min E) 5 h 42 min

Kangourou des mathématiques, 2020, Sujet B, n° 17

La chauve-souris part à 20 h 20 et revient à 02 h 02.
La durée de la sortie est donc 3 h 40 min plus 2 h 2 min, soit 5 h 42 min.

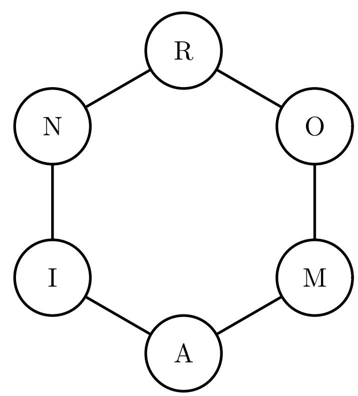
Réponse E

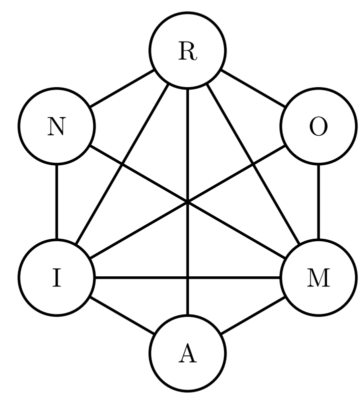
154 Chauve-souris (6)

Énigme

Benoît ne sait pas comment se débarrasser d'un couple de chauves-souris attiré par ses beaux cheveux blonds.
Elles se nomment Marion et Romain !
Si vous observez le schéma ci-dessous (à gauche), vous voyez écrit ROMAIN.
En reliant les lettres par des segments comme l'indique la figure ci-contre (à droite), et en faisant des échanges de deux lettres reliées par un segment, vous pouvez transformer ROMAIN en MARION.

Quel est le nombre minimum d'échanges nécessaires à cette transformation ?
Remplissez alors le schéma obtenu après transformation.





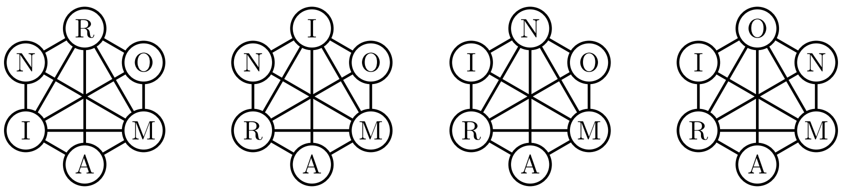
« 4. Un couple de chauves-souris »
, *Concours Bombyx*, Quarts de finale, CM2, 2007

Le nombre minimum d'échanges nécessaires à la transformation est de 3.

Il y a deux façons de faire la transformation.

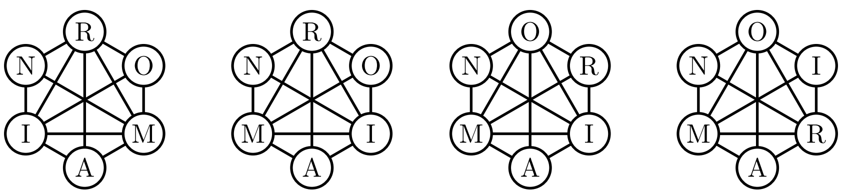
Première façon :

1. Échange **I** et **R**
2. Échange **I** et **N**
3. Échange **N** et **O**



Seconde façon :

1. Échange **I** et **M**
2. Échange **O** et **R**
3. Échange **I** et **R**

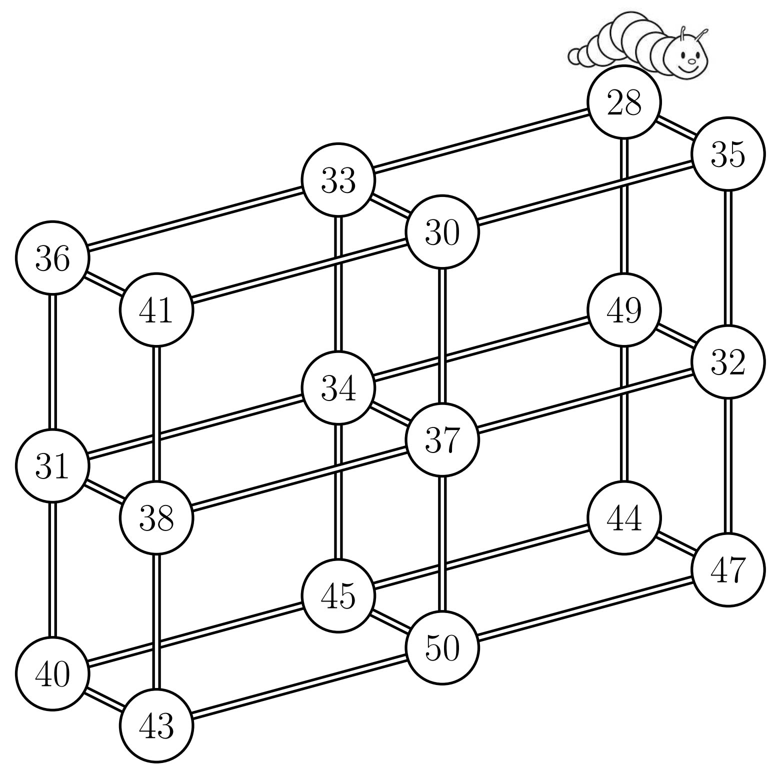


155 Chenille

Énigme

Bouly Mic, la petite chenille, se promène sur la structure ci-dessous. Elle démarre de la boule numérotée 28 et elle se déplace en suivant la règle « ajouter 5 ou retrancher 3 ».

Écrivez dans quel ordre elle va manger toutes les boules sans repasser deux fois sur le même chemin.
Où finira-t-elle ?



« Bouly Mic », Rallye mathématique des écoles de Côte-d'Or, CE2, 2013

Lorsqu'elle démarre de la boule 28, Bouly Mic peut aller vers les boules 33, 35 ou 49.
Elle ne peut avancer qu'en faisant « +5 » ou « -3 ».
Or $28 + 5 = 33$ et $28 - 3 = 25$.
Bouly Mic doit donc trouver les boules 25 ou 33. Ici, elle ne peut trouver que la boule 33.

Ensuite, on recommence à partir de 33 :
$33 + 5 = 38$ et $33 - 3 = 30$
Bouly Mic cherche donc les boules 30 ou 38 parmi les boules 30, 34 ou 36. Elle trouve 30.
Et ainsi de suite.

Voici dans l'ordre les nombres rencontrés :

1. 28
2. 33
3. 30
4. 35
5. 32
6. 37
7. 34
8. 31
9. 36
10. 41
11. 38
12. 43
13. 40
14. 45
15. 50
16. 47
17. 44
18. 49

Elle finit donc à la boule 49.

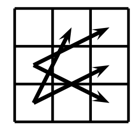
On vérifie qu'aucune boule boule n'a été oubliée et qu'aucune boule n'a pas pu être mangée deux fois !

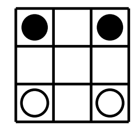
156 Cheval (1)

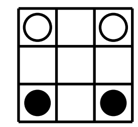
Énigme

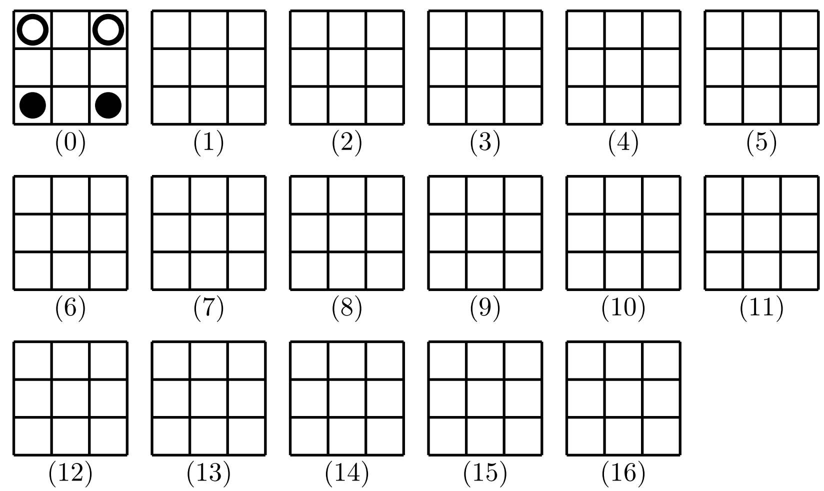
Il y a quatre chevaux, deux noirs et deux blancs... qui se déplacent comme les cavaliers d'un échiquier.

Intervertir les chevaux noirs et les chevaux blancs en seize déplacements.


Dépl. caval.

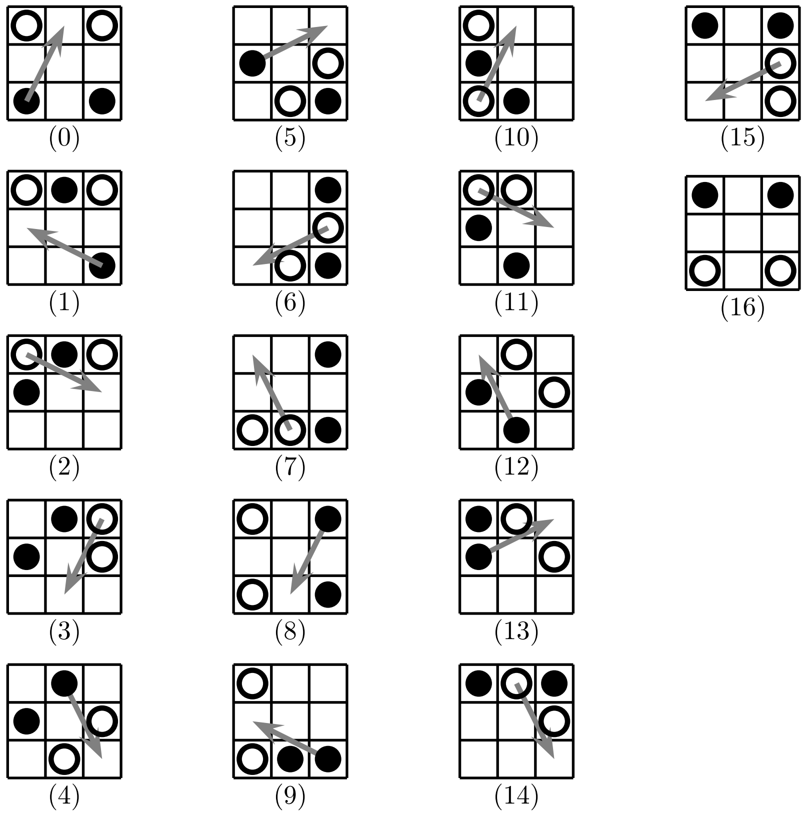

Départ


Arrivée

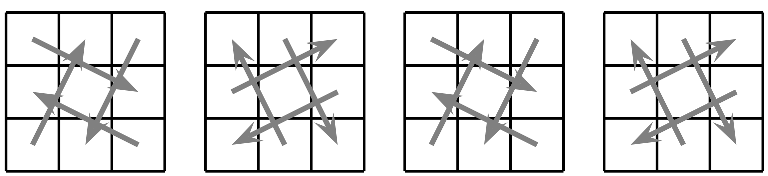


Cette énigme a été inventée par le mathématicien italien César Burali-Forti (1861-1931).

Solution en 16 déplacements



En résumé :



(0) → (3) (4) → (7) (8) → (11) (12) → (15)

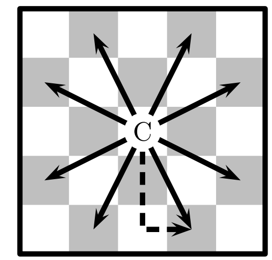
157 Cheval (2)

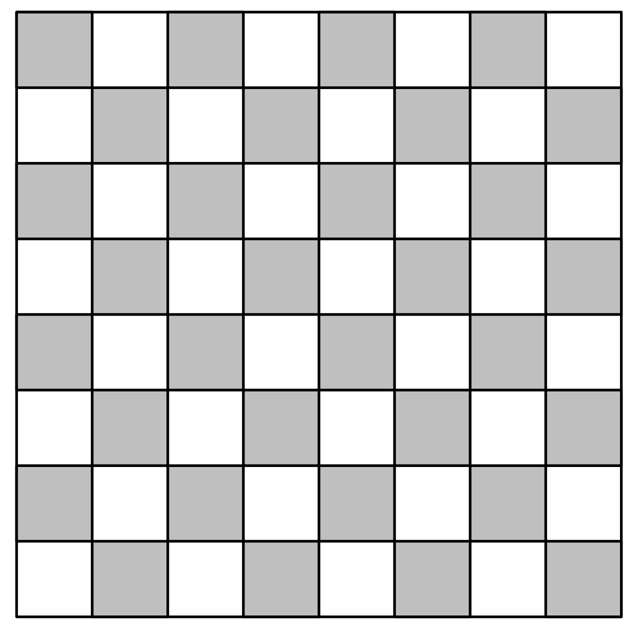
Énigme

Combien de sauts de cavalier distincts peut-on effectuer sur un échiquier ?

Au jeu d'échecs, le « cavalier » a un déplacement propre.

D'une case de l'échiquier, il peut aller par un déplacement « en L » sur l'une des huit cases indiquées sur la figure ci-contre.





Dans chaque case est écrit le nombre de sauts de cheval qui en partent.

2	3	4	4	4	4	3	2
3	4	6	6	6	6	4	3
4	6	8	8	8	8	6	4
4	6	8	8	8	8	6	4
4	6	8	8	8	8	6	4
4	6	8	8	8	8	6	4
3	4	6	6	6	6	4	3
2	3	4	4	4	4	3	2

Le nombre de sauts est donc égal à :

$$4 \times 2 + 8 \times 3 + 20 \times 4 + 16 \times 6 + 16 \times 8$$

Il y a donc en tout 336 sauts.

On peut généraliser à un échiquier de côté n.

- nombre de cases marquées « 2 » : 4
- nombre de cases marquées « 3 » : 8
- nombre de cases marquées « 4 » : $4\,(n-4)+4 = 4\,n-12$
- nombre de cases marquées « 6 » : $4\,(n-4) = 4\,n-16$
- nombre de cases marquées « 8 » : $(n-4)^2 = n^2-8\,n+16$

D'où le nombre de sauts :
$2 \times 4 + 3 \times 8 + 4 \times (4\,n-12) + 6 \times (4\,n-16) + 8 \times (n^2-8\,n+18)$
$= 8\,n^2 - 24\,n + 16 = 8\,(n-2)\,(n-1)$

158 Cheval (3)

Énigme

Un maquignon consent à vendre son cheval
Suivant un marché fait qui semble original.
Il ne veut qu'un centime, en suivant son système,
De son premier clou, puis le double, du deuxième,
Enfin toujours doublant jusqu'au vingt-quatrième.
Pour être possesseur de ce courrier mignon
Quel prix doit-on donner à l'adroit maquignon ?
(Chavignaud)

Récréations arithmétiques, Émile Fourrey, Éd. Vuibert

La problème revient à trouver la somme des 24 termes 1, 2, 2^2, 2^3, ... , 2^{22}, 2^{23}.

Elle vaut :

$$1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^{23} = \frac{1 - 2^{23+1}}{1 - 2} = 2^{24} - 1$$

Cette somme vaut 16 777 215 centimes (soit 167 772,15 euros actuels) !

L'auteur du problème conclut plaisamment :

Et le total acquis fait voir en terminant
Que le prix du cheval serait exorbitant.

159 Cheval (4)

Énigme

Un père et son fils ont 60 kilomètres à parcourir.
Ils possèdent un cheval qui fait une moyenne de 12 kilomètres à l'heure.
Mais le cheval étant incapable de porter plus d'une personne à la fois, ils sont obligés d'alterner les temps où l'un est monté et l'autre marche.
Le père marche à 6 kilomètres à l'heure et le fils, à 8 kilomètres à l'heure.

S'ils atteignent le but ensemble, combien de temps mettent-ils ?

Le jardin du Sphinx, 151 énigmes mathématiques, P. Berloquin, Éd.Dunod

Appelons L le trajet marché par le père.

Son temps de parcours est :

$$\frac{L}{6} + \frac{60 - L}{12}$$

Mais le fils a monté à cheval ce que son père à marché et réciproquement, ce qui lui fait un temps de :

$$\frac{L}{12} + \frac{60 - L}{8}$$

On obtient en égalant :

$$12\,L + 360 - 6\,L = 6\,L + 540 - 9\,L$$

Donc :

$$9\,L = 180$$

D'où l'on déduit :

$$L = 20$$

Le temps de parcours est donc égal à $\frac{20}{6} + \frac{60-20}{12}$ heures.

C'est-à-dire 6 heures 40 minutes.

En réalité, le père et le fils ne peuvent échanger le cheval et arriver ensemble au but que si celui qui est sur le cheval le contraint à se mettre au pas de celui qui marche, où l'attendre à une étape, ce qui revient au même. Il apparaît ainsi que l'énoncé ne suffit pas à déterminer si le fils a marché tout le trajet (7 heures et demie), une partie du trajet ou jamais (10 heures). (N. d. A)

160 Cheval (5)

Énigme

Le quintet est un nouveau pari : il faut trouver l'arrivée dans l'ordre des cinq premiers chevaux ; il y a aujourd'hui huit chevaux engagés dans cette course.
Cinq joueurs effectuent les paris suivants :

	1er	2ème	3ème	4ème	5ème
Robert	Fabre I	Hercule VI	Berthan II	Églantine	Cor de chasse
Serge	Dandy	As de pique	Fabre I	Hercule VI	Berthan II
Théophile	Gonthan	Hercule VI	Dandy	Cor de chasse	Berthan II
Victor	Églantine	Fabre I	Cor de chasse	Dandy	As de pique
Wilhem	As de pique	Églantine	Hercule VI	Fabre I	Gonthan

Monsieur Z, pronostiqueur, leur donne son opinion.

- Robert aura un cheval placé dans l'ordre, deux dans le désordre.
- Serge aura un cheval placé dans l'ordre, deux dans le désordre.
- Théophile aura deux chevaux placés dans l'ordre.
- Victor aura un cheval placé dans l'ordre, deux dans le désordre.
- Wilhem aura quatre chevaux sur cinq placé dans l'ordre, deux dans le désordre.
- Robert aura un cheval placé dans l'ordre, deux dans le désordre.

Quel est le quintet de monsieur Z ?

Voici le quintet de monsieur Z :

1^{er}	$2^{ème}$	$3^{ème}$	$4^{ème}$	$5^{ème}$
Gonthan	Fabre I	As de pique	Églantine	Berthan II

161 Cheval (6)

Énigme

Dans cette course, cinq chevaux notés de 1 à 5 sont engagés.
Chaque cheval a une couleur différente. De même, les cinq jockeys qui les montent portent chacun une toque de couleur différente.
Voici quelques bribes de conversation entendues auprès des guichets :

1. Le jockey Marc monte le numéro 5.
2. Le jockey Norbert porte une toque rose.
3. Le cheval pommelé a le numéro 1.
4. Le jockey Olivier monte un cheval noir.
5. Le numéro 4 arrive juste avant le numéro 5, qui est dernier.
6. Le jockey de Corfou porte une toque grise.
7. La jument Azalia porte le numéro 3.
8. Le cheval couleur isabelle arrive troisième.
9. Le jockey Patrick arrive le premier.
10. Le cheval Bali arrive juste après le cheval dont le jockey port une toque rouge.
11. Le cheval Azalia arrive juste avant le cheval dont le jockey port une toque jaune.
12. Le cheval Delta est de couleur bai.
13. Le jockey Régis monte Élian.
14. Le numéro 2 arrive juste après le cheval de Patrick.

Mais alors, qui monte le cheval blanc et qui porte une toque orange ?

On peut prendre les renseignements dans l'ordre suivant :

5 – 8 – 9 – 14 – 3 – 1 – 7 – 11 – 4 – 12 – 13 – 2 – 6 – 10

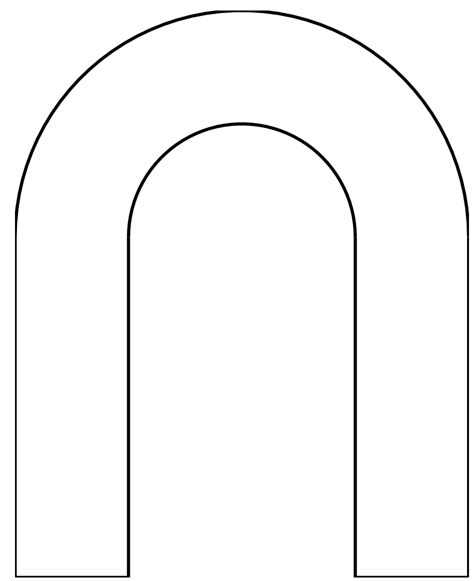
Numéro	3	2	5	4	1
Couleur	Blanc	Noir	Isabelle	Bai	Pommelé
Jockey	Patrick	Olivier	Marc	Norbert	Régis
Toque	Rouge	Jaune	Grise	Rose	Orange
Cheval	Azalia	Bai	Corfou	Delta	Élian

Le cheval blanc est monté par Patrick et c'est Régis qui porte la toque orange.

162 Cheval (7)

Énigme

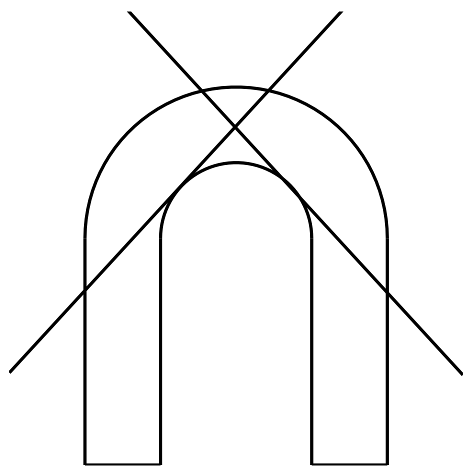
Quel est le nombre maximal de pièces que l'on peut obtenir en coupant un fer à cheval selon deux lignes droites ?



« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du vendredi 19 janvier, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Une droite sépare le fer en deux ou trois parties : dans le premier cas, l'intersection de la droite et du fer privé de son bord donne un segment et dans le second cas deux segments.
Si la deuxième droite n'intersecte pas la première dans le fer, alors la l'intersection du fer et des deux droites donne quatre segments au maximum. De la même manière que quatre points d'un segment le sépare en cinq intervalles, le fer sera au maximum séparé en 5 parties. Si la deuxième droite intersecte la première à l'intérieur du fer, alors le fer contient déjà les quatre parties autour du point d'intersection. Puis deux des demi-droites partant du point d'intersection peuvent encore intersecter le fer selon deux segments permettant de créer encore deux autres parties.
Finalement, dans tous les cas, on obtient au maximum 6 parties.

Voici un exemple fournissant 6 parties :



163 Cheval (8)

Énigme

Un marchand a deux chevaux et des harnais.
Les harnais valent 44 $.
S'il met les harnais sur le premier cheval, celui-ci vaut le double du second cheval.
S'il met les harnais sur le second, celui-ci vaut 56 $ de moins que le premier.

Quelle est la valeur de chaque cheval ?

Les mathématiques de la vie courante, Cours supérieur, Livre du maître, FEC, Montréal, 1952

On désigne par p_1 et p_2 les prix respectifs des premier et second chevaux.
On a d'une part $p_1 + 44 = 2\,p_2$ et d'autre part $p_2 + 44 = p_1 - 56$.
La dernière équation donne $p_1 = p_2 + 100$.
En substituant dans la première équation, on obtient $p_2 + 100 + 44 = 2\,p_2$,
ou encore $p_2 + 144 = 2\,p_2$, d'où l'on tire rapidement $p_2 = 144$.
Donc $p_1 = 144 + 100 = 244$.

Le premier cheval vaut 244 \$ et le second, 144 \$.

164 Cheval (9)

Énigme

Quelqu'un achète des chevaux et des bœufs.
Il paie 186 francs par cheval et 120 francs par bœuf.
Il trouve en résultat que les bœufs lui ont coûté 42 francs de plus que les chevaux.

Combien a-t-il acheté de chevaux et de bœufs ?

Éléments d'algèbre, G. B. J. Raingo, Mons, Belgique, 1842

On désigne par b et c les nombres respectifs de bœufs et de chevaux.

La personne dépense donc $120\,b + 186\,c$ francs.

La seconde information se traduit par $120\,b = 186\,c + 42$.
C'est-à-dire $20\,b = 31\,c + 7$.

Une solution particulière de cette équation est $b_0 = 5$ et $c_0 = 3$.
En effet, $20 \times 5 = 31 \times 3 + 7 \quad (= 100)$.

La personne a acheté 3 chevaux et 5 bœufs.

L'auteur du manuel propose la solution précédente.
On peut obtenir d'autres solutions (mathématiques).
de $20\,b = 31\,c + 7$ et $20 \times 5 = 31 \times 3 + 7$, on déduit par soustraction : $20\,(b - 5) = 31\,(c - 3)$.
Or 20 et 31 sont des nombres entiers premiers entre eux donc $b - 5$ est un multiple de 31 et $c - 3$ est un multiple de 20.
Plus particulièrement, toutes les solutions s'écrivent sous la forme $b - 5 = 31\,k$ et $c - 3 = 20\,k$, avec k entier, c'est-à-dire sous la forme $b = 5 + 31\,k$ et $c = 3 + 20\,k$, avec k entier.
La valeur $k = 0$ donne la solution ci-dessus.
La valeur $k = 1$ donne $b = 36$ et $c = 23$.
La valeur $k = 2$ donne $b = 67$ et $c = 43$.
Et ainsi de suite.

165 Cheval (10)

Énigme

On a acheté trois chevaux.
Le prix du premier, plus la moitié du prix des deux autres, égale 530 francs.
Le prix du deuxième, plus le tiers du prix des deux autres, égale 460 francs.
Le prix du troisième, plus le quart du prix des deux autres, égale 430 francs.

Quel est le prix de chacun ?

Éléments d'algèbre, G. B. J. Raingo, Mons, Belgique, 1842

On désigne par a, b et c les prix respectifs des premier, deuxième et troisième chevaux.

L'énoncé se traduit par : $\begin{cases} a + \dfrac{b+c}{2} = 530 \\ b + \dfrac{a+c}{3} = 460 \\ c + \dfrac{a+b}{4} = 430 \end{cases}$

ou encore par : $\begin{cases} 2\,a + b + c = 1\,060 \\ a + 3\,b + c = 1\,380 \\ a + b + 4\,c = 1\,720 \end{cases}$

Résolvons ce système.

Il équivaut à :

$$\begin{cases} 2\,a + b + c = 1\,060 & \\ -5\,b - c = -1\,700 & (L_2 \leftarrow L_1 - 2 \times L_2) \\ -b - 7\,c = -2\,380 & (L_3 \leftarrow L_1 - 2 \times L_3) \end{cases}$$

Ce qui équivaut à :

$$\begin{cases} 2\,a + b + c = 1\,060 & \\ 5\,b + c = 1\,700 & (L_2 \leftarrow -1 \times L_2) \\ 34\,c = 10\,200 & (L_3 \leftarrow -7 \times L_1 + L_3) \end{cases}$$

Donc $c = \dfrac{10\,200}{34} = 300$

Puis $5\,b + 300 = 1\,700$. Donc $5\,b = 1\,400$. D'où $b = \dfrac{1\,400}{5} = 280$.

Puis $2\,a + 280 + 300 = 1\,060$. Donc $2\,a = 480$. D'où $a = \dfrac{480}{2} = 240$.

Le premier cheval coûte 240 francs. Le deuxième coûte 280 francs. Le troisième coûte 300 francs.

166 Cheval (11)

Énigme

Des quatre mousquetaires ont quatre chevaux : Piquedesdeux, Quasimodo, Rossinante et Sassafra.
Athos n'est jamais monté sur Rossinante ni sur Quasimodo.
Celui qui monte Sassafra s'est disputé récemment avec Porthos et Aramis.
Porthos et d'Artagnan, eux, se sont toujours bien entendu avec celui qui monte Piquedesdeux.
Voyant d'Artagnan sur Rossinante, j'ai pu reconnaître les chevaux d'Athos, de Porthos et d'Aramis.

Et toi ?

Les malices du Kangourou, Écoles, 2006

Porthos et Aramis ne montent pas Sassafra.

Puisque d'Artagnan monte Rossinante, c'est Athos qui monte Sassafra.

Et Aramis monte Piquedesdeux.

Et c'est donc Porthos qui monte Quasimodo.

167 Cheval (12)

Énigme

Tornado a oublié le code d'accès à sa grotte secrète mais se souvient que le code a quatre chiffres différents, commence par un 6 et ne possède que trois diviseurs.

Aidez-le à retourner dans la grotte en lui donnant le code à quatre chiffres.

« Un cheval matheux », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2011

Le code mystérieux à 4 chiffres commence par un 6, il est donc compris entre 6 000 et 6 999.

Il ne possède que 3 diviseurs dont 1 et lui-même. Or les diviseurs d'un nombre entier « marchent par paire ». (Si on trouve un diviseur, on peut en déduire un autre)

Donc le code mystérieux est le carré d'un nombre premier.

$73^2 = 5\,329$
$79^2 = 6\,241$
$83^2 = 6\,889$
$89^2 = 7\,921$

Le code a 4 chiffres différents, le code secret est donc 6 241.

168 Cheval (13)

Énigme

Sur Radio-Math, le journaliste Thalès donne les résultats du tiercé :
« Si je multiplie le numéro du cheval arrivé premier par le numéro du second, je trouve 437.
Si je multiplie le numéro du second par celui du troisième, je trouve 391.
Si je multiplie le numéro du troisième par celui du premier, je trouve 323. »

Quel est le tiercé dans l'ordre ?

Rallye mathématique Champagne-Ardenne, Finale, 1992

On appelle a le numéro du cheval arrivé en premier, b celui arrivé en deuxième et c celui arrivé en troisième.

On utilise la décomposition d'un entier en facteurs.

Première démarche

437 admet une unique décomposition (autre que 1×437, impossible dans le cadre de cet énoncé) : $437 = 19 \times 23$
Donc ($a = 19$ et $b = 23$) ou ($a = 23$ et $b = 19$).

391 admet une unique décomposition (autre que 1×437, impossible dans le cadre de cet énoncé) : $437 = 17 \times 23$
Donc ($b = 17$ et $c = 23$) ou ($b = 23$ et $c = 17$).

En croisant les deux résultats précédents, on déduit que l'on a $b = 23$.

Par conséquent, $a = 19$ et $c = 17$.

(On a bien $19 \times 17 = 323$)

Seconde démarche

On a $a\,b = 437$, $b\,c = 391$ et $a\,c = 323$.

D'une part, $(a\,b) \times (b\,c) \times (a\,c) = a^2\,b^2\,c^2 = (a\,b\,c)^2$.
D'autre part, $(a\,b) \times (b\,c) \times (a\,c) = 437 \times 391 \times 323$.
Donc $(a\,b\,c)^2 = 55\,190\,041$.
Donc $a\,b\,c = 7\,429$.

On déduit $a = \dfrac{a\,b\,c}{b\,c} = \dfrac{7\,429}{391} = 19$. De même, $b = 23$ et $c = 17$.

169 Cheval (14)

Énigme

Un policier à cheval surveille Central Park.
Je veux savoir combien ils sont.
Je me suis renseigné et on m'a répondu :
« Les douze treizièmes des policiers à cheval plus douze treizièmes de policiers à cheval. »

Combien de policiers à cheval circulent dans Central Park ?

Énigme déposée sur `http://www.une-enigme.com/`

On désigne par x le nombre de policiers à cheval.

x est solution de l'équation $\dfrac{12}{13}\,x + \dfrac{12}{13} = x$.

Par conséquent, $12\,x + 12 = 13\,x$.
Donc $x = 12$.

12 policiers à cheval circulent dans Central Park.

170 Cheval (15)

Énigme

Le champ de Gustave mesure 100 mètres de large.
Son cheval le traverse dans le sens de la longueur en 4 minutes.
Une de ses vaches le traverse tranquillement dans le sens de la largeur en 25 minutes.
Le cheval va 30 fois plus vite que la vache.

Quelle est la surface du champ, en hectares ?

Logicomaniac !, Le grand livre des défis… logiques et mathématiques, J. et F. Guichard, Éd. Larousse, 2014

La vitesse de la vache est de $100/25 = 4$ mètres/minutes.
La vitesse du cheval est de $4 \times 30 = 120$ mètres/minutes.
La longueur du champ est donc de $4 \times 120 = 480$ mètres.
La surface du champ est de $480 \times 100 = 48\,000$ m^2 ou (comme un hectare vaut $10\,000$ m^2) 4,8 hectares.

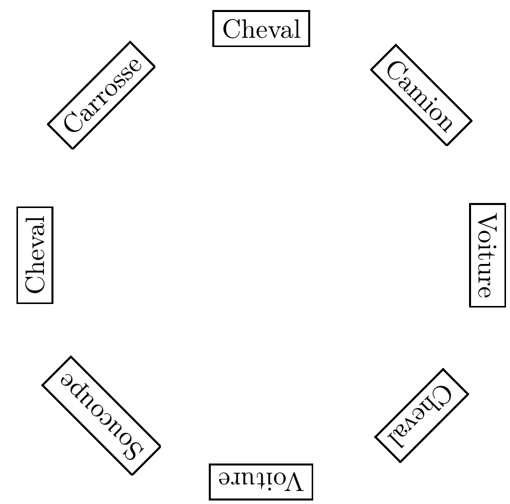
171 Cheval (16)

Énigme

Betty, Didier, Jean, Lisette, Marc, Pauline, Robert et Sylvie veulent faire un tour de manège.
Le carrousel comporte trois chevaux, deux voitures, une soucoupe volante, un camion et un carrosse.
Le placeur est bien perplexe, car chacun d'eux a des exigences.
Ainsi :

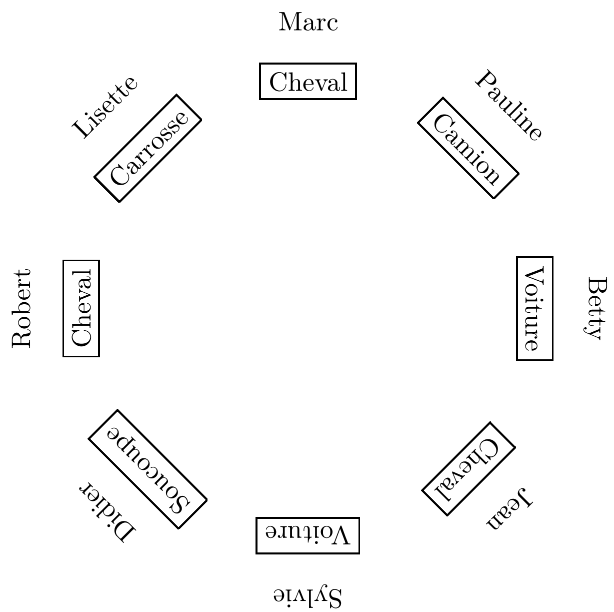
- Robert veut un cheval ;
- Betty veut être à côté de Jean et avoir une voiture ;
- Lisette veut être entre Marc et Robert ;
- Pauline veut être à côté de Marc, mais ne veut pas de cheval ;
- Didier veut la soucoupe volante ;
- Sylvie veut être à côté de Didier.

Pourriez-vous aider le placeur à contenter les enfants ?



« Le manège », *Jeux & stratégie*, n° 5, Octobre-Novembre 1980

Placement des enfants :



172 Cheval (17)

Énigme

Trois chevaux – Acorn, Bluebottle et Capsule – prennent le départ d'une course.
Les chances sont de 4 contre 1 pour Acorn, de 3 à 1 pour Bluebottle et de 2 à 1 pour Capsule.

Maintenant, combien dois-je investir sur chaque cheval pour gagner £ 13, quel que soit le cheval qui arrive en premier ?

Supposons, à titre d'exemple, que je parie £ 5 sur chaque cheval. Ensuite, si Acorn gagnait, je recevrais £ 20 (quatre fois £ 5) et je devrais payer £ 5 chacun pour les deux autres chevaux, gagnant ainsi £ 10. Mais on constatera que si Bluebottle était le premier, je ne gagnerais que £ 5, et si Capsule gagnait, je ne gagnerais rien et ne perdrais rien.

« 390. Le défi de la course de chevaux »,
Amusements in Mathematics, Henry Ernest Dudeney, 1917

£ 12 sur Acorn, £ 15 sur Bluebottle et £ 20 sur Capsule.

173 Cheval (18)

Énigme

Un marchand a acheté un certain nombre de chevaux à 344,00 $ chacun, et un certain nombre de bœufs à 265,00 $ chacun.
Il découvrit alors que les chevaux lui avaient coûté en tout 33,00 $ de plus que les bœufs.

Maintenant, quel est le plus petit nombre de chevaux et le plus petit nombre de bœufs qu'il a dû acheter ?

« 20. Chevaux et bœufs »,
536 Puzzles & Curious Problems, Henry Ernest Dudeney

(Solution de l'auteur)

Nous devons résoudre l'équation indéterminée $344\,x = 265\,y + 33$. C'est assez facile si vous savez comment faire, mais nous ne pouvons pas entrer dans le sujet ici. Ainsi x est égal à 252 et y est égal à 327, de sorte que s'il achète 252 chevaux pour 344,00 \$ chacun, et 327 bœufs pour 265,00 \$ chacun, les chevaux lui coûteront au total 33,00 \$ de plus que les taureaux.

174 Cheval (19)

Énigme

Scarlett a 9 chevaux et de la nourriture pour 30 jours.
Elle accueille 3 petits cochons et il est bien connu que 2 cochons mangent comme 3 chevaux.

Pendant combien de jours pourra-t-elle nourrir tout ce monde ?

« Scarlett au haras », *Rallye mathématique de Bourgogne*, 2018

Puisque 2 cochons mangent comme 3 chevaux, 1 cochon mange comme 1,5 cheval.
Chaque jour, Scarlett doit nourrir l'équivalent en rations de $9+3\times 1,5 = 13,5$ chevaux.

Scarlett pourra nourrir tout ce monde pendant $30 \times \dfrac{9}{13,5} = 20$ jours.

175 Cheval (20)

Énigme

Au marché, un cheval écrase le panier d'œufs d'une fermiére.
Le cavalier propose de rembourser les dégâts et demande combien d'œufs contenait le panier.
La femme se souvient seulement qu'il en restait toujours un quand elle les sortait deux par deux, et de même par groupes de trois, quatre, cinq ou six, mais qu'il n'en restait aucun quand elle les sortait sept par sept.

Combien avait-elle d'œufs au minimum ?

Ce défi a été traité par les mathématiciens indiens Bhāskarā I au VII$^{\text{ème}}$ siècle et Brahmagupta vers 628 (dans son *Brahmasphutasiddhanta*) puis par Alhazan au début du XI$^{\text{ème}}$ siècle (qui donne deux méthodes) puis par Fibonacci en 1202 dans son *Liber abaci*.

On désigne par x ce nombre.

x est donc le plus petit entier naturel tel que $\begin{cases} x \equiv 1\ [\,2\,] \\ x \equiv 1\ [\,3\,] \\ x \equiv 1\ [\,4\,] \\ x \equiv 1\ [\,5\,] \\ x \equiv 1\ [\,6\,] \\ x \equiv 0\ [\,7\,] \end{cases}$.

Ainsi $x - 1$ est divisible par PPCM(2, 3, 4, 5, 6) $= 60$ et $x \equiv 0\ [\,7\,]$.

Par conséquent, $x \equiv 301 \mod 420$.

Il y avait au minimum 301 œufs.

176 Cheval (21)

Énigme

Quelqu'un possède trois-cents unités d'une monnaie et six chevaux ; un autre dix chevaux du même prix mais une dette de cent unités ; les deux sont également riches.

Quel est le prix d'un cheval ?

Ce défi a été traité par le mathématicien indiens Bhāskarā II au VII$^{\text{ème}}$ siècle dans son traité d'algèbre *Bīja-Gaṇita* (vers 1150).

On désigne par c le prix d'un cheval.

L'énoncé se traduit par :

$$6\,c + 300 = 10\,c - 100$$

Ce qui équivaut à :

$$4\,c = 400$$

Par conséquent,

$$c = 100$$

Le prix d'un cheval est égal à cent unités de la monnaie.

177 Cheval (22)

Énigme

Arthur travaille dans une écurie où, pour rendre le poil de ses chevaux plus brillant, il ajoute à leurs aliments des carottes, dont ses chevaux sont friands.
Au début de la semaine Arthur a acheté 11 sacs de 100 carottes chacun.
À la fin de cette semaine plus de neuf sacs ont été consommés et Arthur se rend compte que, au cours de la semaine, chaque cheval a mangé autant de carottes qu'il y a de chevaux dans l'écurie et que la somme du nombre de chevaux et du nombre des carottes mangées ne dépasse pas celui des carottes achetées.

Combien pourrait-il y avoir de chevaux dans l'écurie d'Arthur ?

« 15. Une grande écurie (II) », $27^{\text{ème}}$ Rallye mathématique transalpin, Cat. 8, 9, 10, Mars-avril 2019

On désigne par c le nombre de chevaux.

- Puisque chaque cheval a mangé un nombre c de carottes égal à celui des chevaux de l'écurie, le nombre de carottes consommées par tous les chevaux est $c \times c = c^2$.
  Ce nombre n^2 des carottes mangées doit être strictement plus grand que 900 puisque les carottes de neuf sacs ont été mangées.
- En additionnant le nombre de carottes au nombre c des chevaux, on doit obtenir un nombre plus petit ou égal à 1 100.

Par conséquent, l'entier c est tel que $c^2 > 900$ et $c^2 + c < 1\,100$.

On trouve $c = 31$ ou $c = 32$.

L'écurie a 31 ou 32 chevaux.

178 Cheval (23)

Énigme

Au marché, un cheval écrase le panier d'œufs d'une fermiére.
Le cavalier propose de rembourser les dégâts et demande combien d'œufs contenait le panier.
La femme se souvient seulement qu'il en restait toujours un quand elle les sortait deux par deux, et de même par groupes de trois, quatre, cinq ou six, mais qu'il n'en restait aucun quand elle les sortait sept par sept.

Combien avait-elle d'œufs au minimum ?

Ce défi a été traité par les mathématiciens indiens Bhāskarā I au VII$^{\text{ème}}$ siècle et Brahmagupta vers 628 (dans son *Brahmasphutasiddhanta*) puis par Alhazan au début du XI$^{\text{ème}}$ siècle (qui donne deux méthodes) puis par Fibonacci en 1202 dans son *Liber abaci*.

On désigne par x ce nombre.

x est donc le plus petit entier naturel tel que $\begin{cases} x \equiv 1\ [\,2\,] \\ x \equiv 1\ [\,3\,] \\ x \equiv 1\ [\,4\,] \\ x \equiv 1\ [\,5\,] \\ x \equiv 1\ [\,6\,] \\ x \equiv 0\ [\,7\,] \end{cases}$.

Ainsi $x-1$ est divisible par $\mathrm{PPCM}(2,\,3,\,4,\,5,\,6) = 60$ et $x \equiv 0\ [\,7\,]$.

Par conséquent, $x \equiv 301 \mod 420$.

Il y avait au minimum 301 œufs.

179 Cheval (24)

Énigme

Quelqu'un possède trois-cents unités d'une monnaie et six chevaux ; un autre dix chevaux du même prix mais une dette de cent unités ; les deux sont également riches.

Quel est le prix d'un cheval ?

Ce défi a été traité par le mathématicien indiens Bhāskarā II au VII$^{\text{ème}}$ siècle dans son traité d'algèbre *Bīja-Gaṇita* (vers 1150).

On désigne par c le prix d'un cheval.

L'énoncé se traduit par :

$$6\,x + 300 = 10\,x - 100$$

Ce qui équivaut à :

$$4\,x = 400$$

Par conséquent,

$$x = 100$$

Le prix d'un cheval est égal à cent unités de la monnaie.

180 Cheval (25)

Énigme

Tous les chevaux d'un manège circulaire se suivent l'un derrière l'autre et sont numérotés dans l'ordre : 1, 2, 3, 4, ...
Sur ce manège, Matthieu est assis sur le cheval numéro 11, exactement à l'opposé de Julie, qui est assise sur le cheval numéro 4.

Combien ce manège a-t-il de chevaux ?
A) 13 B) 14 C) 16 D) 17 E) 22

Kangourou des mathématiques, 2007, Écoliers, n° 22

Réponse **B**

Entre le cheval de Julie et celui de Matthieu, il y a 6 chevaux exactement (derrière Julie, ce sont les chevaux numérotés 5, 6, 7, 8, 9 et 10).

Au total le manège a donc $(6 \times 2) + 2$, soit 14 chevaux.

Autre démarche :

Le cheval numéro 11 et est diamétralement opposé au cheval numéro 4.
Donc le cheval numéro 12 et est diamétralement opposé au cheval numéro 3.
Donc le cheval numéro 13 et est diamétralement opposé au cheval numéro 2.
Donc le cheval numéro 14 et est diamétralement opposé au cheval numéro 1.

Il y a 14 chevaux sur le manège.

181 Cheval (26)

Énigme

Lors d'une course de plat, le tiers des partants arrivent groupé en tête et les trois quarts du reste arrivent dans les 30 secondes qui suivent.

Combien de chevaux reste-t-il encore derrière eux s'ils étaient 24 au départ ?

« 1. Course », *Concours Bombyx*, Demi-finale, 2^{nde} pro et $1^{\text{ère}}$ année de CAP, 2011

8 chevaux arrivent groupés en tête, il en reste alors 16 derrière.
Les trois-quarts de 16, soit 12, autres chevaux arrivent dans les 30 secondes qui suivent.
Il reste encore 4 chevaux qui ne sont pas arrivés.

182 Cheval (27)

Énigme

Julie, Laurie, Jeannot et Jojo doivent participer à une représentation de dressage.
Pour le final, chacun choisit une figure différente.
Les filles ne réussissent pas la cabriole, Jeannot n'a pas choisi la courbette, Jojo ne choisit la courbette que si Julie choisit la levade, Jeannot ne choisit la cabriole que si Julie termine par une croupade et le cheval de Laurie ne réussit pas encore les courbettes et la levade le terrorise.

Quelle figure Jojo choisit-il pour son final ?

« 2. Dressage », *Concours Bombyx*, Demi-finale, 2^{nde} pro et $1^{\text{ère}}$ année de CAP, 2011

	Julie	Laurie	Jeannot	Jojo
Cabriole	N	N	N	
Courbette		N	N	
Levade	N	N	O	N
Croupade	N	O	N	N

En complétant la grille ci-dessus à l'aide des données du problème, on trouve directement que Laurie choisit la croupade.
Comme Julie n'a pas choisi la croupade, on déduit que Jeannot choisit la levade.
Julie doit alors forcément choisir la courbette et Jojo la cabriole.
Jojo fera une cabriole pour son final.

183 Cheval (28)

Énigme

Filou fait régulièrement le trajet entre son centre équestre et sa maison avec son cheval Nougat.
Il a calculé qu'il met 10 minutes de moins lorsqu'il fait le trajet au trot (10 km/h) par rapport au même trajet au pas (6 km/h).

Quelle est la distance qui sépare sa maison de son centre équestre ?

Rappel : $t = \dfrac{d}{v}$ où v est la vitesse, d, la distance et t la durée exprimées dans des unités adéquates.

« 3. Randonnée », *Concours Bombyx*, Demi-finale, 2^{nde} pro et $1^{\text{ère}}$ année de CAP, 2011

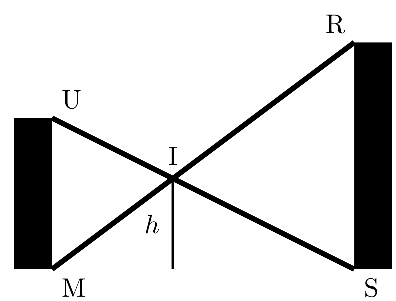
Soit d la distance maison - centre équestre.
On applique $t = \frac{d}{v}$ lorsqu'il marche au pas : $t = \frac{d}{6}$.
Au trot, il met 10 min $= 1/6$ h de moins. Donc $t - \frac{1}{6} = \frac{d}{10}$.
En substituant l'expression de t dans cette équation, on obtient : $\frac{d}{6} - \frac{1}{6} = \frac{d}{10}$, soit $\frac{d-1}{6} = \frac{d}{10}$ puis $4\,d = 10$ et enfin $d = 2,5$ km.

184 Cheval (29)

Énigme

Un drôle d'obstacle est construit entre deux murs [MU] et [RS] de hauteurs respectives 120 cm et 180 cm. Les barres [RM] et [US] se croisent en I.
La hauteur minimum à sauter est alors notée h.
Cathy et son poney Dadou ne sautent pas plus d'un mètre de haut : pourront-ils tenter de sauter cet obstacle ?

Pour le savoir, on demande de calculer la hauteur minimum h à franchir.



« 4. Saut d'obstacle », *Concours Bombyx*, Demi-finale, 2^{nde} pro et $1^{\text{ère}}$ année de CAP, 2011

On nomme O le point tel que OI $= h$.
En appliquant le théorème de Thalès dans SUM, on obtient :
$\dfrac{h}{1,20} = \dfrac{\text{OS}}{\text{MS}} = \dfrac{\text{OS}}{\text{MO} + \text{OS}}$
De même dans MRS : $\dfrac{h}{1,80} = \dfrac{\text{OM}}{\text{MS}} = \dfrac{\text{OM}}{\text{MO} + \text{OS}}$
On a donc : $\dfrac{h}{1,20} + \dfrac{h}{1,80} = \dfrac{\text{OS} + \text{OM}}{\text{MO} + \text{OMS}} = 1$
Donc $\left(\dfrac{1}{1,20} + \dfrac{1}{1,80}\right) h = 1$.
Donc $h = \dfrac{1}{\dfrac{1}{1,20} + \dfrac{1}{1,80}} = \dfrac{1,20 \times 1,80}{1,20 + 1,80} = 0,72$ m.

185 Cheval (30)

Énigme

Pierre veut clôturer une partie d'un grand champ pour y mettre ses deux chevaux.
Le pré obtenu aura la forme d'un rectangle de 80 mètres de longueur.
Pour déterminer la largeur de ce pré, Pierre a trois désirs à nous soumettre.
Il voudrait que cette largeur soit un nombre entier.
Il voudrait aussi que le périmètre du pré soit inférieur à 240 m et que son aire soit supérieure à 3 000 m^2.

Quelles sont les valeurs possibles pour cette largeur ?

« 1. Le pré des chevaux », *Concours Bombyx*, Quarts de finale, 3$^{\text{ème}}$ Dérogatoire et 3$^{\text{ème}}$ DP6, 2008

Appelons ℓ la largeur du pré.
L'aire doit être supérieure à $3\,000$ m^2.
Donc $80 \times \ell > 3\,000$ donc $\ell > \dfrac{3\,000}{80}$ donc $\ell > 37,5$.
De plus, le périmètre doit être inférieur à 240 m.
Donc $2 \times (80 + \ell) < 240$ donc $80 + \ell < 120$ donc $\ell < 40$.
Les valeurs possibles pour la largeur sont 38 m et 39 m.

186 Cheval (31)

Énigme

Aristide possède des chevaux.
Il possède des fils pour clôtures électriques de 30 mètres de long chacun.
À l'aide de chacun de ces fils, il peut créer un enclos rectangulaire de 30 mètres de périmètre.
Il s'aperçoit qu'avec des dimensions égales à des nombres entiers de mètres, la largeur étant toujours au moins égale à deux mètres, il peut créer tous les enclos possibles et que le nombre d'enclos correspondrait exactement au nombre de ses chevaux.

Combien Aristide possède-t-il de chevaux ?

« 10. Les chevaux d'Aristide », 35$^{\text{ème}}$ Championnat des jeux mathématiques et logiques, Quarts de finales, Catégories CE CM C1, 2021

On désigne par L la longueur de l'enclos et par ℓ sa largeur.

L et ℓ sont entiers avec $2 \leqslant \ell \leqslant L$.

De plus, $2\,\ell + 2\,L = 30$ donc $\ell + L = 15$.

On détermine les différents cas possibles :

ℓ	2	3	4	5	6	7
L	13	12	11	10	9	8

Il y a six possibilités.

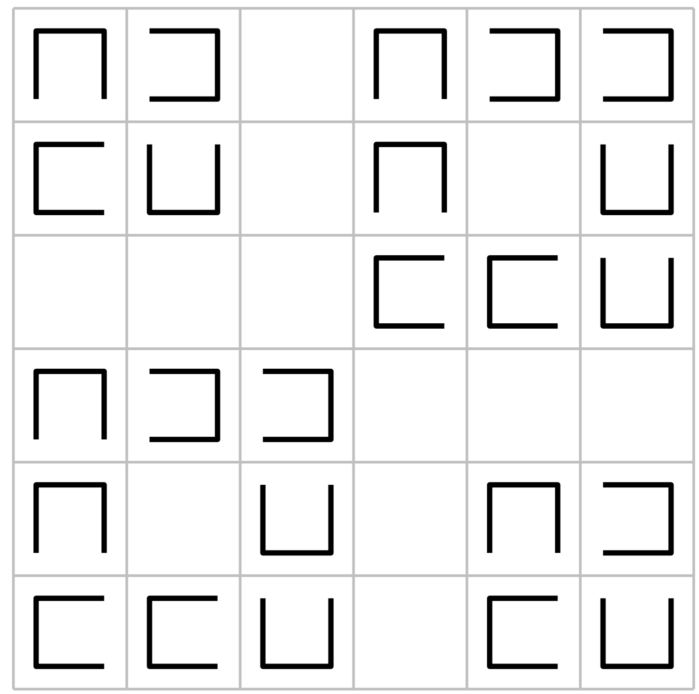
Aristide a donc six chevaux.

187 Cheval (32)

Énigme

Éloi le forgeron cloue des fers à cheval sur des quadrillages réguliers 6×6 porte-bonheur.
Dans un petit carré, on peut clouer un fer à cheval au maximum.
Chaque fer à chevala la forme d'un petit carré légèrement rétréci auquel on a enlevé un côté.
Deux fers à cheval ne doivent jamais se longer par un côté.
La figure donne un exemple où Éloi a pu clouer 24 fers à cheval.

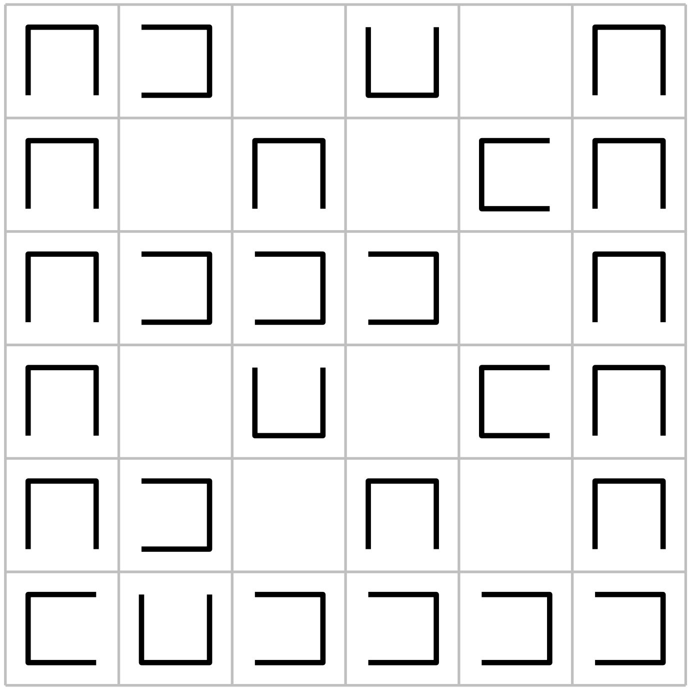
En recommençant sur un nouveau quadrillage, combien de fers à cheval au maximum Éloi pourrait-il clouer ?



« 4. Les fers à cheval », $27^{\text{ème}}$ Championnat des jeux mathématiques et logiques, Finale, Jour 2, 2013

Le maximum est égal à 27.

Voici un exemple qui convient.

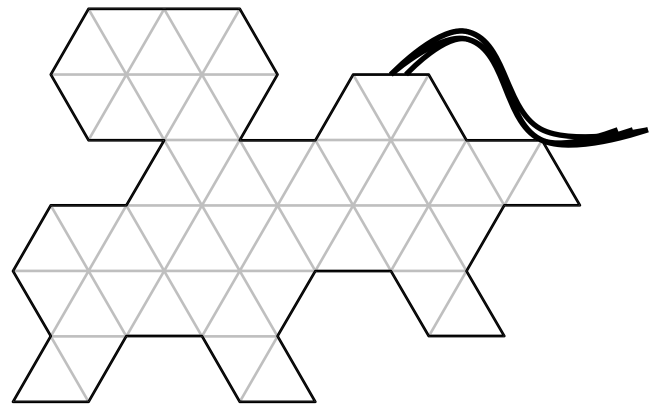


188 Cheval (33)

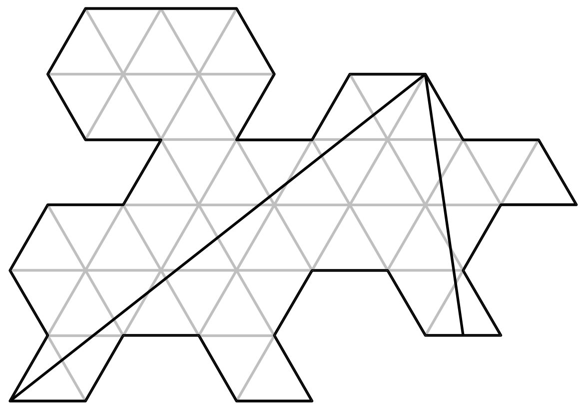
Énigme

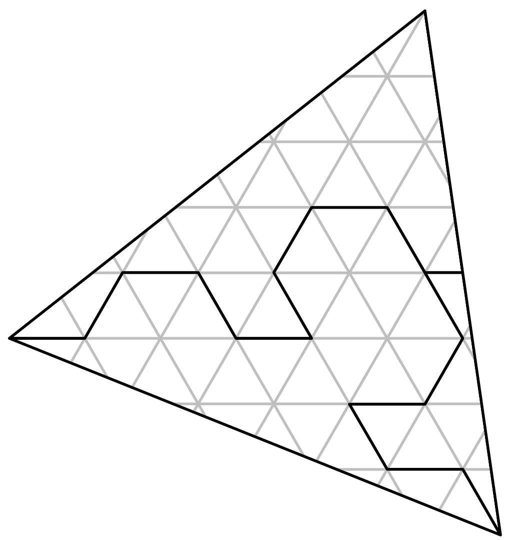
Le dessin ci-dessous représente le plan du cheval de Trois.

Découpez ce plan en trois morceaux pouvant être réassemblés, sans retournement, pour former un grand triangle équilatéral.
Note : Le découpage peut passer à l'intérieur des petits triangles équilatéraux.



« 16. Le cheval de Trois », 19ème Championnat des jeux mathématiques et logiques, Quarts de finale, 2005





189 Cheval (34)

Énigme

Deux chevaux ont été vendus pour une somme totale de \$ 493.68 .
Le premier cheval, Butcher Boy, a été vendu avec une perte de 10 %
et l'autre cheval a été vendu avec un gain de 12 %.
La vente a été réalisée avec un gain total de 2 %.
Calculez le prix initial de chaque cheval.

« The Story of 'Butcher Boy' », *Sam Loyd's Cyclopedia of 5000 Puzzles, Tricks and Conundrums with Answers*, 1914

Appelons a et b les prix initiaux respectifs de chaque cheval.

Le prix final de vente du premier cheval est égal à 0,9 a et le prix final de vente du premier cheval est égal à 1,12 b.
Le prix global de vente est égal à $1,02\,(a+b)$.
Ce même prix global est égal à 493,68.
On peut donc écrire la double inégalité :

$$0,9\,a + 1,12\,b = 1,02\,(a+b) = 493,68$$

Les deux premiers membres donnent
$0,9\,a + 1,12\,b = 1,02\,a + 1,02\,b$.
Donc $0,12\,a = 0,1\,b$.
Donc $b = 1,2\,a$. (*)

Les deux derniers membres donnent $a + b = \dfrac{493,68}{1,02}$.
Donc $a + b = 484$. (**)

(*) et (**) entraînent $2,2\,a = 484$.
Donc $a = \dfrac{484}{2,2} = 220$.
Donc $b = 1,2 \times 220 = 264$ (ou $b = 484 - 220 = 264$).

Par conséquent, Butcher Boy coûtait initialement 220 dollars et l'autre cheval, 264 dollars.

190 Cheval (35)

Énigme

Mathieu a vendu deux chevaux au même prix.
Par rapport aux prix d'achat, il a fait dans un cas un profit de 25 % et dans l'autre essuyé une perte de 25 %.

Par rapport à l'argent investi, quel est le pourcentage gagné ou perdu ?

« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du vendredi 26 janvier, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Notons P le prix de vente de chacun des deux chevaux, P_1 le prix du premier cheval et P_2 le prix du second cheval.

Lors de la première vente, Mathieu a touché $P = P_1 + 0,25 \times P_1$ euros. Donc $P_1 = \dfrac{P}{1,25}$.

Lors de la seconde vente, Mathieu a récupéré 75 % du prix qu'il a dû mettre pour acheter le cheval, c'est-à-dire que l'on a $P = 0,75 \times P_2$ euros. Donc $P_2 = \dfrac{P}{0,75}$.

Finalement, le coût d'achat des deux deux chevaux est :
$P_1 + P_2 = \left(\dfrac{1}{1,25} + \dfrac{1}{0,75}\right) P = \left(\dfrac{4}{5} + \dfrac{4}{3}\right) P = \dfrac{32}{15} P$ euros

La perte pour Mathieu est donc de $\dfrac{32}{15} P - 2\,P = \dfrac{2}{15} P$, ce qui représente un pourcentage de
$\dfrac{2\,P/15}{32\,P/15} = \dfrac{1}{16} = 0,062\,5 = 6,25\,\%$.

191 Chèvre (1)

Énigme

Un candidat dans un jeu télévisé a devant lui trois portes.
Deux chèvres sont cachées derrière deux portes et une voiture est cachée derrière une troisième. La porte cachant la voiture a été choisie par tirage au sort. Le présentateur sait ce qu'il y a derrière chaque porte.
Le joueur choisit une des portes, sans toutefois savoir ce qui se cache derrière (chèvre ou voiture).
Le présentateur doit ouvrir l'une des deux portes restantes – une porte derrière laquelle se cache une chèvre – et doit proposer au candidat la possibilité de changer de choix quant à la porte à ouvrir définitivement.
Le candidat peut rester sur son choix initial ou bien revenir dessus et d'ouvrir la porte qui n'a été choisie ni par lui-même, ni par le présentateur.

Quelle est la meilleure stratégie : faire un nouveau choix ou rester avec le choix initial ?

Ce problème est communément appelé « problème de Monty Hall », du nom de celui qui a présenté le jeu télévisé américain *Let's Make a Deal* pendant treize ans. Craig F. Whitaker a proposé ce problème en le publiant dans la rubrique « Ask Marylin » de Marilyn vos Savant du *Parade Magazine*, en septembre 1990. La publication de cet article a fait couler – et immédiatement – beaucoup d'encre parmi les lecteurs, mathématiciens – célèbres ou non – et les amateurs anonymes.

Le candidat a deux stratégies possibles.

1. Le candidat maintient son premier choix.
Il a donc une chance sur trois de gagner la voiture.

2. Le candidat change son premier choix.
Quand le présentateur ouvre une porte, il y a deux possibilités :

a. le candidat a initialement choisi la voiture (avec une chance sur trois) donc le présentateur ouvre n'importe laquelle des deux autres portes (et n'apporte pas d'information) ;

b. le candidat a initialement choisi une chèvre (avec deux chances sur trois) donc le présentateur ouvre la porte de la seule chèvre restante, ce qui implique que la porte restante est celle qui cache la voiture.

Donc faire confiance au présentateur en changeant son choix apporte deux chances sur trois de gagner.

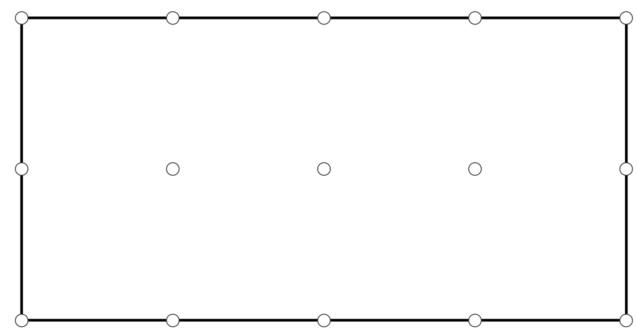
Le candidat a donc deux fois plus de chances de gagner la voiture en changeant son premier choix que de le maintenir.

192 Chèvre (2)

Énigme

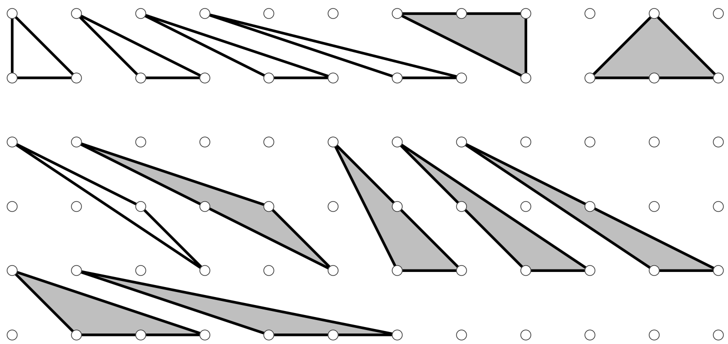
Les chèvres de Daniel sont très indépendantes et exigeantes.
Une chèvre ne produit du lait que si elle est seule dans un enclos triangulaire dont chaque sommet est l'un des quinze piquets représentés sur le dessin ci-dessous.
De surcroît, deux enclos occupés ne peuvent avoir les mêmes dimensions.

Pour qu'un maximum de chèvres donnent du lait, comment Daniel doit-il délimiter ses enclos ?



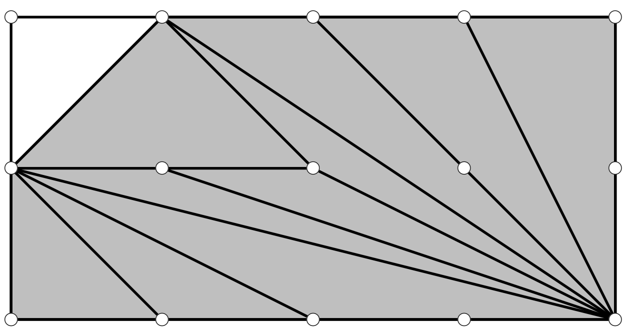
« Caprices caprins », Rallye mathématique d'Aquitaine

On prend pour unité celle d'un « petit carré », de telle sorte que la parcelle ait une aire totale de 8 dans cette unité. Une étude minutieuse permet de dénombrer les 5 triangles de dimensions différentes d'aire 0,5 ainsi que les 8 triangles de dimensions différentes d'aire 1.



En utilisant les 5 triangles d'aire égale à 0,5, il reste alors une aire libre égale à 5,5 à l'intérieur de laquelle on pourra placer au mieux 5 triangles d'aire 1. Ce qui donne un maximum théorique de 10 triangles en tout, avec un triangle d'aire 0,5 dans lequel on ne pourra pas mettre de chèvre.

Voici une solution possible :



193 Chèvre (3)

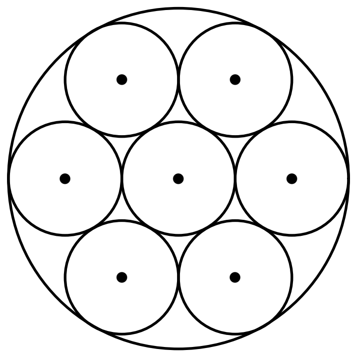
Énigme

Un berger possède un champ circulaire de 90 m de diamètre où il fait paître toutes ses chèvres.
Chacune d'elles est attachée par une corde de 15 m de long à un paquet.
Il ne pourrait pas acquérir une chèvre de plus sans qu'au moins deux d'entre elles ne se gênent, ou que l'une broute l'herbe chez le voisin.

Quelle est la proportion minimum d'herbe non broutée par les chèvres dans le champ (à 1 % près) ?

« Le berger géomètre », *Le triangle patriotique*, 4$^{\text{ème}}$ Championnat de Jeux Mathématiques et Logiques, C1 et C2

Voici un dessin pour comprendre la disposition du berger :



Les sept piquets sont disposés de la sorte : un au centre du cercle et les six autres aux sommets d'un hexagone régulier de côté 30 m.

L'aire totale de l'enclos est $\pi \times 45^2$.
L'aire broutée est $7 \times \pi \times 15^2$.
L'aire restante est donc
$\pi \times 45^2 - 7 \times \pi \times 15^2 = 9 \times \pi \times 15^2 - 7 \times \pi \times 15^2 = 2 \times \pi \times 15^2$
(l'aire de deux disques de rayon 15 m).

Le rapport $\dfrac{\text{aire broutée}}{\text{aire totale}}$ vaut $\dfrac{2 \times \pi \times 15^2}{9 \times \pi \times 15^2} = \dfrac{2}{9}$.
C'est-à-dire 22 %, en arrondissant à 1 %.

194 Chèvre (4)

Énigme

Un randonneur rencontre deux bergers, assis sous un arbre, qui lui proposent de partager leur repas.
Le premier berger sort 7 fromages de chèvre de sa besace et le second, 5.
Les 3 hommes mangent chacun 4 fromages.
En partant, le promeneur leur laisse 12 pièces pour les dédommager.

Combien de pièces prendre chacun des deux bergers pour que le partage soit équitable ?

D'après « Fromages de chèvre », *300 énigmes, casse-tête et jeux de logique pour booster vos neurones*, Nicolas Conti

Le partage où le premier berger prend 7 pièces et le second prend 5 pièces n'est pas équitable !

Le premier berger a mangé 4 fromages, il en a donc donné 3.
Le second berger en a mangé 4, il en a donc donné seulement 1.
4 fromages ont ainsi été données.

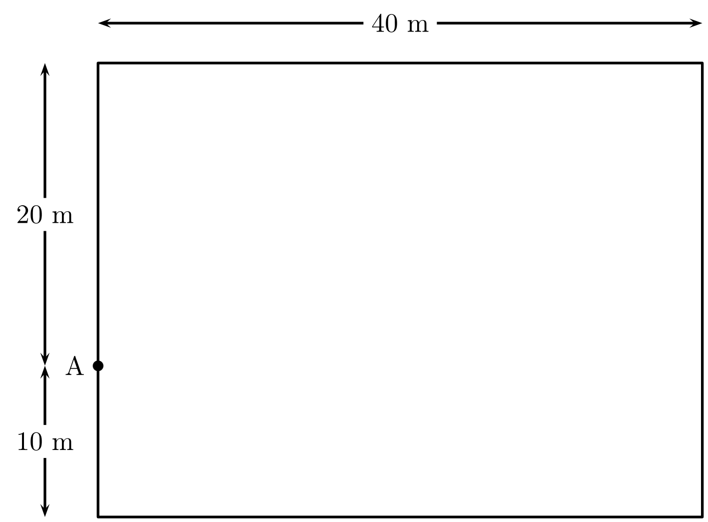
Le premier berger devrait prendre donc les 3/4 des pièces, soit 9, et le second berger, 3 pièces seulement.

195 Chèvre (5)

Énigme

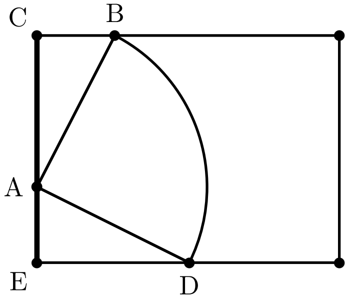
Le père Louis, un vieil agriculteur de Biscarosse, a légué un pré clôturé, rectangulaire, de 30 m sur 40 m à ses deux fils Jean-Luc et Alain.
Jean-Luc a attaché sa chèvre Suzon à un pieu planté en bordure du pré, au point A du plan.
Quand la corde est tendue, Suzon atteint les touffes d'herbe situées au maximum à 22,50 m du piquet.
Alain, qui n'est pas commode en affaire, et qui a du mal avec les calculs d'aires, voudrait s'assurer que son frère ne le lèse pas en laissant Suzon brouter plus de la moitié de la surface du pré.

Pour que la paix continue à régner dans cette famille, calculez l'aire, arrondie au m^2, de la surface que peut brouter Suzon.



D'après « Caprice pour un caprin », Rallye mathématique de Bourgogne, 2de-1re-Tle, 1998

Le texte donne AB = 22,5 , AC = 20 et AE = 10.



Dans le triangle ACB rectangle en C, on a : $\cos\widehat{\mathrm{BAC}} = \dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{20}{22,5} \approx 0,887$.

On en déduit $\widehat{\mathrm{BAC}} \approx 27,27°$.

De même, dans EAD rectangle en E, on obtient $\widehat{\mathrm{EAD}} \approx 63,61°$.

Donc $\widehat{\mathrm{BAD}} = 180° - (27,27° + 63,61°) = 89,12°$.

On en déduit l'aire du secteur déterminé par $\widehat{\mathrm{BAD}}$ et que peut brouter Suzon :
$S_1 = \pi \times 22,5^2 \times \dfrac{89,12}{360} \approx 393,72\ \mathrm{m}^2$.

Par ailleurs, le théorème de Pythagore appliqué au triangle ABC rectangle en C donne : $\mathrm{BC}^2 = \mathrm{AB}^2 - \mathrm{AC}^2$
Donc $\mathrm{BC} = \sqrt{22,5^2 - 20^2} = \sqrt{106,25} \approx 10,308$ m.

Or l'aire du triangle ABC est $S_2 = \dfrac{\mathrm{AC} \times \mathrm{BC}}{2} \approx 103,08\ \mathrm{m}^2$.

On obtient de même la longueur ED ≈ 20,156 m et l'aire du triangle EAD, $S_3 \approx 100{,}78\ \mathrm{m}^2$.

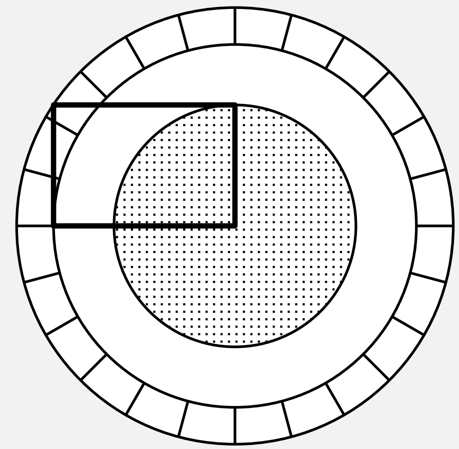
On en déduit que l'aire que peut brouter Suzon , c'est-à-dire $S_1 + S_2 + S_3$, est environ 597,58 m², c'est-à-dire environ 598 m².

L'aire totale du champ étant 1 200 m², on voit que Suzon broute un peu moins de la moitié du champ, et Alain peut être rassuré.

196 Chèvre (6)

Énigme

Monsieur Seguin est un vieil original féru de géométrie.
Il a préparé dans son pré deux enclos destinés à ses deux chèvres.
L'une broute l'herbe de la partie hachurée et l'autre l'herbe de la partie mouchetée.
(Les deux enclos ont été construits à partir d'un rectangle et de trois cercles concentriques.)



Les chèvres de Monsieur Seguin sont-elles traitées équitablement ?

« Krot de bic », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2010

Si l'on note ℓ la largeur et L la longueur du rectangle, le carré de sa diagonale mesure, d'après le théorème de Pythagore, $\ell^2 + L^2$.

L'aire de la partie mouchetée (disque de rayon ℓ) est $A_{\text{mouchetée}} = \pi\,\ell^2$.

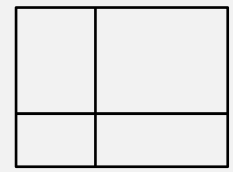
L'aire de la couronne s'obtient en soustrayant l'aire de deux disques, un de rayon L et l'autre de rayon $\sqrt{\ell^2 + L^2}$: $A_{\text{tachetée}} = \pi\,(\ell^2+L^2) - \pi\,L^2 = \pi\,\ell^2$.

Les aires sont égales, les chèvres sont traitées équitablement.

197 Chèvre (7)

Énigme

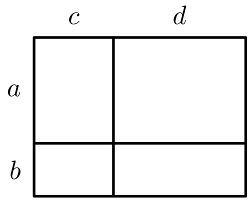
Vincent a partagé le champ rectangulaire où il met ses chèvres en quatre parcelles également rectangulaires comme l'indique la figure ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle.
Lorsqu'il fait le tour de deux parcelles contiguës (ayant un côté commun), il parcourt respectivement 1 416 m, 1 500 m, 1 516 m et 1 616 m.



Quel est le périmètre du champ ?

D'après « Le tour du champ », Tournoi mathématique du Limousin, « Collège », 2016

Notons a, b, c et d les longueurs des côtés des parcelles :



Lorsque Vincent fait le tour de deux parcelles contiguës, il parcourt respectivement des longueurs égales à $2\,(a+c+d)$, $2\,(b+c+d)$, $2\,(a+b+c)$ et $2\,(a+b+d)$.

On en déduit, en ajoutant ces quatre valeurs :
$6\,(a+b+c+d) = 1\,416 + 1\,500 + 1\,516 + 1\,616 = 6\,048$ m.

Or le périmètre du champ est égal à $2\,(a+b+c+d)$.

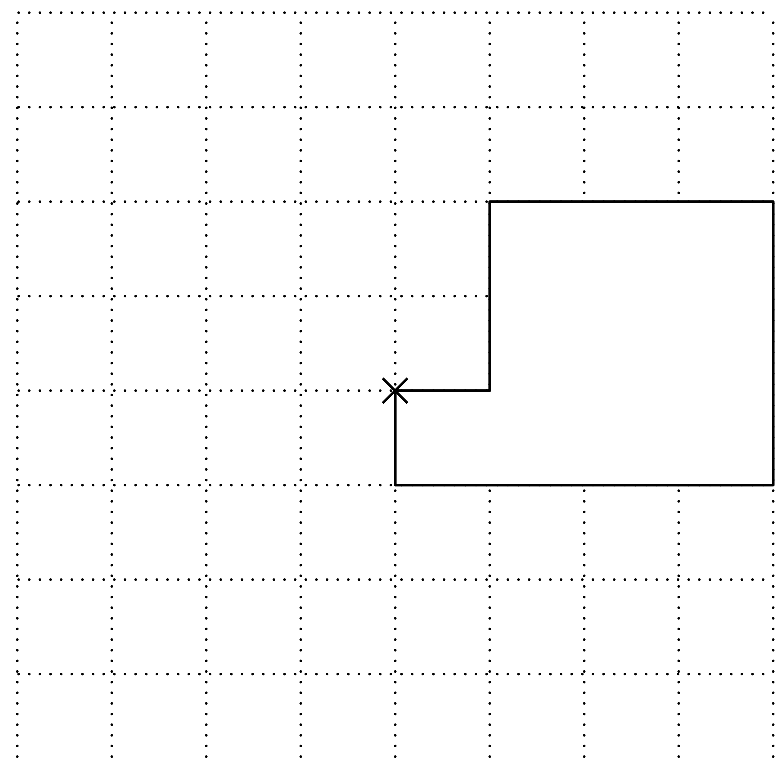
Le périmètre du champ est donc égal à $6\,048 \div 3 = 2\,016$ m.

198 Chèvre (8)

Énigme

Sur un quadrillage à mailles carrées, on a dessiné le plan d'une remise. À l'angle marqué d'une croix, la chèvre Cannelle est attachée par une corde de longueur 4 mètres.
La fermière veut planter des fleurs mais Cannelle adore les fleurs, surtout les rouges.

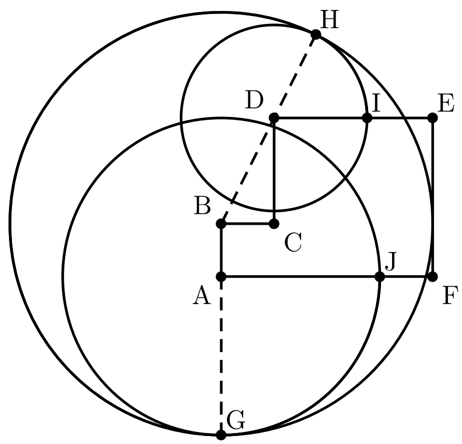
Venez au secours de la fermière en dessinant précisément les limites de la zone où il vaut mieux ne pas planter de fleurs si on veut les protéger de la langue redoutable de Cannelle.



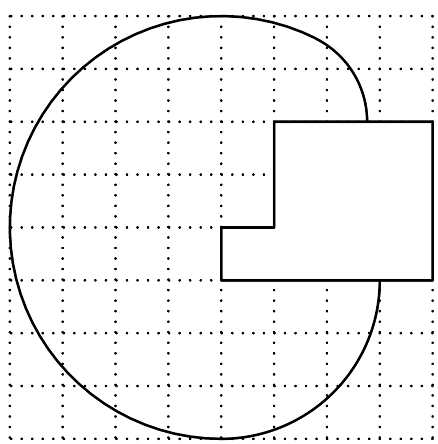
Rallye mathématique de l'académie de Nice, 3ème-2nde, Finale, 2016

La remise est représentée par le polygone ABCDEF.
On considère les trois points suivants :

- G est point d'intersection de la demi-droite [BA) et du cercle de centre A et de rayon 3 ($4 - AB = 3$) ;
- H est le point d'intersection de la demi-droite [BD) et du cercle de centre B et de rayon 4 ;
- I est le point d'intersection du cercle de centre D passant par H et du segment [DE] ;
- J est le point d'intersection du cercle de centre A passant par G et du segment [AF].



La solution est la réunion du « petit » arc de cercle allant (dans le sens direct) de I à H, du « grand » arc de cercle allant de H à G et du « petit » arc de cercle allant de G à J.



199 Chèvre (9)

Énigme

Monsieur Seguin dispose d'un pré triangulaire sur lequel il veut faire paître des chèvres.
Pour que ses chèvres soient heureuses et puissent manger à leur faim, il sait qu'il faut environ 950 m^2 par chèvre.
Il a mesuré les côtés de son pré et a trouvé 429 m, 456 m et 273 m.

Combien de chèvres peut-il acheter ?

« Monsieur Seguin »,
Rallye mathématique de l'académie de Nice, 3$^{\text{ème}}$-2$^{\text{nde}}$, 2010

On considère le triangle ABC, avec AB = 429, AC = 273 et BC = 456.
Pour calculer l'aire du triangle ABC, il faut calculer la longueur AH, où H le pied de la hauteur issue de A.
L'aire est alors égale à $\dfrac{BC \times AH}{2}$.

On a $AH^2 + BH^2 = AB^2 = 429^2$ et $AH^2 + CH^2 = AC^2 = 273^2$
Par soustraction membre à membre, on a :
$BH^2 - CH^2 = 429^2 - 273^2 = 109\,512$
De plus, $BH^2 - CH^2 = (BH - CH)\,(BH + CH)$.
Or $BH + CH = BC = 456$
Donc $BH - CH = \dfrac{109\,512}{456} = \dfrac{4\,563}{19} \approx 240,16$.
D'où $BH = \dfrac{(BH + CH) + (BH - CH)}{2} = 228 + \dfrac{4\,563}{38} = \dfrac{13\,227}{38} \approx 348,08$
et $CH = \dfrac{(BH + CH) - (BH - CH)}{2} = 228 - \dfrac{4\,563}{38} = \dfrac{4\,101}{38} \approx 107,92$

Calculons AH.
$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{273^2 - \left(\dfrac{4\,563}{38}\right)^2} = \dfrac{4\,563}{38} \approx 355,48$

$AH^2 = AC^2 - CH^2 = 273^2 - \left(\dfrac{4\,563}{38}\right)^2 = \dfrac{90\,801\,675}{38^2}$

Donc $AH = \dfrac{\sqrt{90\,801\,675}}{38} \approx 250,76$

L'aire du triangle est donc égale à
$\dfrac{BC \times AH}{2} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{90\,801\,675}}{38} \times 456 = 6\sqrt{90\,801\,675} \approx 57\,173,95$.

De plus, $\dfrac{6\sqrt{90\,801\,675}}{950} \approx 60,2$.

Monsieur Seguin peut acheter 60 chèvres.

Une autre possibilité pour le calcul de l'aire passe par la formule de Héron (hors-programme à ce niveau d'études).

Le demi-périmètre est $p = \dfrac{429 + 456 + 273}{2} = 579$.

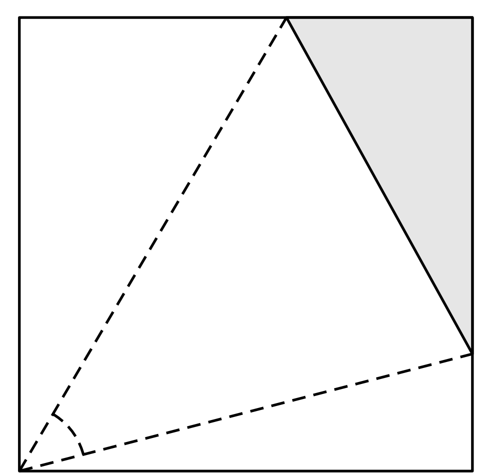
L'aire A du triangle est :
$A = \sqrt{579 \times (579 - 429) \times (579 - 456) \times (579 - 273)} \approx 57\,173,95$

200 Chèvre (10)

Énigme

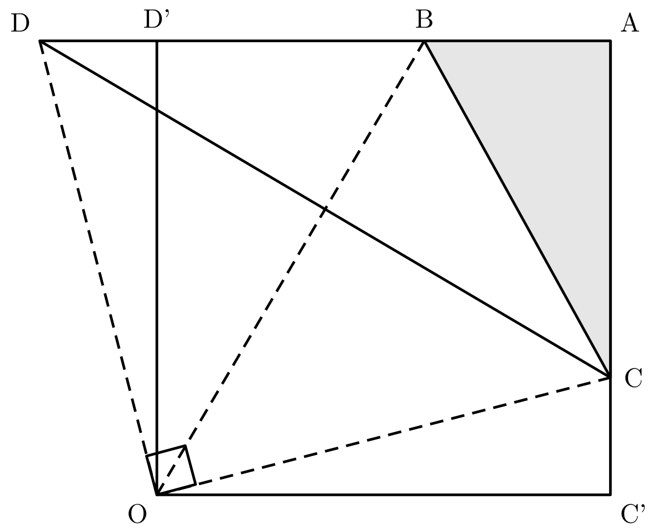
Blanchette est dans un enclos carré, dont elle faisait auparavant le tour en 48 sauts.
Mais aujourd'hui, elle ne peut pas accéder à tout le pré.
Elle regarde avec tendresse son chevreau, enfermé dans un enclos triangulaire à l'un des angles du pré carré (en gris sur la figure), et dont elle pourrait faire le tour en 24 sauts !
L'endroit oùù Blanchette préfère se tenir, c'et le sommet opposé du carré.
De ce point, en effet, elle peut, d'un regard, embrasser l'ensemble du du pré triangulaire où se tient le chevreau.

Quel est l'angle de vision de la chèvre ?



« La chèvre et son chevreau », *Jeux mathématiques du* Monde, Problème n° 289 du 03/09/2002

On construit sur la demi-droite [AD') le point D tel que BC = BD.



Le périmètre de ABC étant la moitié de celui du carré, on a : DD' = CC'.
Il en résulte que le triangle COD est non seulement isocèle, mis rectangle, la même transformation transformant [OC'] en [OD'], [C'C] en [D'D] et donc [OC] en [OD].
Mais le triangle CND est aussi isocèle.
(OB) est un axe de symétrie pour la figure OCBD, ce qui établit que l'angle $\widehat{BOC}$ est la moitié d'un angle droit.

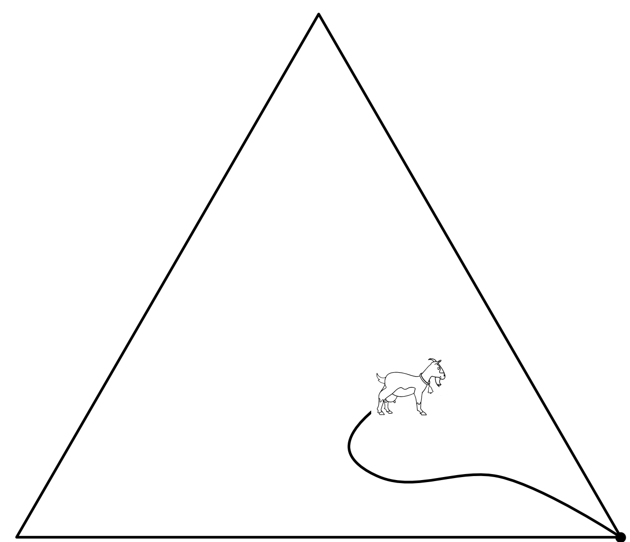
Blanchette voit l'enclos triangulaire sous un angle de 45°.

201 Chèvre (11)

Énigme

Une chèvre est placée dans une prairie de 2 000 m^2, qui est en forme de triangle équilatéral.
La corde autour de son cou est attachée à un poteau dans un coin du terrain.

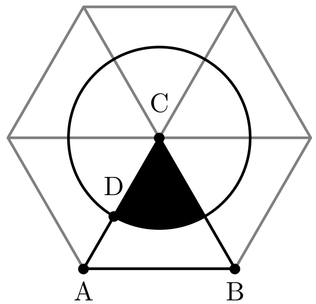
Quelle devrait être la longueur de la corde (au pouce près) pour que la chèvre puisse manger seulement la moitié de l'herbe dans le champ ?
On suppose que la chèvre peut se nourrir jusqu'au bout de l'attache.



« 196. The gathered goat »,
Amusements in Mathematics, Henry Ernest Dudeney, 1917

Dans le problème d'origine, H. E. Dudeney indique que l'aire de triangle est égale à une demi-acre (1 acre vaut environ 4 047 m^2) et demande une longueur de corde arrondie au pouce près.

Supposons que le triangle ABC représente notre champ de 2 000 m^2 et que la partie ombrée soit la zone sur lequel la chèvre paîtra lorsqu'elle sera attachée au coin C.



Ce triangle équilatéral est le sixième d'un hexagone égulier de côté [AB]et de centre C.
Ainsi le pâturage ombragé ne représente qu'un sixième de la superficie totale d'un disque, de rayon [CD], à déterminer.
D'une part, l'aire de la zone ombrée est égale à $\dfrac{1}{6} \times \pi \times \mathrm{CD}^2$.
D'autre part, cette même aire est égale à $\dfrac{1}{2} \times 2\,000 = 1\,000$.
Donc $\dfrac{\pi}{6}\,\mathrm{CD}^2 = 1\,000$.
Donc $\mathrm{CD}^2 = \dfrac{6}{\pi} \times 1\,000$.
Donc $\mathrm{CD} = \sqrt{\dfrac{6\,000}{\pi}} \approx 43,7$ m.

Dans la version de Dudeney, la corde mesure environ 1 731 inches (pouces).

202 Chèvre (12)

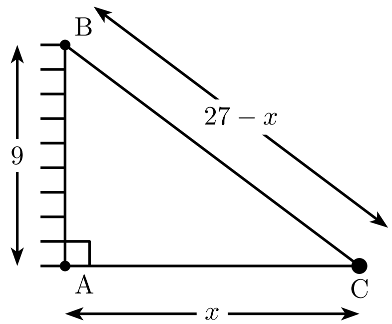
Énigme

Jojo décide de faire un enclos pour sa chèvre.
Il a un mur de 9 m dont il souhaite se servir pour fixer les 27 m de grillage qu'il a.
Il ne possède qu'un seul piquet et souhaite qu'un côté de l'enclos soit perpendiculaire au mur.
Bien sûr, il veut offrir à sa chèvre le plus d'espace possible.

Quelle surface sa chèvre pourra-elle brouter ?

« La chèvre », 28$^{\text{eme}}$ Rallye Mathématique de l'IREM de l'Université des Antilles, Finale, catégorie 3 Lycée (2nde-1ère), 2019

Le mur est représenté par le segment [AB] ; le piquet est représenté par le point C.



Le triangle ABC est rectangle, avec $AB = 9$ et $AC + BC = 27$.

On désigne par x la longueur AC. Donc $BC = 27 - x$.

D'après le théorème de Pythagore, on a : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

Donc $x^2 + 9^2 = (27 - x)^2$.

Donc $x^2 + 81 = 729 - 54\,x + x^2$.
Donc $54\,x = 729 - 81 = 648$.
Donc $x = \dfrac{648}{54} = 12$.

Autrement dit, $AC = 12$ m et $BC = 27 - 12 = 15$ m.

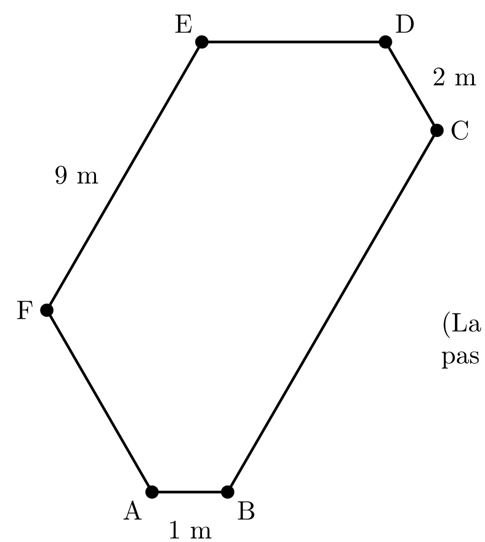
L'aire de l'enclos est égale à $\dfrac{AB \times AC}{2} = \dfrac{9 \times 12}{2} = 54$ m^2.

203 Chèvre (13)

Énigme

Pour souligner l'année de la chèvre, Paula veut construire pour ses chèvres un enclos hexagonal en faisant alterner des murs de métal et des murs de bois.
Elle a déjà les trois murs de métal de longueurs 1 mètre, 2 mètres et 9 mètres et elle veut utiliser tout son bois, qui permet d'obtenir une longueur totale de 18 mètres, pour construire les trois autres murs.
Pour faire les coins en A, B, C, D, E et F, elle utilisera des pentures à ouverture fixe qui forment un angle de 120° et permettent de joindre un mur de métal et un mur de bois.

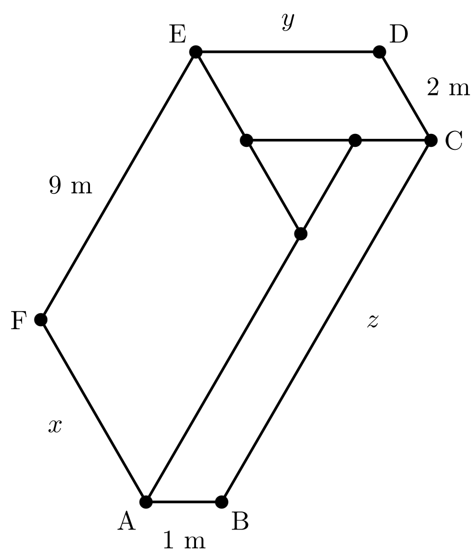
Trouvez quelles seront les longueurs des murs de bois de son enclos.



(La figure n'est pas à l'échelle.)

« 4. 2015, année de la chèvre », Concours de l'Association Mathématique du Québec, Niveau collégial, 2015

Soit x la longueur, en mètres, du mur [AF], y, celle du mur [ED] et z, celle du mur [CB].



Si on trace des droites parallèles aux murs de bois pour former des parallélogrammes, à cause des angles, on obtient que ces parallélogrammes entourent un triangle équilatéral.
Les côtés de ce triangle correspondent alors à $x-2$, $y-1$ et $z-9$.
La double égalité $x-2=y-1=z-9$ permet d'obtenir les équations :
$x-2=y-1 \Rightarrow y=x-1$
$x-2=z-9 \Rightarrow z=x+7$
Sachant que la longueur totale des murs de bois est de 18 mètres, on a également : $x+y+z=18$.
En y remplaçant y et z par les expressions précédentes on trouve la solution : $x=4$, $y=3$ et $z=11$.

Les murs sont donc respectivement de longueurs 4 mètres, 3 mètres et 11 mètres.

204 Chèvre (14)

Énigme

3 chèvres, 9 loups et 2 lions se retrouvent seuls sur une île.
Les loups peuvent manger des chèvres et les lions peuvent manger des chèvres et des loups.
Mais cette île est magique car si un loup mange une chèvre, il se transforme en lion ; si un lion mange une chèvre, il se transforme en loup et, s'il mange un loup, il se transforme en chèvre.

Quel est le plus grand nombre possible d'animaux restant sur cette île une fois l'équilibre atteint (aucun animal ne peut alors en manger un autre) ?

Kangourou des mathématiques, Série S, 2014, n$^{\circ}$ 25

L'équilibre ne peut avoir lieu que s'il ne reste qu'une seule espèce (s'il y a deux espèces, l'une peut toujours être mangée).
On constate qu'à chaque manger, la parité du nombre de chaque espèce change, et donc les deux espèces qui vont disparaître ont toujours la même parité : vu les nombres initiaux, ce ne peut être que les chèvres et les loups.
Et il ne reste que des lions à la fin.
Il y a au début 14 animaux ; 1 manger (quelconque) fait baisser le nombre total d'animaux de 1 ; comme il y a 9 loups à éliminer, il ne pourra rester qu'au plus $14 - 9$, soit 5 animaux à la fin.
Et voilà comment finir avec 5 lions, ce qui est donc le maximum cherché :

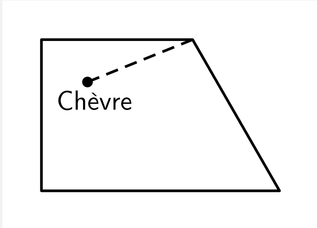
- 3 loups mangent 3 chèvres, on a alors 5 lions et 6 loups ;
- 3 lions mangent 3 loups, on a alors 2 lions, 3 loups et 3 chèvres ;
- 3 loups mangent 3 chèvres, on a alors 5 lions (et ni loup ni chèvre).

(Remarque : pour atteindre ce maximum de 5 lions, un lion ne doit jamais manger une chèvre.)

205 Chèvre (15)

Énigme

Le schéma ci-dessous représente une prairie dans laquelle deux clôtures rectilignes de 20 m font un angle de 120° ; une chèvre est attachée au piquet d'angle par une corde de 15 m de long.



Quelle est, en mètres carrés, l'aire de la partie de prairie que la chèvre peut brouter ?
On prendra 3,14 pour valeur approchée de π.
On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est donnée par la formule : $\pi\, r^2$

« 2. La chèvre de monsieur Seguin », *Concours Bombyx*, Finale, $5^{\text{ème}}$, 2016

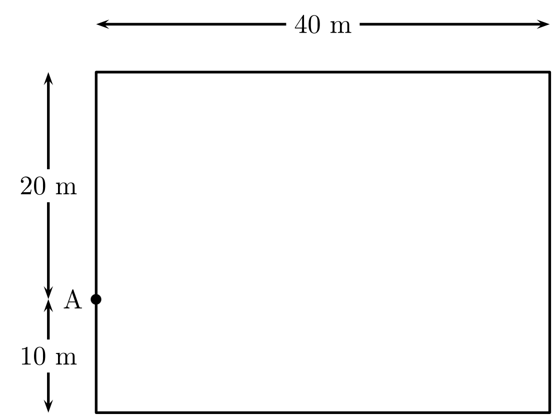
La partie de prairie que la chèvre peut brouter est un secteur circulaire de rayon 15 m et d'angle 120°, donc un tiers de disque.
$\pi \times 15^2 \div 3 = 75\,\pi \approx 75 \times 3,14$, soit 235,5.
L'aire de la partie de prairie que la chèvre peut brouter mesure environ 235,5 m^2.
(On acceptera aussi 235,6 m^2 pour les élèves utilisant la touche π de leur calculatrice).

206 Chèvre (16)

Énigme

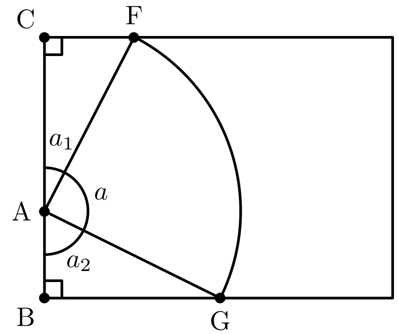
Le père Louis, un vieil agriculteur de Biscarosse, a légué un pré clôturé, rectangulaire, de 30 m sur 40 m à ses deux fils Jean-Luc et Alain.
Jean-Luc a attaché sa chèvre Suzon à un piquet planté en bordure du pré, au point A.
Quand la corde est tendue, Suzon atteint les touffes d'herbe situées au maximum à 22,50 m du piquet.
Alain, qui n'est pas commode en affaires, et qui a du mal avec les calculs d'aires, voudrait s'assurer que son frère ne le lèse pas en laissant Suzon brouter plus de la moitié de la surface du pré.

Pour que la paix continue à régner dans cette famille, calculer l'aire, arrondie au m^2, de la surface que peut brouter Suzon.



« 3. Elle ne manque pas d'aire ! »,
Rallye mathématique d'Aquitaine, Lundi 14 Mars 2022

L'aire de la surface broutée est égale à la somme de l'aire du triangle ACF, de l'aire du triangle ABG et de l'aire de la portion de disque.



• D'après le théorème de Pythagore dans le triangle ACF, rectangle en C :

$\mathrm{CF}^2 = \mathrm{AF}^2 - \mathrm{AC}^2 = 22{,}5^2 - 20^2 = 106{,}25$

$\mathrm{CF} = \sqrt{106,25} \approx 10{,}3$ m

$\mathcal{A}_{\mathrm{ACF}} = \dfrac{\mathrm{CF} \times \mathrm{AC}}{2} = \dfrac{\sqrt{106,25} \times 20}{2} \approx 103{,}1 \text{ m}^2$

• D'après le théorème de Pythagore dans le triangle ACF, rectangle en C :

$\mathrm{BG}^2 = \mathrm{AG}^2 - \mathrm{AB}^2 = 22{,}5^2 - 10^2 = 406{,}25$

$\mathrm{BG} = \sqrt{406,25} \approx 20{,}2$ m

$\mathcal{A}_{\mathrm{ABG}} = \dfrac{\mathrm{BG} \times \mathrm{AB}}{2} = \dfrac{\sqrt{406,25} \times 10}{2} \approx 100{,}8 \text{ m}^2$

• En utilisant les relations trigonométriques dans les triangles ACF et ABG (respectivement rectangles en C et B), on peut trouver la mesure des angles a_1 et a_2 .

$\cos(a_1) = \dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{20}{22{,}5} \approx 0{,}889$ d'où $a_1 \approx 27{,}3°$

$\cos(a_2) = \dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AG}} = \dfrac{10}{22{,}5} \approx 0{,}444$ d'où $a_1 \approx 63{,}6°$

• On en déduit la mesure de l'angle a :

$a = 180° - (27{,}3° + 63{,}6°) \approx 89{,}1°$

• L'aire de la portion du disque de rayon 22,50 m est proportionnelle à la mesure de l'angle a.

$\mathcal{A}_{\mathrm{p\,d}} = \dfrac{89{,}1}{360} \times \pi \times 22{,}5^2 \approx 393{,}6 \text{ m}^2$

• Donc $\mathcal{A}_{\mathrm{Totale}} = \mathcal{A}_{\mathrm{ACF}} + \mathcal{A}_{\mathrm{ABG}} + \mathcal{A}_{\mathrm{p\,d}} \approx 598 \text{ m}^2$

207 Chèvre (17)

Énigme

Monsieur Seguin a un petit terrain qui entoure sa villa sur lequel il a semé du gazon.
Chaque fois que le gazon a 10 cm de hauteur, il faut le tondre.
Monsieur Seguin n'a pas de tondeuse, mais il a une chèvre, Blanchette, un mouton, Frisé, et une vache, Hortense.
Lorsqu'il met Blanchette, seule, sur son gazon à tondre, celle-ci met 6 heures pour le brouter entièrement.
Frisé est un peu plus rapide et met 4 heures pour brouter tout le gazon à lui seul.
Hortense, seule, broute tout le gazon en 3 heures.
Un beau jour, le gazon a poussé, il faut le tondre et M. Seguin est pressé.
Il met ses trois animaux ensemble sur son gazon.

Combien de temps mettront ensemble, Blanchette, Frisé et Hortense, pour brouter tout le gazon ?

« À trois, c'est plus vite fait », Rallye mathématique transalpin, Épreuve 2, 2022

(Solutions proposée par le RMT)

Méthode 1

En « gazon à tondre par heure », les trois vitesses sont $1/6$, $1/4$ et $1/3$ et leur somme est $1/6 + 1/4 + 1/3 = 9/12 = 3/4$ et pour trouver le temps nécessaire pour tondre « le gazon » à raison de $3/4$ de « gazon à l'heure » il faut effectuer la division $1 \div (3/4) = 4/3$ en « heures ».

Méthode 2

Algébriquement, en choisissant le temps nécessaire (x, en heures) comme inconnue, l'équation correspondante est :

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = 1$$

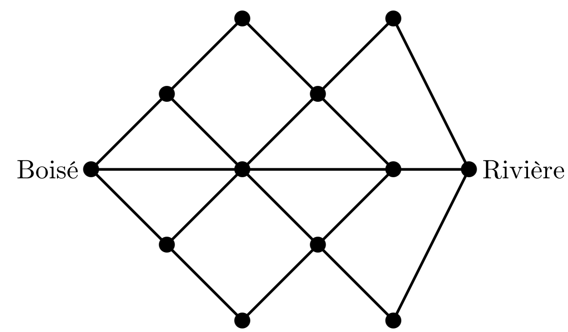
Ce qui équivaut à $\frac{2\,x}{12} + \frac{3\,x}{12}x + \frac{4\,x}{12} = \frac{12}{12}$,
ou encore $2\,x + 3\,x + 4\,x = 12$,
ou encore à $9\,x = 12$,
ou encore à $x = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$,
La durée est donc égale à 1 h + $\frac{1}{3} \times 60$ min, c'est-à-dire 1 h 20 min.

208 Chevreuil

Énigme

Un chevreuil vit dans un boisé tout près d'une colline.
Pour aller à la rivière, il doit passer par les sentiers tracés dans l'illustration ci-dessous.
Chaque nuit, il va à la rivière et en revient.
Dans chaque déplacement, il ne retourne jamais en arrière.

Au bout de combien de nuits le chevreuil aura-t-il parcouru tous les chemins ?



« Un chevreuil », http://www.charleries.net/

À la première colonne de trois points, de haut en bas, le chevreuil aura parcouru 1, 3 et 1 chemins.

À la colonne suivante, il aura parcouru 4 et 4 chemins.

À la colonne suivante, il aura parcouru 4, 11 et 4 chemins : ce qui fait 19 chemins en tout.

$19 \div 2 = 9,5$. La $9^{\text{ème}}$ nuit, il aura suivi 18 chemins.

La $10^{\text{ème}}$ nuit, il aura parcouru tous les chemins. Il sera alors rendu à la rivière.

209 Chien (1)

Énigme

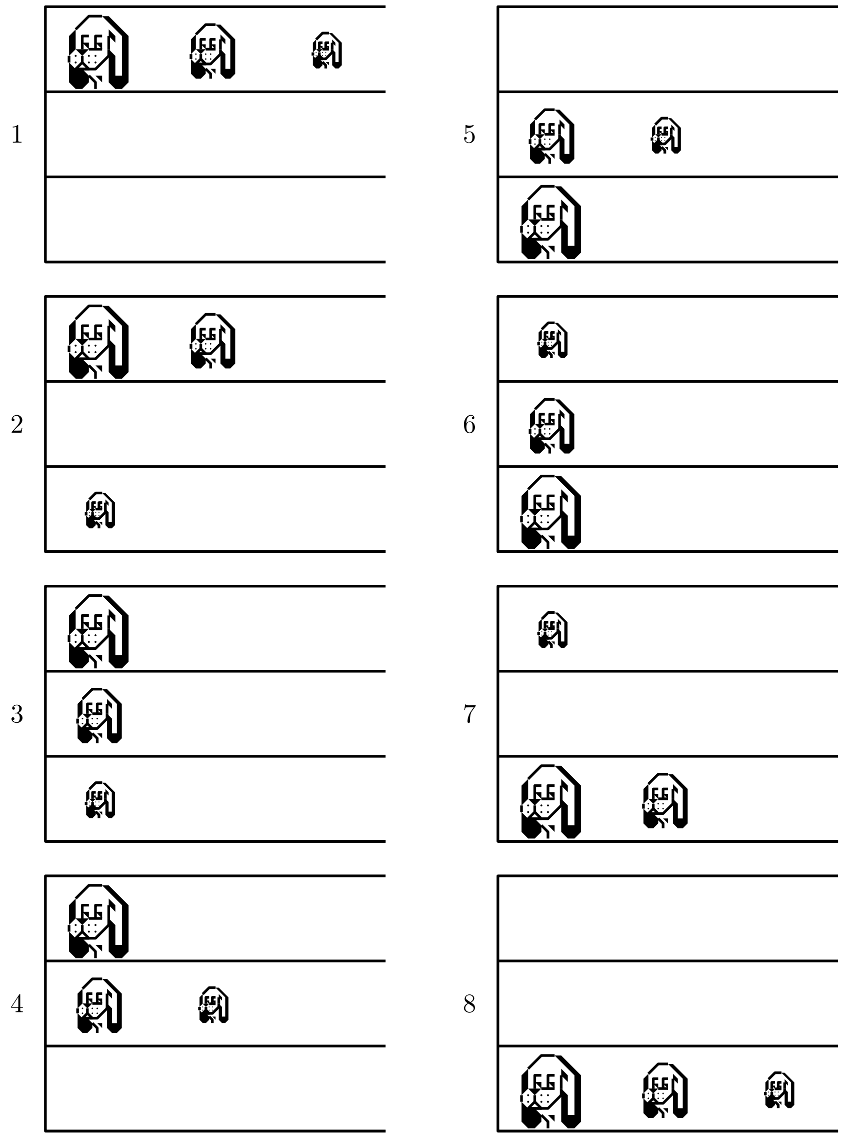
Le chenil doit être nettoyé.
L'employé qui a voulu s'en charger, veut transférer les trois chiens des box de la première allée dans les trois box de la troisième allée.
Il a néanmoins quelques contraintes :

- il ne peut promener qu'un chien à la fois ;
- il veut pouvoir voir rapidement où sont les différents chiens et donc ne veut jamais cacher un chien derrière un plus gros que lui ;
- il peut utiliser les trois box de la deuxième allée.

Comment va-t-il se débrouiller le plus rapidement ?

Voilà le problème « des tours de Hanoï » de Lucas revisité !

Solution en 7 déplacements



Dans le cas général, pour n chiens, il faut $2^n - 1$ déplacements.

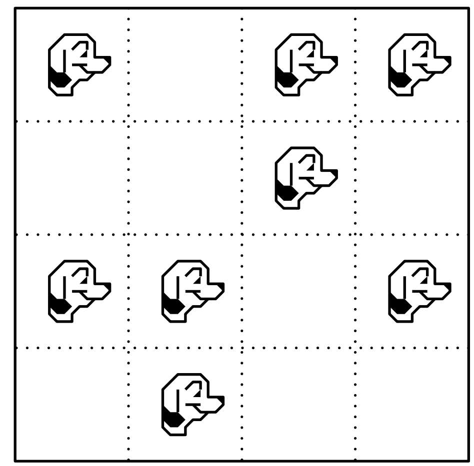
210 Chien (2)

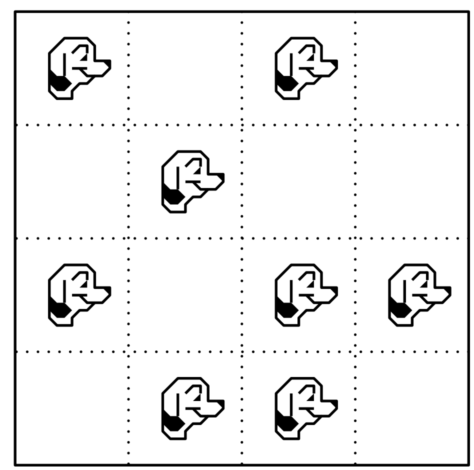
Énigme

Dans chacune des deux zones pavillonnaires, les propriétés sont toutes de la même forme : inutile de chercher longtemps pourquoi les habitants les appellent « les dominos » !

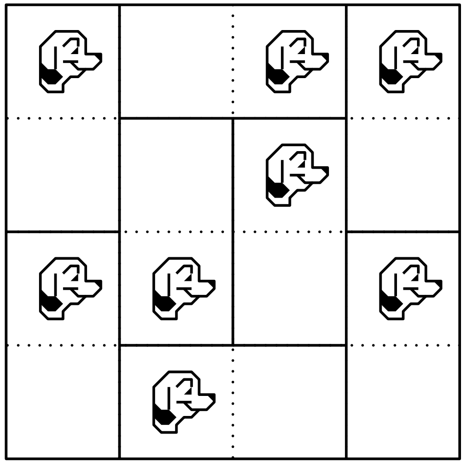
Chaque habitant dispose sur son terrain d'une moitié pour sa maison et d'une autre moitié pour son chien.

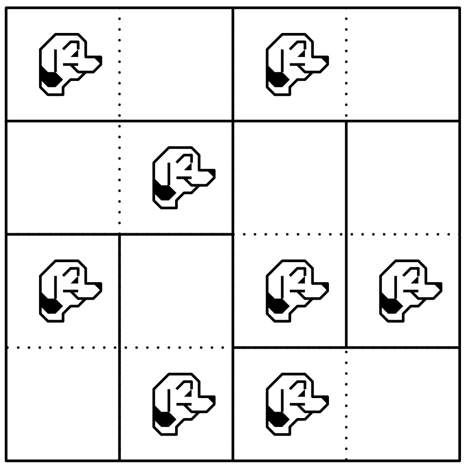
Retrouver la disposition de chaque propriété.





Voici une des solutions possibles de chaque cas.





211 Chien (3)

Énigme

Les niches de Médor, Mirza et Coquine sont bien alignées dans la cour.
Elles sont toutes d'une couleur différentes.
Les chiens sont toutes de tailles différentes.

- Le teckel habite la niche rouge.
- Le berger allemand est le plus grand.
- L'épagneul loge dans la niche du milieu.
- La niche rouge est à côté de la verte.
- Le plus petit chien habite la première niche à gauche.

Quel est le chien le plus petit et à qui est la niche jaune ?

« Chiens », *Les jeux du Kangourou des collèges*, 1995

L'énoncé permet d'obtenir le tableau suivant, complété au fur et à mesure :

Couleur	Rouge	Vert	Jaune
Chien	Teckel	Épagneul	Berger all.
Taille	Petit	Moyen	Grand

- Le teckel est le plus petit chien.
- Le berger allemand a la niche jaune.

212 Chien (4)

Énigme

La chienne Hexane aime les noix, mais elle ne peut les casser !
Aussi, elle doit les rapporter à son maître pour que celui-ci réalise cette opération à sa place.
Entre le maître et l'animal, la règle du jeu est relativement simple.
Le maître divise le tas de noix en deux parties égales, et il garde l'une des deux parties.
Ce faisant, s'il reste une noix, elle est pour Hexane.
On continue ainsi l'opération avec l'autre partie, jusqu'à ce qu'il ne reste plus de noix.
Par exemple, si Hexane rapporte 1 903 noix, les tas successifs compteront 951, 475, 237, 118, 59, 29, 14, 7, 3 et 1 noix. Et Hexane aura pu en manger 9. Hexane ne peut rapporter plus de 1998 noix.

Combien doit-elle en rapporter afin de pouvoir en déguster le maximum ?

« La noix de son maître », *50 nouvelles énigmes mathématiques pour lycéens et +*, Éd. Pole

Prenons l'exemple donné dans l'énoncé et écrivons 1 903 en base 2 : $1\,903_{(10)} = 11\,101\,101\,111_{(2)}$

Pour convertir 1 903 en base 2, on peut faire des divisions successives par 2 puis prendre les restes en commençant par la fin. Le procédé est exactement le même que celui opéré par le maître d'Hexane : lorsque le résultat tombe juste, la chienne n'a rien, et lorsqu'il reste une noix, elle la mange.

1 998 est inférieur à 2 047 qui s'écrit 11 111 111 111 en base 2. Les nombres cherchés s'écriront en base 2 avec au plus 10 chiffres 1 :

$11\,111\,111\,110_{(2)} = 2\,046_{(10)}$	trop grand
$11\,111\,111\,101_{(2)} = 2\,045_{(10)}$	trop grand
$11\,111\,111\,011_{(2)} = 2\,043_{(10)}$	trop grand
$11\,111\,110\,111_{(2)} = 2\,039_{(10)}$	trop grand
$11\,111\,101\,111_{(2)} = 2\,031_{(10)}$	trop grand
$11\,111\,011\,111_{(2)} = 2\,015_{(10)}$	trop grand
$11\,110\,111\,111_{(2)} = 1\,983_{(10)}$	convient
$11\,101\,111\,111_{(2)} = 1\,919_{(10)}$	convient
$11\,011\,111\,111_{(2)} = 1\,791_{(10)}$	convient
$10\,111\,111\,111_{(2)} = 1\,535_{(10)}$	convient
$11\,111\,111\,111_{(2)} = 1\,023_{(10)}$	convient

Le problème a donc 5 solutions : Hexane doit rapporter 1 023 noix, 1 535 noix, 1 791 noix, 1 919 noix ou 1 983 noix.

213 Chien (5)

Énigme

Un certain nombre de chiens sont alignés, chacun d'eux pesant un nombre entier de kilogrammes.
En ajoutant le poids de chacun des chiens (autres que le premier) au double du poids de celui situé à sa gauche, on obtient toujours 94 kilogrammes.

Combien y a-t-il de chiens au maximum ?
Dans ce cas, de gauche à droite, quel est le poids de chacun d'eux ?

« Au chenil », $8^{\text{ème}}$ Championnat international des Jeux Mathématiques et Logiques

Désignons par a_1 , a_2 , a_3 , . . . , a_n les poids des chiens alignés de gauche à droite.

Nous avons les relations :

$$2\,a_1 + a_2 = 2\,a_2 + a_3 = 2\,a_{n-1} + a_n = 94$$

De ces relations, nous tirons :

$$\begin{aligned}
a_2 &= 94 - 2\,a_1\\
a_3 &= -94 + 4\,a_1\\
a_4 &= 3 \times 94 - 8\,a_1\\
a_5 &= -5 \times 94 + 16\ a_1\\
a_6 &= 11 \times 94 - 32\,a_1\\
a_7 &= -21 \times 94 + 64\ a_1\\
a_8 &= 43 \times 94 - 128\ a_1
\end{aligned}$$

La nécessité pour a_7 d'être un nombre positif entraîne l'inégalité :

$$a_1 > \frac{21 \times 94}{64} > 30$$

De même, la nécessité pour a_8 d'être un nombre positif entraîne l'inégalité :

$$a_1 < \frac{43 \times 94}{128} < 32$$

On peut vérifier que l'existence d'un nombre a_9 positif aboutirait à une contradiction.

Les poids étant tous des nombres entiers de kilogrammes, on ne peut donc avoir que la valeur $a_1 = 31$, ce qui permet de calculer de proche en proche $a_2 = 32$, $a_3 = 30$, $a_4 = 34$, $a_5 = 26$, $a_6 = 42$, $a_7 = 10$ et $a_8 = 73$.

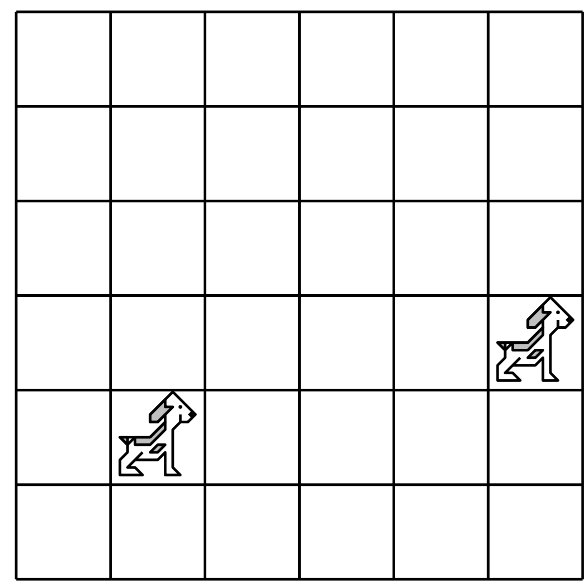
Il y a donc au maximum 8 chiens, qui pèsent respectivement 31 kg, 32 kg, 30 kg, 34 kg, 26 kg, 42 kg, 10 kg et 74 kg.

214 Chien (6)

Énigme

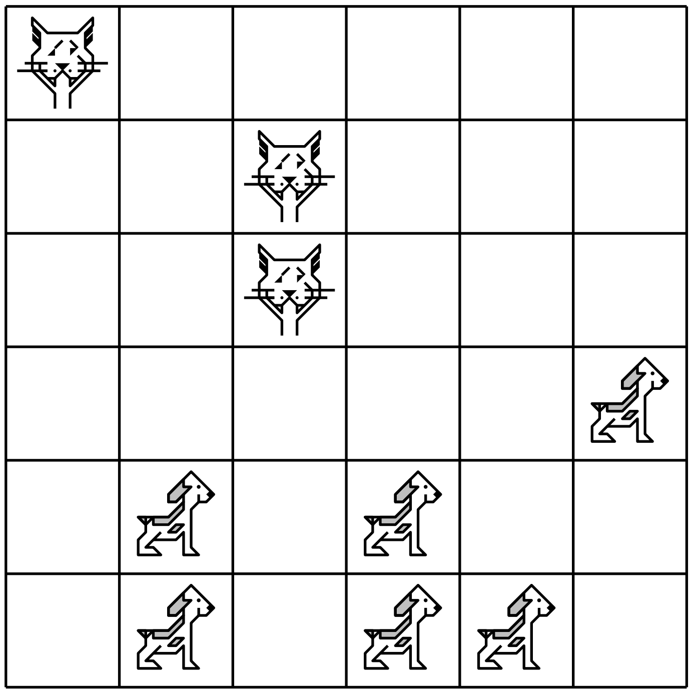
Six chiens – dont deux sont placés – essaient de chasser les chats.
Les chats intelligents ont trouvé un moyen de se cacher des chiens, pourvu que les chiens soient dans certaines cases.
Depuis sa case, un chien peut voir dans toutes les directions (horizontalement, verticalement et en diagonale).

Peux-tu ajouter encore quatre chiens et trois chats de telle sorte qu'aucun des chiens ne voie aucun des chats ?
Une case ne peut être occupée que par un seul animal.



D'après « La vérité sur les chats et les chiens », *Magiques mathématiques !*, C. A. Pickover, Dunod

Voici une solution :



215 Chien (7)

Énigme

Monsieur et madame Dupont vont faire une promenade avec leur chien.
Chacun d'eux voulant lui-même le tenir en laisse, ils finissent par accrocher à la pauvre bête deux chaînes différentes mesurant chacune un mètre.

Sachant que monsieur et madame Dupont marchent toujours à 1 mètre l'un de l'autre, quelle est à chaque instant la surface dans laquelle notre pauvre chien peut évoluer librement ?

« Jeux et problèmes, La ronde des animaux », *Tangente*, n° 43, Mai-juin 1995

Le chien peut se déplacer dans l'intersection de deux disques de rayon 1 m, dont les centres sont éloignés de 1 m.

L'aire de ce domaine est obtenue par la réunion de deux parties égales chacune à 1/3 de disque.

L'intersection de ces deux domaines est un losange formé de deux triangles équilatéraux de côté 1.

L'aire de cette surface vaut donc :

$$2 \times \frac{\pi}{3} \times 1^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times 1\right)$$

soit environ $1{,}23\,\mathrm{m}^2$.

216 Chien (8)

Énigme

Il faut 56 biscuits pour nourrir 10 animaux.
Il n'y a que des chats et des chiens.
Les chiens mangent 6 biscuits chacun.
Les chats n'en mangent que 5.

Combien y a-t-il de chiens et de chats ?

Première démarche
Soit a le nombre de chats et b le nombre de chiens.
a et b sont solution du système $\left\{\begin{array}{l} 5\,a + 6\,b = 56 \\ a + b = 10 \end{array}\right.$.
Ce qui donne $a = 4$ et $b = 6$.

Seconde démarche
Si il n'y a que des chiens, ils mangeraient alors 60 biscuits. Or il y a 4 biscuits de moins donc il y a 4 chats et donc 6 chiens.
Si il n'y a que des chats, ils mangeraient alors 50 biscuits. Or il y a 6 biscuits de plus donc il y a 6 chiens et donc 4 chats.
Si il y a 5 chiens et 5 chats, ils mangeraient 55 biscuits, or il y a a 1 biscuit de plus donc 1 chien de plus... Ce qui conduit à la même solution.

217 Chien (9)

Énigme

À partir de sa maison, un homme fait à pied un trajet de 6 km, aller-retour (3 km aller et 3 km retour).
Son chien est plus lent que lui, et marche à moitié moins vite.
Les deux partent ensemble.
Quand l'homme atteint le bout du chemin à 3 km de la maison, il revient sur ses pas.
Quand il croise son chien, son chien se retourne et le suit jusqu'à la maison.

Quelle distance aura marché le chien ?

Lorsque l'homme atteint le bout du chemin, à 3 km de la maison, il se retourne.

Son chien, la moitié moins rapide, est à 1,5 km de la maison. Ainsi, 1,5 km les séparent à ce moment.

L'homme marche vers le chien à sa vitesse et le chien vers l'homme à la moitié de cette vitesse.

Lorsqu'ils se croisent, l'homme a franchi une distance deux fois plus grande que le chien, puisqu'il est deux fois plus rapide. L'homme a donc marché 1 km et le chien, la moitié, soit 0,5 km.

Au moment du croisement, le chien est à 1,5 + 0,5 km de la maison ; il a donc marché 2 km jusqu'à ce moment-là.

Le chien rebrousse chemin, et marche donc 2 km pour rejoindre la maison.

Au total, le chien a donc marché 4 km.

218 Chien (10)

Énigme

Au retour d'un long voyage dans un pays étranger, Timothée fait les observations suivantes sur les hôtels qu'il a fréquentés.

1. Lorsque la cuisine est bonne, les serveuses sont accortes.
2. Aucun hôtel ouvert toute l'année ne manque d'avoir vue sur la mer.
3. La cuisine n'est déplorable que dans certains hôtels bon marché.
4. Les hôtels qui possèdent une piscine ont soin de couvrir leurs murs de chèvrefeuille.
5. Les hôtels dont les serveuses sont désagréables sont ceux qui sont ouverts une partie de l'année seulement.
6. Aucun hôtel bon marché n'accepte les chiens.
7. Les hôtels sans piscine n'ont pas la vue sur la mer.

Dans ces hôtels, les propriétaires de chien peuvent-ils jouir du chèvrefeuille ?

100 jeux logiques, n° 49, Pierre Berloquin

On peut écrire :

1. Si la cuisine est bonne, les serveuses sont accortes.
2. Si un hôtel est ouvert toute l'année, il a vue sur la mer.
3. Si le prix est élevé, la cuisine est bonne.
4. Si l'hôtel possède une piscine, les murs sont couverts de chèvrefeuille.
5. Si les serveuses sont accortes, l'hôtel est ouvert toute l'année.
6. Si les chiens sont admis, le prix est élevé.
7. S'il y a une vue sur la mer, il y a une piscine.

En lisant dans l'ordre 6 - 3 - 1 - 5 - 2 - 7 - 4, on déduit que tous les hôtels qui admettent les chiens ont leurs murs couverts de chèvrefeuille.

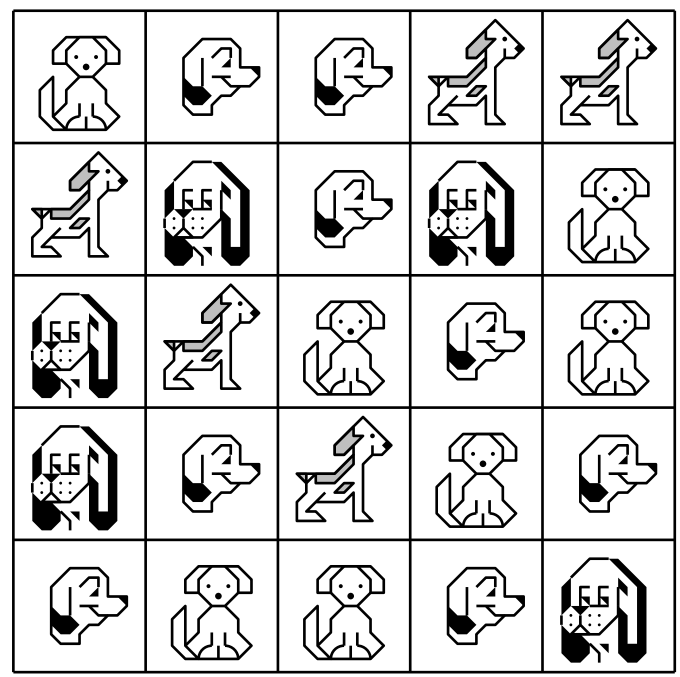
219 Chien (11)

Énigme

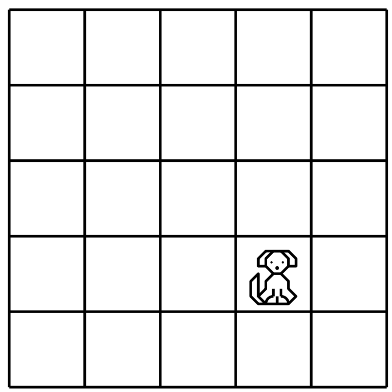
Jean-Philippe est bénévole à la S. P. A. et tous les week-ends il promène « ses » quatre chiens.
Il a pris plusieurs photos d'eux et les dispose sur une table, comme indiqué ci-dessous.
Quand Kath lui demande quel est le chien avec lequel il a le plus joué aujourd'hui, il lui donne les indices suivants :

- il n'est présent qu'une seule fois dans sa ligne ;
- il touche un  en diagonale ;
- il est à droite d'un  .

Quel est ce chien ?



D'après « Un légume rare », *Enigma*, n° 4, Mars-avril 2006

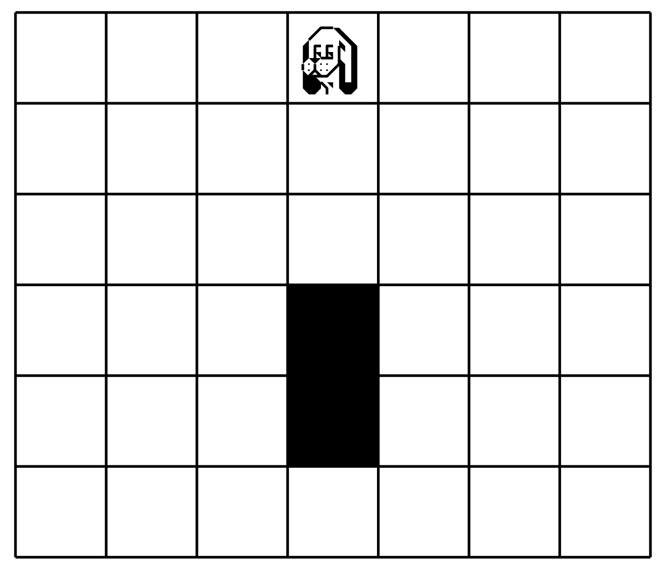


220 Chien (12)

Énigme

Marcelle a partagé son champ en 42 parcelles carrées comme ci-dessous.
Le chien, gardien de la ferme, est placé au centre de la rangée horizontale supérieure.
Il doit se déplacer obliquement jusqu'à la rangée horizontale inférieure, sans jamais revenir en arrière.
Toutefois, il ne peut pas passer par les deux parcelles en noir.

Combien y a-t-il de chemins permettant d'atteindre toutes les parcelles de la rangée horizontale inférieure ?



« Chien en liberté », `http://www.recreomath.qc.ca/`

Le nombre placé dans une parcelle indique le nombre de chemins que le chien peut suivre du début jusqu'à cet endroit.

Le nombre total de chemins est la somme des nombres de la rangée horizontale inférieure.

						
		1		1		
	1		2		1	
1		3		3		1
	4				4	
4		4		4		4

Il y a 16 chemins.

221 Chien (13)

Énigme

Olivin fait sa provision de biscuits veloutés pour son petit chien Kado.
Il se présente à une boutique spécialisée et demande 100 biscuits.
Le commis lui répond :
« J'ai seulement des sacs de cinq biscuits et des sacs de sept biscuits.
Je vais essayer d'arranger cela.
— Je veux le moins de sacs possible, reprend Olivin. »

Combien de sacs de chaque quantité Olivin recevra-t-il ?

« Biscuits de Kado », http://www.recreomath.qc.ca/

Comme 5 et 100 sont des multiples de 5, il faut que le nombre de sacs de sept biscuits soit un multiple de 5.

Si le commis donne cinq sacs de sept biscuits, il fournira 13 sacs de cinq biscuits : ce qui fait 18 sacs en tout.

Si le commis donne 10 sacs de sept biscuits, il fournira six sacs de cinq biscuits : ce qui fait 16 sacs en tout.

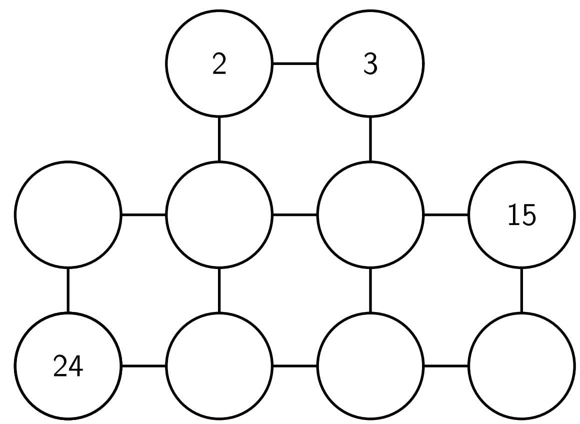
Olivin recevra 6 sacs de cinq biscuits et 10 de sept biscuits.

222 Chien (14)

Énigme

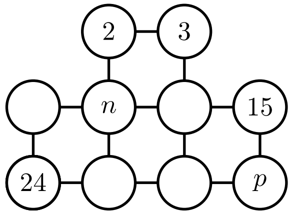
Vingt-cinq balles numérotées de 1 à 25 sont disposées dans le désordre sur la piste par un spectateur.
Au signal du dresseur, un chien s'avance, prend une balle et la dispose sur la grille.
Après le quatrième passage, le dresseur annonce fièrement : « Regardez bien cette grille, mon chien savant va maintenant choisir et disposer les balles de telle sorte que pour chaque carré les produits en croix seront égaux. »

Retrouve la grille finale.



« Et un et deux et croix zéro », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2016

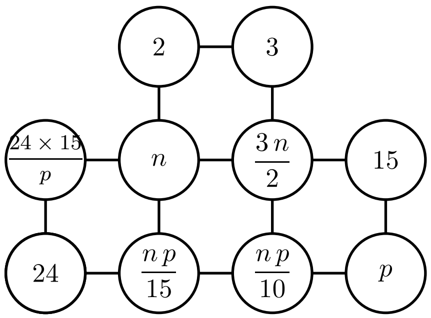
Notons n et p les numéros de ces deux balles.



Pour que tous ces nombres soient des nombres entiers,

- n doit être divisible par 2,
- p doit être divisible par 5,
- p doit diviser 360 ($360 = 24 \times 15$).

On en déduit les expressions de cette deuxième grille.



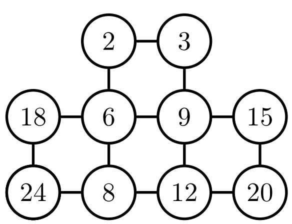
De plus, les numéros sont inférieurs à 25. Donc $\dfrac{24 \times 15}{p} \leqslant 25$. Par conséquent, $15 \leqslant p \leqslant 25$.

Les seuls multiples de 5 compris entre 15 et 25 qui divisent 360 sont 15 et 20. La balle portant le numéro 15 est déjà placée. Donc $p = 20$.

Par conséquent, $\dfrac{np}{15} = \dfrac{4n}{3}$.

n doit donc être divisible par 3 ; comme il est déjà divisible par 2, il doit être divisible par 6.

Pour $n = 12$, la balle 18 apparaît 2 fois ; $n = 18$ est trop grand.
Il y a une seule grille solution :



223 Chien (15)

Énigme

Charles s'occupe d'un chenil qui accueille les chiens abandonnés.
Lundi soir, il y avait 6 chiens dans ce chenil.
Mardi, 4 nouveaux chiens sont arrivés et 5 ont quitté le chenil car ils ont été confiés à des familles.
Mercredi, 12 chiens sont arrivés et un seul est parti.
Jeudi, 3 chiens sont partis et aucun n'est arrivé.
Vendredi, aucun chien n'est parti et 12 ont été amenés au chenil, mais 5 d'entre eux n'ont pas pu être accueillis car le chenil était plein.

Combien de chiens le chenil de Charles peut-il accueillir ?

« Le chenil de Charles »,
Rallye Mathématique Transalpin, Épreuve 1, 2017

On procède pas à pas :

- Lundi soir. 6
- Mardi. $6 + 4 - 5 = 5$
- Mercredi. $5 + 12 - 1 = 16$
- Jeudi. $16 - 3 = 13$
- Vendredi. $13 + (12 - 5) = 20$

Le chenil de Charles peut accueillir 20 chiens.

224 Chien (16)

Énigme

Le chien de Bianca doit prendre des comprimés de vitamines.
La dose pour la semaine est de 25 milligrammes de vitamines.
Un comprimé contient 5 milligrammes de vitamines.
Le vétérinaire a prescrit l'ordonnance suivante.

LUNDI	1 comprimé
MARDI	1/2 comprimé
MERCREDI	1/4 comprimé
JEUDI	[redacted]
VENDREDI	1 comprimé
SAMEDI	1/4 comprimé
DIMANCHE	1 comprimé

Malheureusement, Bianca a renversé du café sur l'ordonnance et elle n'arrive plus à lire la dose prescrite pour le jeudi.

Quelle est la dose prescrite pour le jeudi ?

« Bianca et les vitamines », Rallye mathématique transalpin (RMT), Finale, 2012

$25 \div 5 = 5$: la dose hebdomadaire correspond à 5 comprimés.

La somme des doses que Bianca peut lire correspond à
$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{4} + 1 = 4$ comprimés.

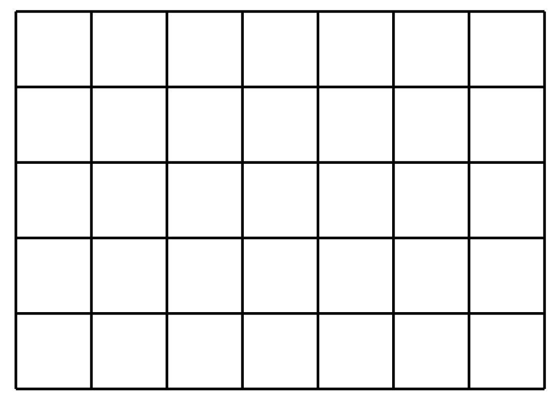
La dose pour le jeudi correspond donc à $5 - 4 = 1$ comprimé.

225 Chien (17)

Énigme

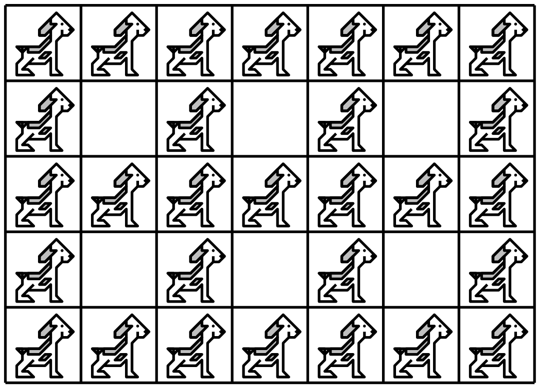
Ce chenil est composé de 35 cases.
Le propriétaire a remarqué que lorsque 4 cases en carré sont occupées, les chiens occupant ces cases passent leur temps à aboyer et se laissent mourir de faim.

Combien de chiens peut-il mettre dans son chenil en n'ayant jamais 4 chiens dans 4 cases en carré ?



« Le chenil », 12$^{\text{èmes}}$ jeux Math'Hermatiques, Épreuve en doublettes, 16 juin 2000

On peut mettre 29 chiens :



226 Chien (18)

Énigme

À la pension « À l'os à moelle », tous les chiens se trouvent dans la même cage.
On trouve trois races différentes : des bassets de 8 kg chacun, des caniches de 5 kg chacun et des pékinois de 3 kg chacun.
Le poids total de tous les chiens est de 22 kg.

Combien de chiens de chaque race trouve-t-on dans cette cage ?

« Pension pour chiens », Rallye mathématique de l'Allier, Deuxième manche, 2008-2009

On a : $1 \times 8 \leqslant 22 < 3 \times 8$

Il y a donc 1 ou 2 bassets.

- S'il y a 1 basset, le poids restant est $22 - 1 \times 8 = 14$ kg.

  On a : $1 \times 5 \leqslant 14 < 3 \times 5$

  Il y a donc 1 ou 2 caniches.

  - S'il y a 1 caniche, le poids restant est $14 - 1 \times 5 = 9$ kg.

    Or $9 = 3 \div 3$.

    Il y a alors 3 pékinois.

  - S'il y a 2 caniches, le poids restant est $14 - 2 \times 5 = 4$ kg.

    Or 4 n'est pas divisible par 3.

    Ce cas est impossible.

- S'il y a 2 bassets, le poids restant est $22 - 2 \times 8 = 6$ kg.

  On a : $1 \times 5 \leqslant 6 < 2 \times 5$

  Il y a donc 1 caniche.

  Le poids restant est $6 - 1 \times 5 = 1$ kg.

  Ce cas est impossible.

Il y a donc finalement dans la cage 1 basset, 1 caniche et 3 pékinois.

Remarque. La solution $22 = 2 \times 8 + 0 \times 5 + 2 \times 3$ est mathématiquement correcte mais n'est pas retenue car l'énoncé sous-entend qu'il y a au moins un chien de chaque race dans la cage.

227 Chien (19)

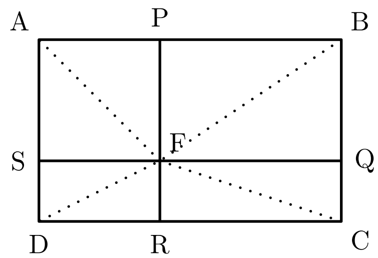
Énigme

Fina est une chienne qui surveille efficacement les quatre entrées du pré rectangulaire.
Avec elle, il y a peu de chance qu'un animal s'introduise dans le pré et sème la pagaille parmi les moutons !
En ce moment, elle se trouve à 119 mètres de la première entrée, à 375 mètres de la deuxième entrée et à 408 mètres de la troisième entrée.

À combien de mètres de la quatrième entrée se trouve-t-elle ?

Nous allons commencer par établir un résultat général.

On considère un rectangle ABCD et un point F à l'intérieur de ce rectangle.
On désigne par P, Q, R et S les projetés orthogonaux de F respectivement sur [AB], [BC], [CD] et [AD].



On a alors, d'après le théorème de Pythagore :

- $AF^2 = AP^2 + AS^2$
- $BF^2 = BP^2 + BQ^2$
- $CF^2 = CQ^2 + CR^2$
- $DF^2 = DR^2 + DS^2$

Or $DR = AP$, $AS = BQ$, $CR = BP$ et $DS = CQ$

On a donc

- $AF^2 = AP^2 + BQ^2$
- $BF^2 = BP^2 + BQ^2$
- $CF^2 = CQ^2 + BP^2$
- $DF^2 = CQ^2 + AP^2$

En additionnant membre à membre, on a :
$AF^2 + BF^2 + CF^2 + DF^2 = 2\,(AP^2 + BP^2 + BQ^2 + CQ^2)$

Or $AP^2 + BQ^2 = AP^2 + AS^2 = AF^2$ et $BP^2 + CQ^2 = CR^2 + CQ^2 = CF^2$

Donc $AF^2 + BF^2 + CF^2 + DF^2 = 2\,(AF^2 + CF^2)$

Donc $\boxed{BF^2 + DF^2 = AF^2 + CF^2}$

Nous revenons au défi.

On désigne par ABCD le parc et par F la chienne Fina.

On a : $AF = 119$ m, $BF = 375$ m et $CF = 408$ m.

$DF^2 = AF^2 + CF^2 - BF^2 = 119^2 + 408^2 - 200^2 = 40\,000$

Par conséquent, $DF = 200$.

Fina se trouve à 200 mètres de la quatrième entrée.

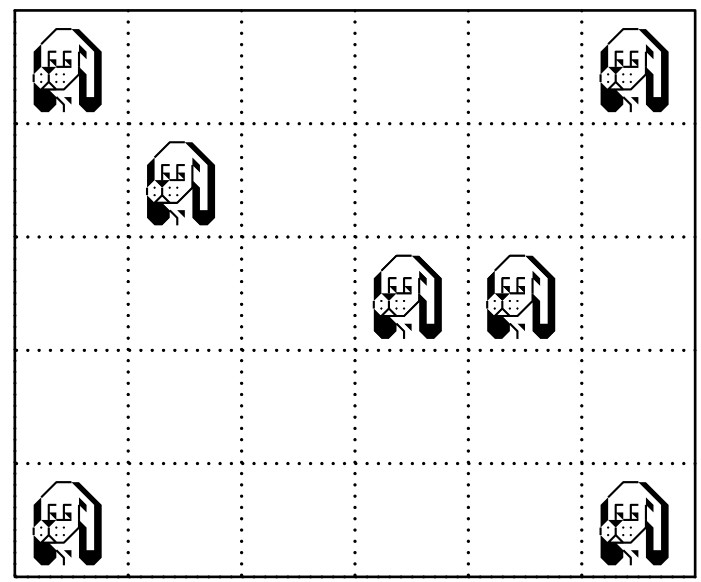
Complément
Le problème correspond aux données suivantes.
$AP = 56$, $BP = 360$, $AS = 105$ et $DS = 192$.
(Donc $AB = 416$ et $AD = 297$)

228 Chien (20)

Énigme

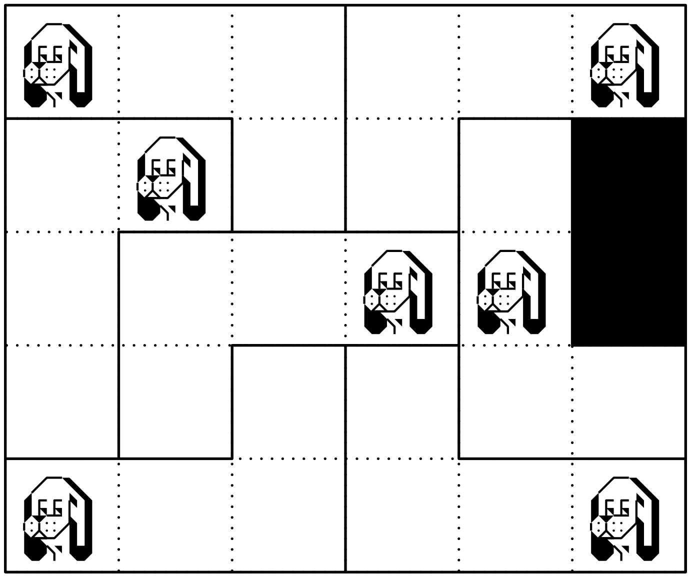
Placide a un terrain qu'il divise en 30 parcelles comme ci-après.
Dans sept parcelles, il place un chien de garde.

Partagez le terrain, sauf deux parcelles, en sept parties de même forme et de même grandeur pour qu'il y ait un chien par partie.



« Chiens placides », *Récréations géométriques*, Problème 100 B, Site Recreomath

Chaque partie doit être formée de quatre parcelles.
Voici une façon de partager le terrain :



229 Chien (21)

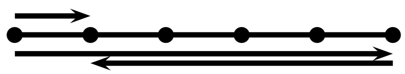
Énigme

Annabelle part promener son chien.
Elle sort de sa maison et se dirige vers l'entrée du parc à 50 m de chez elle.
Caramel est trop content.
Dès qu'elle a fait 10 m, elle s'aperçoit que Caramel est déjà à l'entrée du parc.
Elle s'arrête, le siffle et attend qu'il revienne vers elle.
Ils repartent et, quand elle est 10 m plus loin, Caramel est de nouveau à l'entrée du parc.
Elle s'arrête, le siffle et attend qu'il revienne vers elle.
La situation se reproduit tous les 10 m.

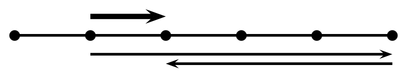
Trouvez la distance parcourue par Caramel quand Annabelle sera elle aussi à l'entrée du parc.

« La promenade », Rallye mathématique des écoles de Bourgogne, Étape 1, 2017

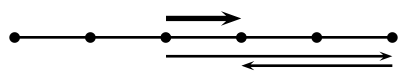
Phase 1 :
Annabelle parcourt 10 m. Elle est à $50-10=40$ m de l'entrée du parc. Caramel parcourt donc 50 m jusqu'à l'entrée du parc puis revient pendant qu'Annabelle attend et fait 40 m. Il a donc parcouru $50+40=90\,\text{m}$.



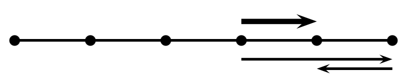
Phase 2 :
Annabelle parcourt 10 m. Elle est à $40-10=30$ m de l'entrée du parc. Caramel parcourt 40 m jusqu'à l'entrée du parc puis revient pendant qu'Annabelle attend et fait 30 m. Il a donc parcouru $40+30=70\,\text{m}$.



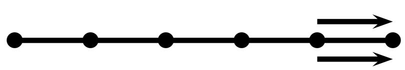
Phase 3 :
Annabelle parcourt 10 m. Elle est à $30-10=20$ m de l'entrée du parc. Caramel parcourt 30 m jusqu'à l'entrée du parc puis revient pendant qu'Annabelle attend et fait 20 m. Il a donc parcouru $30+20=50\,\text{m}$.



Phase 4 :
Annabelle parcourt 10 m. Elle est à $20-10=10$ m de l'entrée du parc. Caramel parcourt 20 m jusqu'à l'entrée du parc puis revient pendant qu'Annabelle attend et fait 10 m. Il a donc parcouru $20+10=30\,\text{m}$.



Phase 5 :
Annabelle parcourt 10 m. Elle est à l'entrée du parc.
Caramel est aussià l'entrée du parc. Il a donc parcouru $10\,\text{m}$.



Caramel a donc parcouru $90+70+50+30+10=250$ m.

230 Chien (22)

Énigme

La balance de la salle de bain est déréglée de plusieurs kilos.
En effet, quand je me pèse, elle marque 63 kilos, quand tu te pèses, 51, quand nous nous pesons ensemble, 121, et quand Médor va seul sur la balance,11.

Vous avez ainsi deviné combien pèse Médor, n'est-ce pas ?

« 7. Combien pèse Médor ? », *301 énigmes mathématiques*,
Marie Berrondo-Agrell, Éd. Eyrolles, 2010

On appelle E l'erreur de la balance.

S'il y a une seule personne qui se pèse ou si les deux personnes se pèsent en même temps, l'erreur est comptée une seule fois.

Donc 121 est égal à la somme des deux poids réels augmentée de E.
Ce que l'on peut écrire : somme des deux poids $+ E = 121$ (*)

Si l'on ajoute les résultats des deux pesées, l'erreur E est donc comptée deux fois.
Or $63 + 51 = 114$.
Donc 114 est égal à la somme des deux poids réels augmentée de $2\,E$.
On peut donc écrire : somme des deux poids $+ 2\,E = 114$ (**)

En soustrayant (*) à (**), on obtient : $2\,E - E = 114 - 121$, c'est-à-dire $E = -7$.
L'affichage de la balance diminue le poids réel de 7 kilogrammes !

Puisque l'affichage du poids de Médor est égal à 11 kg, son poids réel est égal à $11 + 7 = 18$ kilogrammes.

231 Chien (23)

Énigme

Dans ce chenil,

- il y a deux fois plus de bergers allemands que de chows-chows ;
- il y a autant de bergers allemands que de caniches ;
- le nombre de lévriers et de setters réunis est le même que celui des chows-chows ;
- il y a quatre fois plus de setters que de lévriers.

Le chenil se compose de cent-cinquante chiens.

Combien y a-t-il de chiens par race dans ce chenil ?

« Au chenil », *Jeux & stratégie*, n° 9, Juin-Juillet 1987

On désigne par B, C, K, L et S les nombres respectifs de bergers allemands, chows-chows, caniches, lévriers et setters.

On établit les égalités suivantes :

- $B = 2\,C$
- $B = K$
- $L + S = C$
- $S = 4\,L$
- $B + C + K + L + S = 150$

On déduit : $2\,C + C + 2\,C + C = 150$

D'où : $6\,C = 150$

Donc $C = 25$.

De plus, $L + S = C$ et $S = 4\,L$ donnent $5\,L = C$.

Donc $L = 5$.

Il y a donc 50 bergers allemands, 25 chows-chows, 50 caniches, 5 lévriers et 20 setters.

232 Chien (24)

Énigme

Au cours d'une randonnée à la campagne, M. et Mme Softleigh se sont retrouvés dans un joli petit dilemme.
Ils ont dû traverser un rivière dans un petit bateau qui ne pouvait transporter qu'un poids maximal de 150 livres.
Mais M. Softleigh et sa femme pesaient chacun exactement 150 livres, et chacun de leurs fils pesait 75 livres.
Et puis il y avait le chien, qui ne pouvait en aucun cas être amené à nager.
Sur le principe des « dames d'abord », ils envoyèrent aussitôt Mme Softleigh ; mais c'était un oubli stupide, car elle devait revenir avec le bateau, donc rien n'a été gagné par cette opération.

Comment ont-ils tous réussi à se faire passer ?

(Pour information, une livre est égale à 500 grammes.)

« 373. Traversée de rivière »,
Amusements in Mathematics, Henry Ernest Dudeney, 1917

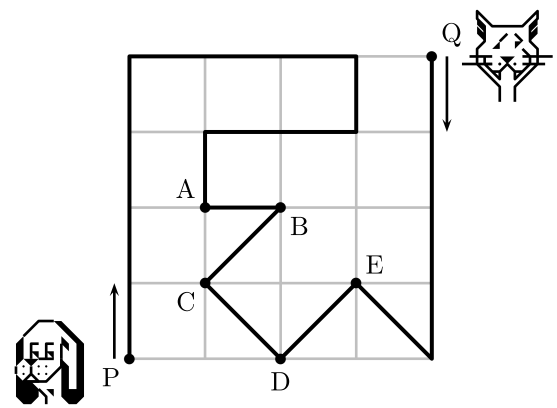
D'abord, les deux fils se croisent, et l'un revient.
Ensuite, l'homme traverse et l'autre fils revient.
Puis les deux fils se croisent et l'un revient.
Puis la dame traverse et l'autre fils revient.
Puis les deux fils se croisent et l'un d'eux revient chercher le chien.
Onze passages en tout.

233 Chien (25)

Énigme

Un chien et un chat se déplacent le long du chemin tracé en gras sur le dessin.
Au même instant, le chien part de P et le chat part de Q.
Le chien se déplace trois fois plus vite que le chat.

Où vont-ils se rencontrer ?
A) en A B) en B C) en C D) en D E) en E



Kangourou des mathématiques, 2020, Sujet B, nº 9

Le chemin de P à Q représente 16 côtés de carreau et 4 diagonales.
Le chien (qui va 3 fois plus vite que le chat) parcourt donc 12 côtés de carreau et 3 diagonales pendant que le chat parcourt 4 côtés de carreau et 1 diagonale.
Ils se rencontrent donc en E.

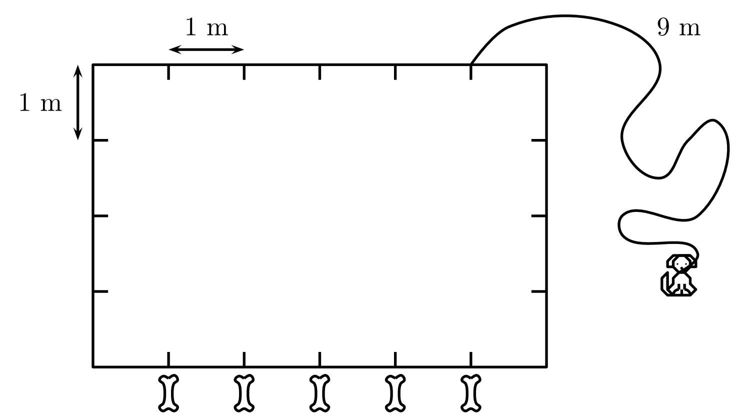
Réponse E

234 Chien (26)

Énigme

Un chien est attaché à l'extérieur d'un enclos de 6 mètres sur 4 mètres (comme montré sur le dessin).
Il ne peut pas pénétrer dans l'enclos et sa laisse mesure 9 mètres.
Cinq os sont placés comme indiqué.

Combien d'os le chien peut-il attraper ?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Kangourou des mathématiques, 2020, Sujet E, n° 12

En suivant l'enclos du côté où est dessiné le petit chien, la laisse de 9 m lui permet d'aller jusqu'au quatrième os ($9 = 1 + 4 + 4$).
En suivant l'enclos de l'autre côté, il ne peut atteindre aucun os, le premier étant à 10 mètres ($5 + 4 + 1 = 10$).
Le chien peut donc attraper 4 os.

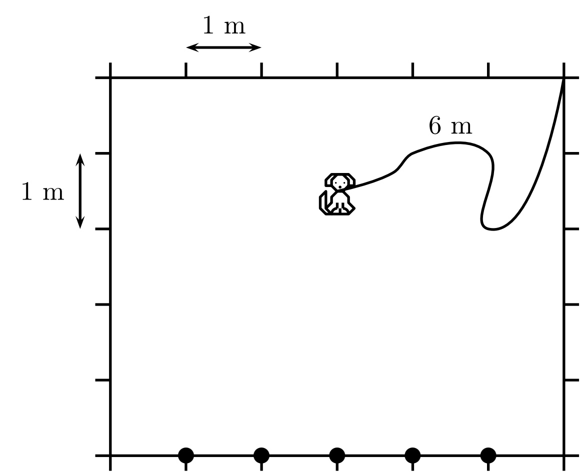
Réponse D

235 Chien (27)

Énigme

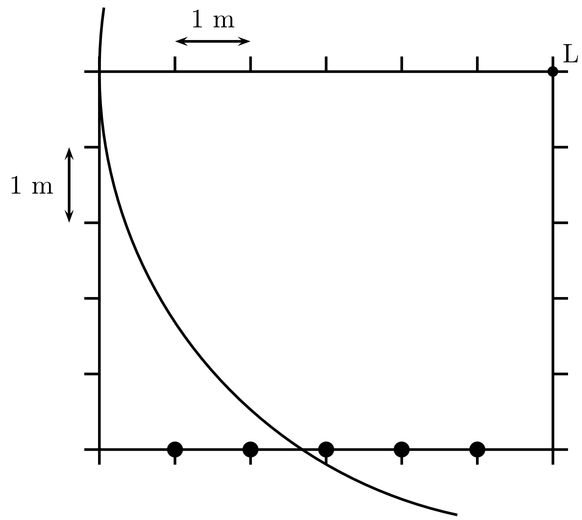
Un petit chien est attaché à l'intérieur d'un enclos rectangulaire de 6 mètres sur 5 mètres (comme montré sur le dessin).
Sa laisse mesure 6 mètres.
Cinq os sont placés sur un bord (indiqués par les points).

Combien d'os peut-il attraper ?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Kangourou des mathématiques, 2020, Sujet C, n° 13

On peut utiliser un compas centré au point d'attache L de la laisse comme montré sur la figure.



Le théorème de Pythagore permet aussi de calculer les carrés des distances (en m) de L aux cinq os : $5^2+1^2=26$, $5^2+2^2=29$, $5^2+3^2=34$, $5^2+4^2=41$, $5^2+5^2=50$.
Or la laisse mesure 6 m et $6^2=36$.

Le petit chien peut donc attraper 3 des os.

Réponse C

236 Chien (28)

Énigme

Si c chiens pèsent k kilogrammes et e éléphants pèsent autant que m chiens, combien de kilogrammes pèse un éléphant ?

A) $c\,k\,e\,m$ B) $\dfrac{c\,k}{e\,m}$ C) $\dfrac{k\,e}{c\,m}$ D) $\dfrac{k\,m}{c\,e}$ E) $\dfrac{c\,m}{k\,e}$

Kangourou des mathématiques, 2020, Sujet P, n° 10

Appelons p le poids d'un éléphant.

On a $e \times p = m \times \dfrac{k}{c}$

Donc $p = \dfrac{k\,m}{c\,e}$.

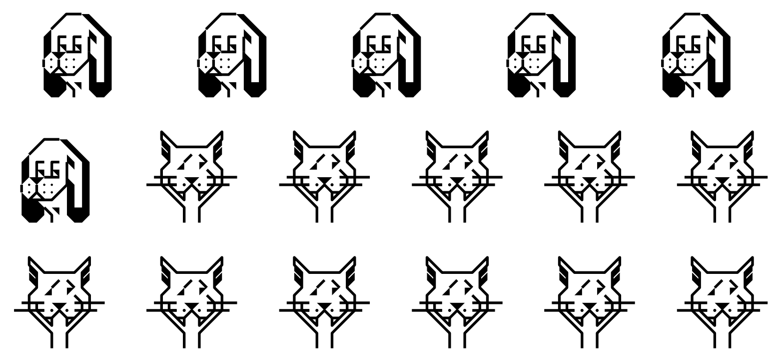
Réponse D

237 Chien (29)

Énigme

Un groupe d'amis remarque que cinq d'entre eux ont un seul animal et les autres deux chacun.
Yves a dessiné l'ensemble de tous leurs animaux.

De combien d'amis se compose ce groupe ?
A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 1



Kangourou des mathématiques, Série E, 2011, n° 13

Réponse **A**

Il y a 17 animaux.
5 sont chacun le seul animal d'un ami.
Donc $17 - 5$, soit 12, se répartissent 2 par 2 entre les autres amis.
Donc 5 amis ont un seul animal et 6 amis ont 2 animaux.
$5 + 6 = 11$; il y a 11 amis dans ce groupe.

238 Chien (30)

Énigme

Dans une maison, il y a deux chats, Tiny et Tany et deux chiens, Dim et Dill.
Tiny a peur des deux chiens alors que Tany a peur de Dim, mais pas de Dill.

Quelles sont les affirmations vraies ?
a. Chacun des chats a peur d'au moins un chien.
b. Il y a un chat qui n'a pas peur d'au moins un chien.
c. Il y a un chien qui fait peur aux deux chats.
d. Chacun des chiens fait peur à au moins un chat.
e. Il y a un chien qui ne fait peur à aucun des deux chats.

« Chiens et chats », sur `http://craiehative.eklablog.com`, *Les énigmes pour placer les élèves en situation de recherche*, Force 1

La phrase **a** est vraie car Tiny a peur des deux chiens et Tany d'un seul.

La phrase **b** est vraie car Tany n'a pas peur de Dill.

La phrase **c** est vraie car Dim fait peur aux deux chats.

La phrase **d** est vraie car Dim fait peur aux deux chats et Dill fait peur à Tiny.

La phrase **e** est fausse car Dim fait peur aux deux chiens et Dill fait peur à Tiny.

239 Chien (31)

Énigme

Phil, un aventurier, accompagné de ses fidèles compagnons (le lieutenant Max et son chien Malon), sont partis pour un voyage autour du monde.
Ils ont quitté Bourdoux le mardi 4 novembre 2004 à 8 h 00 du matin.
Leur voyage a duré précisément 100 jours.

Quel est le jour de la semaine et la date de leur retour ?

« Voyage », sur `http://craiehative.eklablog.com`, *Les énigmes pour placer les élèves en situation de recherche*, Force 3

$100 = 14 \times 7 + 2$
Phil et ses amis sont rentrés le jeudi 12 février 2005.

240 Chien (32)

Énigme

Malice part de A vers B, situé à 50 mètres, en même temps que son chien Zizou.
Dès qu'elle a fait 10 mètres, elle s'arrête et attend que Zizou aille en B et revienne vers elle..
Elle avance alors encore de 10 mètres avec Zizou et s'arrête en attendant à nouveau que Zizou aille en B et revienne vers elle, etc.

Quelle sera la distance parcourue par Zizou lorsque Malice sera arrivée en B ?

« Malice et Zizou », sur `http://craiehative.eklablog.com`, *Les énigmes pour placer les élèves en situation de recherche*, Force 3

$$10 + (40 \times 2) + 10 + (30 \times 2) + 10 + (20 \times 2) + 10 + (10 \times 2) + 10 = 250$$

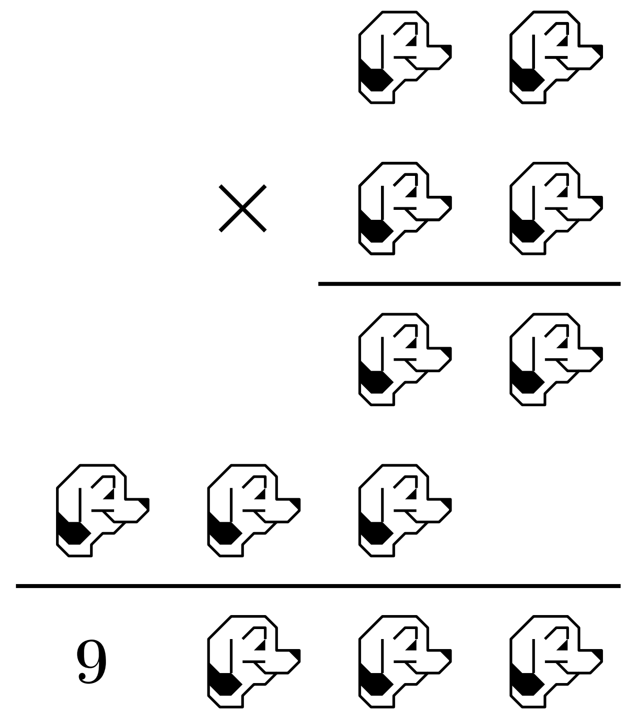
Zizou aura parcouru 250 m.

241 Chien (33)

Énigme

Un chien facétieux a dissimulé divers chiffres qui composent la multiplication ci-dessous.

Retrouver les chiffres manquants.



« R7. Animaleries »,
Exos-Malices, Quatrième-troisième-seconde, ACL-Éditions, 1997

Le produit est supérieur à 9 000 et le maximum pour chacun des facteurs est 99.
De plus, comme 9 000/99 vaut environ 90,9 , chacun des facteurs est strictement supérieur à 90.
La première ligne de l'opération a deux chiffres, ce qui impose au chiffre des unités du facteur inférieur d'être 1 (0 est déjà exclu et 2 est trop grand).
Comme 9 000/91 vaut environ 98,9 , le facteur supérieur doit valeur 99.
Le produit cherché est donc $99 \times 91 = 9\,009$.

$$\begin{array}{cccc} & & 9 & 9 \\ & \times & 9 & 1 \\ \cline{3-4} & & 9 & 9 \\ 8 & 9 & 1 & \\ \hline 9 & 0 & 0 & 9 \end{array}$$

242 Chien (34)

Énigme

Charley Slowpop était sur le point de faire sa demande en mariage à son amie, lorsque le petit frère de celle- ci et son chien Fido entrèrent dans le salon.
« Tu ne peux pas connaître l'âge d'un chien à son collier, dit l'enfant terrible. Mais il y a cinq ans, ma sœur était cinq fois plus âgée que Fido et à présent, elle est trois fois plus âgée que lui ! »
Charley Slowpop est très curieux de savoir l'âge de Fido.

Pouvez-vous l'aider ?

More mathematical puzzles of Sam Loyd, Dover Publications, 1960

Notons f l'âge de Fido et s celui de la sœur à notre époque.
Il y a 5 ans, $s - 5 = 5\,(f - 5)$ donc $s = 5\,f - 20$.
À présent, $s = 3\,f$.
De ces deux égalités, on obtient : $5\,f - 20 = 3\,f$ soit $f = 10$.
Fido a donc 10 ans.

243 Chien (35)

Énigme

L'« ascenseur Binks » est constitué d'une corde avec un grand seau aux deux extrémités et qui passe sur une poulie libre, de sorte que lorsqu'un seau descend, l'autre remonte.
Mettre dans un seau un objet plus lourd que dans l'autre seau permet de faire contrepoids et de faire remonter celui-ci.
Il ne peut pas y avoir une différence de poids dans les deux seaux supérieure à 30 livres.

Un incendie s'est produit une nuit dans un hôtel d'été à la mode, et toutes les personnes se sont échappées en toute sécurité, à l'exception du veilleur de nuit et de sa famille qui ne pouvaient pas se réveiller jusqu'à ce que tous les moyens de s'échapper soient coupés sauf par l'ascenseur Binks.
Monsieur Watchman pèse 90 livres, Madame Watchman, 210 livres, le chien, 60 livres et le bébé, 30 livres.
Au début, un seau est à l'étage, au niveau de la famille, et l'autre est au niveau du sol.
Chacun des deux seaux peut contenir toute la familles.

Le problème est donc simplement de trouver la façon la plus rapide d'évacuer toute la famille.

« The Fire Escape Puzzle », *Sam Loyd's Cyclopedia of 5000 Puzzles, Tricks and Conundrums with Answers*, 1914

1. Le bébé descend et reste dans le seau.
2. Le chien va dans le seau et fait remonter le bébé ; il reste dans le seau. Le bébé sort du seau.
3. Monsieur Watchman va dans le seau et fait remonter le chien. Ils sortent tous les deux de leur seau.
4. Le bébé va dans le seau vide. Le seau du bébé descend.
5. Le chien va dans le seau et fait remonter le bébé.
6. Le chien sort du seau ; le seau du bébé descend.
7. Le chien et monsieur Watchman montent dans le seau (avec le bébé) ; Madame Watchman monte dans le seau vide, qui descend.
8. Monsieur Watchman et le chien quittent le seau, tout comme madame Watchman. Le seau avec le bébé descend.
9. Le chien va dans le seau et fait remonter le bébé. Le chien sort du seau.
10. Le seau avec le bébé descend. Le bébé quitte le seau.
11. Le chien et monsieur Watchman vont chacun dans un seau : monsieur Watchman fait monter le chien.
12. Le bébé va dans le seau, que quitte ensuite monsieur Watchman : le chien descend et le bébé monte.
13. Le chien quitte le seau. Le bébé descend et quitte le seau. Ils ont alors tous atteint le sol.

244 Chien (36)

Énigme

Je suis un chien savant.
Je sais compter selon un système de numération en base 4.
Je traduis ainsi 0 par O, 1 par U, 2 par A et 3 par H.

Combien cela signifie-t-il alors quand je fais OUAH OUAH ?

« Ouah ouah »,
177 nouvelles énigmes mathématiques, De 13 à 113 ans,
Marie Agrell, Éditions Ellipses, 2021

OUAHOUAH
$= (0\times4^7)+(1\times4^6)+(2\times4^5)+(3\times4^4)+(0\times4^3)+(1\times4^2)+(2\times4^1)+(3\times4^0)$
$= 6\,939$

245 Chien (37)

Énigme

Saviez-vous qu'à Bratislava,

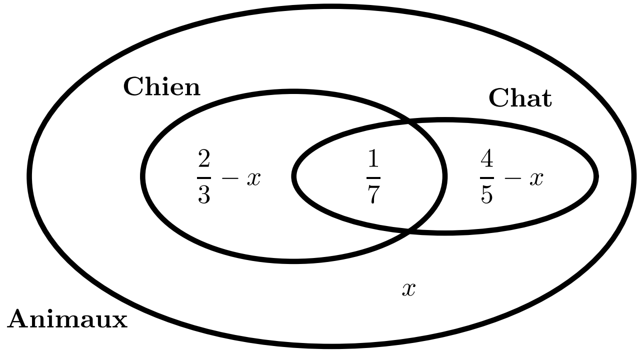
- dans les deux tiers des appartements ne vit aucun chat ;
- dans les quatre cinquièmes des appartements ne vit aucun chien ;
- dans le septième des appartements vivent à la fois des chiens et des chats ?

On demande ici la probabilité pour qu'au 5ème étage gauche du 17, rue Povraznicko ne se trouve ainsi ni chat ni chien.

« Ni chien ni chat à Bratislava »,
177 nouvelles énigmes mathématiques, De 13 à 113 ans,
Marie Agrell, Éditions Ellipses, 2021

On note x la probabilité de n'avoir ni chien ni chat.

Illustrons l'énoncé par un diagramme de Venn :



Le diagramme nous donne l'équation suivante, obtenue en considérant les quatre cas possibles :

$\left(\frac{2}{3}-x\right)+\frac{1}{7}+\left(\frac{4}{5}-x\right)+x=1$

Donc $105\left(\frac{2}{3}-x\right)+15+105\left(\frac{4}{5}-x\right)+105\,x=105$

Donc $70-105\,x+15+84-105\,x+105\,x=105$

Donc $105\,x=70+15+84-105$.

Donc $x=\frac{64}{105}\approx 0,61$.

246 Chien (38)

Énigme

Lina a quatre chiens.
Leurs masses, en kg, sont des nombres entiers tous différents.
À eux quatre, ils pèsent 60 kg.
Le deuxième plus lourd pèse 28 kg.

Combien pèse le troisième plus lourd ?

A) 2 kg B) 3 kg C) 4 kg D) 5 kg E) 6 kg

Kangourou des mathématiques, Série B, 2022, n° 14

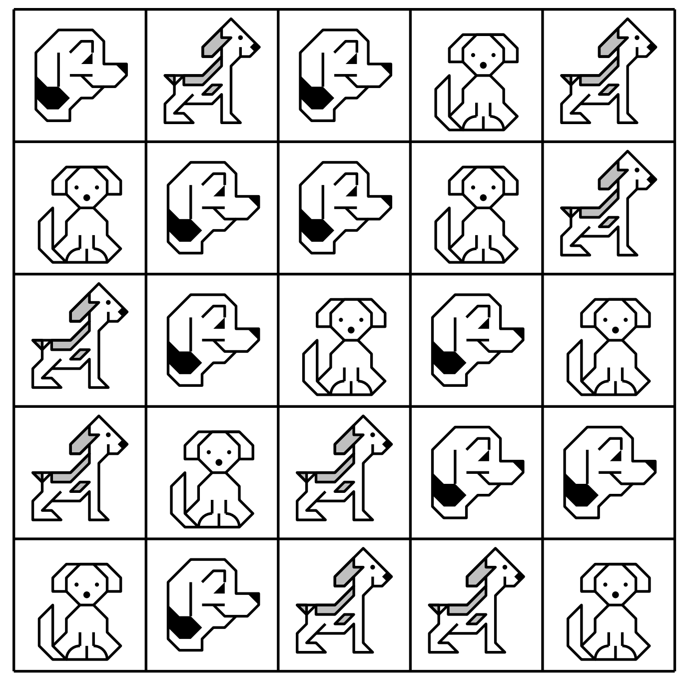
Réponse **A**

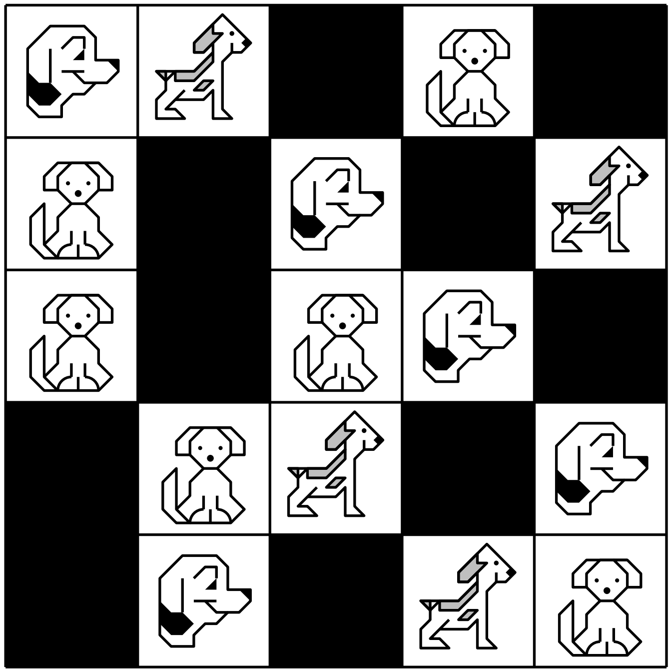
La somme des trois masses inconnues est égale à $60 - 28 = 32$ kg.
Il faut donc décomposer 32 en une somme de trois entiers (non nuls) différents, sachant que le plus grand est strictement supérieur à 28.
Il n'y a qu'une solution : $32 = 1 + 2 + 29$.
Le troisième plus lourd pèse donc 2 kg.
(Les chiens pèsent 1 kg, 2 kg, 28 kg et 29 kg.)

247 Chien (39)

Énigme

Colorier 10 des 25 cases de la grille ci-dessous afin que, dans les cases restées blanches, chacun des trois types de chien n'apparaisse qu'une seule fois sur chaque ligne et sur chaque colonne.





248 Chimpanzé (1)

Énigme

Pour augmenter son stock de bananes, Chimp le chimpanzé doit utiliser 3 charmes magiques, une fois chacun : $[+1]$ qui ajoute une banane, $[-1]$ qui en enlève une et $[\times 2]$ qui en double le nombre.

Dans quel ordre Chimp doit-il utiliser ces trois charmes pour obtenir le plus de bananes ?

A) $[\times 2]$ $[+1]$ $[-1]$ B) $[+1]$ $[-1]$ $[\times 2]$ C) $[\times 2]$ $[-1]$ $[+1]$

D) $[+1]$ $[\times 2]$ $[-1]$ E) $[-1]$ $[+1]$ $[\times 2]$

Kangourou des mathématiques, Épreuve « 6ème - 5ème », 2017

Réponse D.

Quel que soit le nombre auquel on ajoute ou soustrait 1, la variation sera la même ; par contre, il faut utiliser la multiplication par 2 sur le nombre le plus grand possible.

Donc : commencer par ajouter 1, puis multiplier par 2 et soustraire 1 en dernier.

249 Chimpanzé (2)

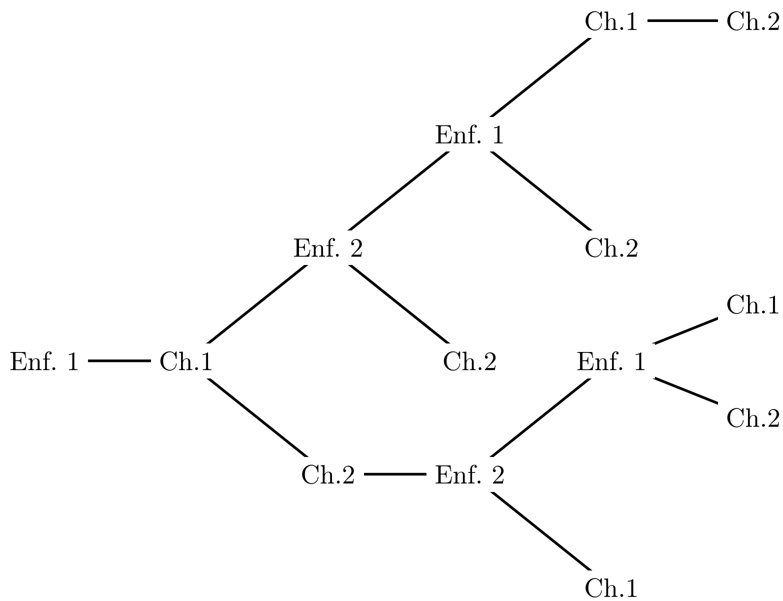
Énigme

Deux enfants et deux chimpanzés jouent avec une balle.
C'est un enfant qui commence la partie.
Il envoie la balle à un chimpanzé.
Quand un chimpanzé reçoit la balle, il l'envoie à un joueur (enfant ou chimpanzé) qui ne l'a jamais envoyée.
S'il ne peut pas le faire, la partie s'arrête.
Quand un enfant reçoit la balle, il l'envoie à un joueur (enfant ou chimpanzé) qui n'est pas celui qui vient de lui envoyer la balle.

Combien de fois, au maximum, la balle sera-t-elle envoyée au cours de cette partie ?

FFJM, 33ème Championnat des jeux mathématiques et logiques, 2019, Finale, Jour 1, Catégorie CM

La balle sera envoyée au maximum 5 fois au cours de la partie :



250 Chimpanzé (3)

Énigme

Un chimpanzé a 9 pièces de 2 c et son frère a 8 pièces de 5 c.
On leur a appris à échanger leurs pièces, une pour une.

Combien d'échanges doivent-ils réaliser, au minimum, pour se retrouver avec la même somme d'argent ?

A) 4 B) 5 C) 8 D) 12
E) ils ne peuvent pas y arriver

Kangourou des mathématiques, Cadets, 2008, n° 11

Réponse **E**

Lorsque les chimpanzés échangent 2 pièces, soit ce sont les mêmes et leur pécule ne change pas, soit elles sont différentes et l'un se retrouve avec 3 c en plus, l'autre avec 3 c en moins ($3 = 5 - 2$).
La différence de leurs pécules ne peut donc que se trouver augmentée ou diminuée que d'un multiple de 6.
Au départ cette différence vaut $(8 \times 5) - (9 \times 2)$, soit 22.
Ce nombre n'étant pas multiple de 6, leur différence ne pourra jamais être nulle.

251 Cigale

Énigme

Cent jours d'été durant, une fourmi récolte
Onze grains du matin au soir ; plus désinvolte
La cigale en ramasse trois, faisant des vers
Pour plaire à la fourmi pendant les nuits d'hiver.
Sachant qu'il suffira, à chacune, trois grains
Pour chaque jour froid et venteux,
Pendant combien de jours la cigale aura faim,
La fourmi prêtant ce qu'elle peut ?

« La cigale et la fourmi », *Les jeux du Kangourou des collèges*, 1995

La cigale et la fourmi ont récolté 1 400 grains.
$(11 + 3)$ grains par jour pendant 100 jours.

Les jours froids et venteux représentent 265 jours.
365 jours dans l'année – 100 jours d'été

La fourmi aura donc besoin de 795 grains.
3 grains par jour pendant 265 jours

Il restera donc 605 grains pour la cigale alors qu'elle aura besoin de 795 grains.
1 400 grains au total – 795 grains pour la fourmi

Il manquera donc 190 grains à la cigale (soit presque 63 jours de vivre).
$795 - 605 = 190$
$190 \div 3 \approx 63,3$

252 Cigogne (1)

Énigme

Une cigogne peut soulever un panier contenant un panier de 4 kg au maximum.
Quand deux cigognes unissent leurs forces, elles peuvent soulever le même panier avec un bébé de 10 kg maximum.

Combien pèse le panier vide ?
A) 1 kg B) 2 kg C) 3 kg D) 4 kg E) 5 kg

Concours Kangourou des mathématiques, « Sujet B », 2012

Réponse **B**

De la première information, on déduit que 2 cigognes peuvent porter, au maximum, 2 paniers et 8 kg.
En comparant à la seconde information (2 cigognes peuvent porter, au maximum, 1 panier et 10 kg), on déduit qu'un panier pèse $10 - 8$, soit 2 kg.

253 Cigogne (2)

Énigme

À la suite d'un orage, un village alsacien est inondé ; l'eau monte de 45 cm par heure.
Une cigogne est installée dans son nid, sur la cheminée d'une maison. Le pignon de la maison mesure 8,75 m, la cheminée, 2,30 m, les pattes de la cigogne, 1,25 m, le corps de la cigogne, 40 cm et le cou de la cigogne, 80 cm.

Au bout de combien de temps aura-t-elle le bec dans l'eau ?

« Le bec dans l'eau », *Arithmétique appliquée et impertinente*, Jean-Louis Fournier, Éd. Payot & Rivages, 1993

Hauteur du pignon :	875 cm
Hauteur de la cheminée :	230 cm
Hauteur des pattes :	125 cm
Hauteur du corps :	40 cm
Hauteur du cou :	80 cm
Hauteur totale :	1 350 cm

Nombre d'heures : $1\,350 \div 45 = 30$

Elle aura le bec dans l'eau au bout de 30 heures.

254 Cigogne (3)

Énigme

Deux hommes se promenaient.
Voyant des cigognes, ils se demandèrent combien elles étaient.
Après consultation, ils se dirent : « S'il y en avait trois fois ce nombre ; si on ajoutait la moitié du tiers de ce dernier nombre et s'il en venait 2 de plus, il y en aurait 100. »

Qui peut dire combien il y a de cigognes ?

« Proposition 3. De deux marcheurs »,
Propositiones ad acuendos juvenes (Propositions pour aiguiser la perspicacité des jeunes), Alcuin (735 – 804)

Solution proposée par Alcuin :

Solution 3. Il y a 28 cigognes. Trois fois 28 égalent 84 et la moitié du tiers de 84 est 14. Cela ferait 98 cigognes. Si on en ajoute 2, on obtient 100 cigognes.

Solution possible d'aujourd'hui :

On appelle c le nombre de cigognes.

L'équation liée à cet énoncé est :

$$3\,c + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} \times (3\,c)\right) + 2 = 100$$

Ce qui équivaut à $3\,c + \dfrac{1}{2}\,c = 98$.

Ou encore à $6\,c + c = 196$.

Ou encore à $7\,c = 196$.

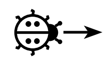
Ou encore à $c = \dfrac{196}{7} = 28$.

255 Coccidécimale

Énigme

La coccidécimale est une bête qui se déplace dans tous les sens (y compris en diagonale) sur des chemins de nombres rangés dans l'ordre croissant.

Trace le chemin qu'elle emprunte pour aller manger le puceron.



1,03	1,003	1,5	1,503	1,8	2	2,5
3,1	1,3	1,37	1,73	1,08	1,83	1,95
1,036	1,35	1,2	1,59	0,76	1,91	1,038
1	2	1,08	1,39	2,47	2,01	1,6
2,07	1,089	1,5	4,42	2,001	2,008	2,006
2,106	3,8	3,08	4,1	4,044	5	4,3
2,4	7,14	3,316	3,12	4,404	4,218	4,5
4,2	3,13	3,05	3,11	4,6	4,09	5,05
4,25	4,264	3,068	4,62	4,107	4,26	5,152
4,256	4,26	4,03	4,089	5,1	5,153	6

« Parcours de santé »
`http://craiehative.eklablog.com`, *Les énigmes pour placer les élèves en situation de recherche*, Force 3

1,03	1,003	1,5	1,503	1,8	2	2,5
3,1	1,3	1,37	1,73	1,08	1,83	1,95
1,036	1,35	1,2	1,59	0,76	1,91	1,038
1	2	1,08	1,39	2,47	2,01	1,6
2,07	1,089	1,5	4,42	2,001	2,008	2,006
2,106	3,8	3,08	4,1	4,044	5	4,3
2,4	7,14	3,316	3,12	4,404	4,218	4,5
4,2	3,13	3,05	3,11	4,6	4,09	5,05
4,25	4,264	3,068	4,62	4,107	4,26	5,152
4,256	4,26	4,03	4,089	5,1	5,153	6

256 Coccinelle (1)

Énigme

Trois coccinelles marquées A, B et C sont cachées dans des galeries souterraines.
Dans chaque galerie, un bouquet de fleurs trône à l'entrée.

- Galeries : Est, Nord et Sud ;
- Fleurs : lilas, marguerites et roses.

1. La coccinelle de la galerie Sud respire les odeurs des roses placées à l'entrée de sa demeure.
2. Cette même coccinelle aimerait visiter la coccinelle B qui demeure dans la galerie Nord.
3. La coccinelle C fait des mots croisés chez elle près du bouquet de marguerites.

En regard de chaque coccinelle, déterminez le nom de sa galerie et la sorte de fleurs qu'on y trouve.

« Trio de coccinelles », `http://www.charleries.net/`

La coccinelle A demeure dans la galerie Sud et respire les roses.

La coccinelle B demeure dans la galerie Nord et respire le lilas.

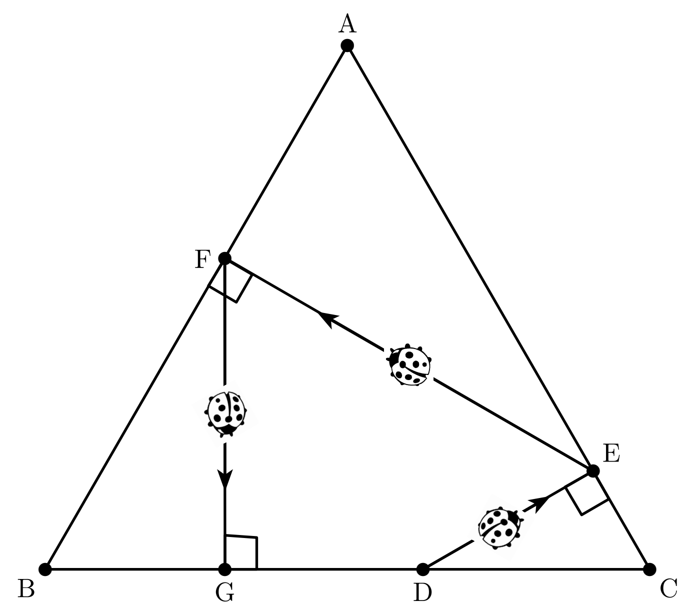
La coccinelle C demeure dans la galerie Est et respire les marguerites.

257 Coccinelle (2)

Énigme

Une coccinelle se promène dans un triangle équilatéral ABC de côté 12 cm.
Partant d'un point D du côté [BC], elle se dirige vers le côté [AC] suivant le chemin le plus court : elle l'atteint en E.
De là elle repart en direction du côté [AB] suivant le chemin le plus court : elle l'atteint en F.
De même, elle repart en direction de [BC], qu'elle atteint en G.

Où faut-il placer le point de départ D sur [BC] pour que le point G soit confondu avec D ?



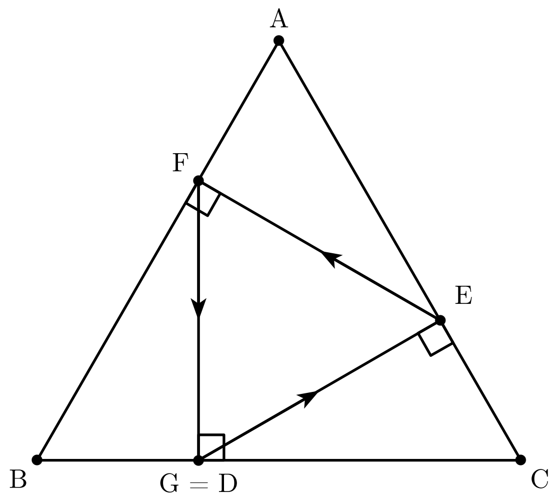
« Le retour de la coccinelle », Rallye mathématique sans frontière, 3ème-2nde, 2010

Si l'on note x la distance CD, on a $\text{CE} = x \times \cos 60° = \dfrac{x}{2}$ puis $\text{AE} = 12 - \dfrac{x}{2}$ et ainsi de suite.

D = G donne l'équation $\dfrac{12 - \dfrac{12 - \dfrac{x}{2}}{2}}{2} = 12 - x$.

On obtient $x = 8$.

(D est donc au premier tiers du segment [BC] en partant de B)

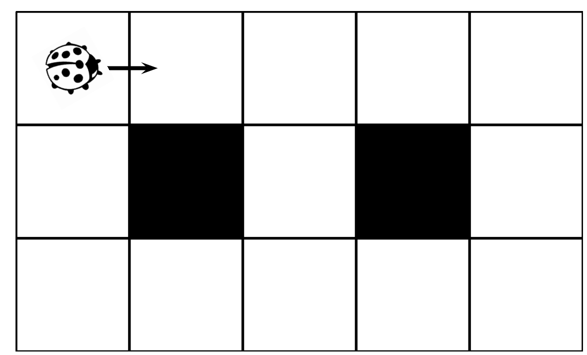


258 Coccinelle (3)

Énigme

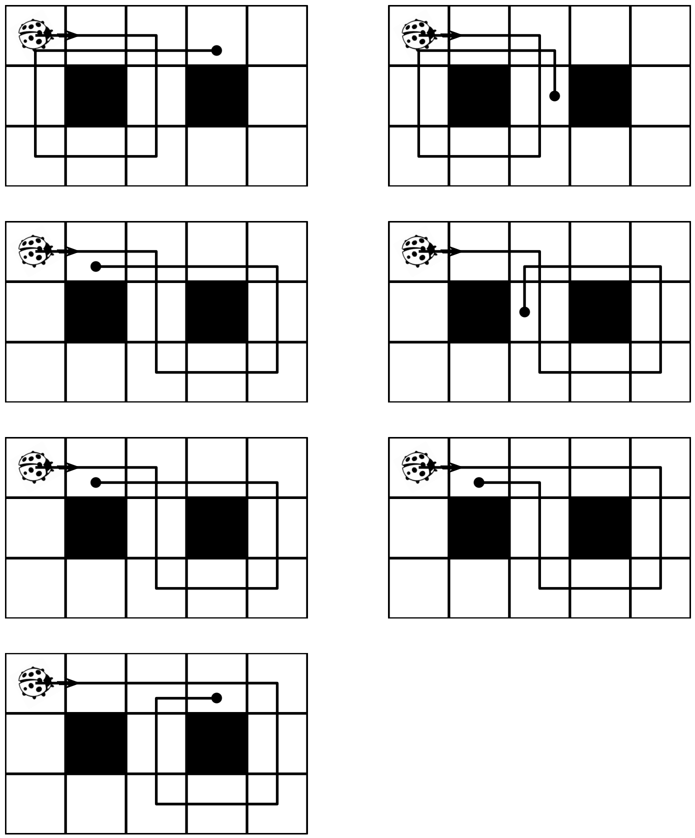
Une coccinelle se déplace sur les treize cases grisées d'un circuit.
Le premier déplacement se fait dans le sens de la flèche.
Elle se déplace d'une case par seconde et quand elle a le choix, elle peut aller d'un côté ou de l'autre, mais elle ne revient jamais en arrière.

Marquez d'une croix toutes les cases sur lesquelles elle peut se trouver après exactement 11 secondes.

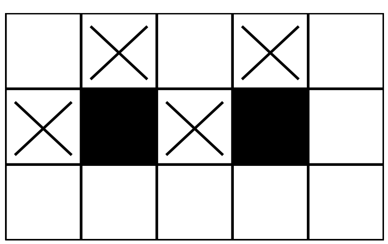


« 4. La coccinelle », Quarts de finale, FFJM, 2018

Il y a 7 trajets possibles :



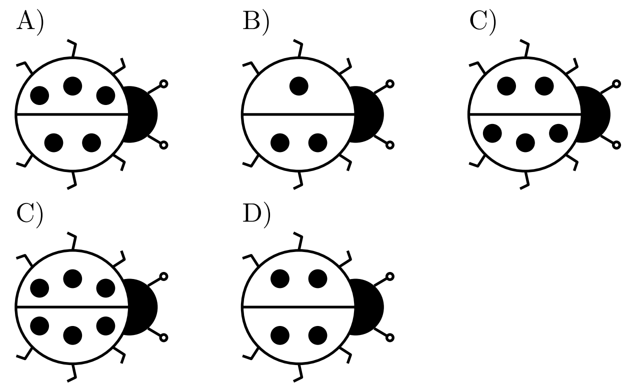
Les cases sur lesquelles elle peut se trouver après exactement 11 secondes sont donc les quatre cases marquées si-dessous :



259 Coccinelle (4)

Énigme

Quelle coccinelle doit s'envoler pour que les quatre coccinelles restantes totalisent 20 points toutes ensemble ?



Kangourou des mathématiques, 2018, Sujet E, n° 5

Réponse **B**

Les cinq coccinelles totalisent $5+3+5+6+4$, soit 23 points. Pour n'en totaliser que 20, ayant 3 points doit donc s'envoler.

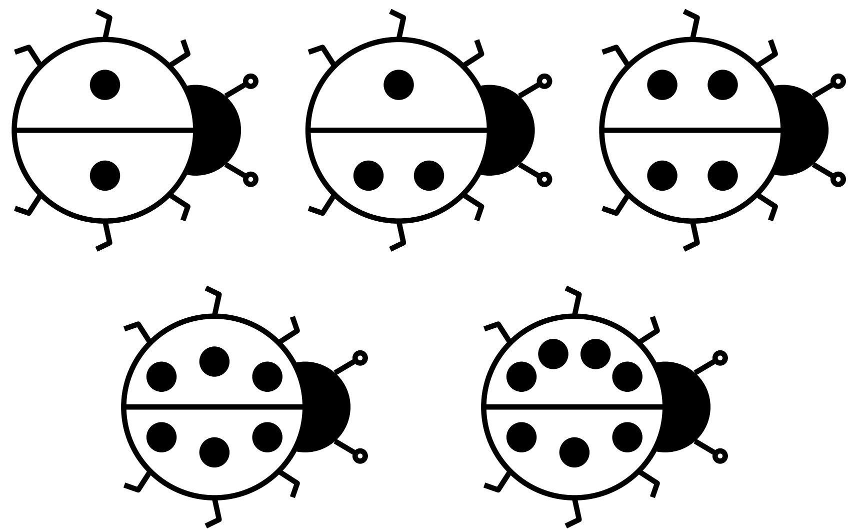
260 Coccinelle (5)

Énigme

Dans le jardin, il y a cinq coccinelles (dessinées ci-dessous).
Chaque coccinelle envoie un SMS aux autres coccinelles ayant un point de plus ou de moins qu'elle.

Combien de SMS ont été envoyés en tout ?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9



Kangourou des mathématiques, 2015, Sujet E, n° 17

Réponse **C**

La coccinelle à deux points envoie un SMS à celle à trois points.
La coccinelle à trois points envoie un SMS à celle à deux points et un SMS à celle à quatre points.
La coccinelle à quatre points envoie un SMS à celle à trois points.
La coccinelle à six points envoie un SMS à celle à sept points.
La coccinelle à sept points envoie un SMS à celle à six points.
Au total, six SMS ont été envoyés.

261 Cochon (1)

Énigme

Une fermière a élevé 13 cochons.
Elle décide de les vendre.
Du premier, elle obtient 450 €, puis elle baisse le prix de moitié pour vendre la moitié des autres.
Elle baisse encore le prix d'un tiers pour vendre le tiers des cochons restants.
Le quart des cochons restants est vendu avec une nouvelle baisse d'un quart du prix précédent.
Enfin, elle décide de donner les derniers à sa voisine.

Quel est le prix total recueilli par la fermière ?

« Petit élevage », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Janvier 2005, Demi-finale 4$^{\text{ème}}$

Le premier cochon est vendu 450 €.

Il en reste alors 12.

La fermière en vend 6 à 225 €. $6 \times 225 = 1\,350$

Il en reste 6.

Elle en vend le tiers, c'est-à-dire 2, avec une baisse du tiers du prix, c'est-à-dire 75 €.

$225 - 75 = 150$ et $2 \times 150 = 300$.

Il en reste 4.

Elle en vend le quart, donc 1, avec une baisse du quart du prix, donc 37,50 €. ($150 \div 4 = 37,5$)

$150 - 37,5 = 112,5$

$450 + 1\,350 + 300 + 112,50 = 2\,212,50$

La fermière récupère 2 212,50 € de la vente de ses cochons.

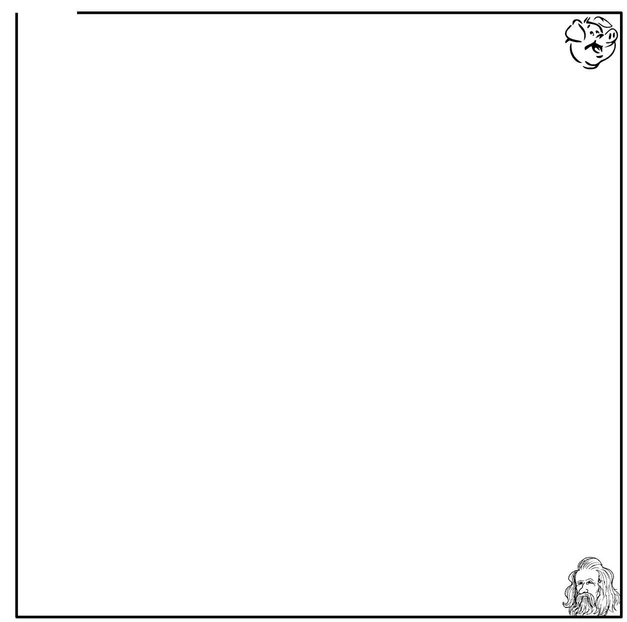
(Elle a donné 3 cochons à sa voisine)

262 Cochon (2)

Énigme

Notre figure représente un champ de 100 mètres carrés.
Pat et le cochon qu'il souhaite attraper sont dans deux coins, à 100 mètres de distance.
Le cochon court tout droit vers la passerelle (en haut à gauche sur la figure).
Comme l'Irlandais peut courir juste deux fois plus vite que le cochon, tu t'attends à ce qu'il se dirige d'abord vers la porte et ferme celle-ci.
Mais ce n'est pas la façon de faire de Pat.
Il se dirige tout le temps vers le cochon, prenant ainsi un cours incurvé.

Le porc s'échappe-t-il ou est-ce que Pat l'attrape ?
Et s'il l'attrape, exactement quelle distance a parcouru le cochon ?



« 307. Pat et son cochon »,
536 Puzzles & Curious Problems, Henry Ernest Dudeney

(Solution de l'auteur)

Le cochon courra et sera attrapé à $66+\frac{2}{3}$ yards, et Pat courra $133+\frac{1}{3}$ yards.

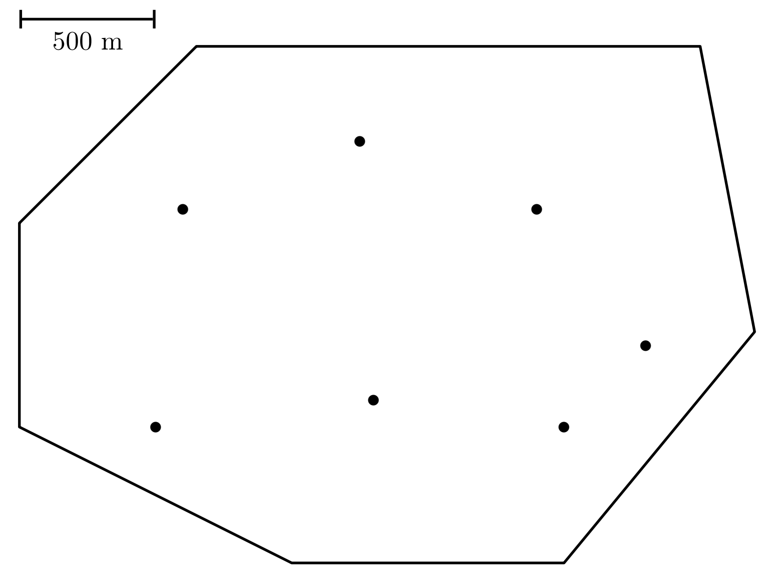
La courbe de la ligne de Pat est l'une de ces courbes dont la longueur peut être exactement mesuré. C'est $\dfrac{a\,n^2}{n^2-1}$, où la vitesse du porc est supposée égale à 1, et Pat court n fois plus vite, et a est la distance initiale entre Pat et le cochon.

263 Cochon (3)

Énigme

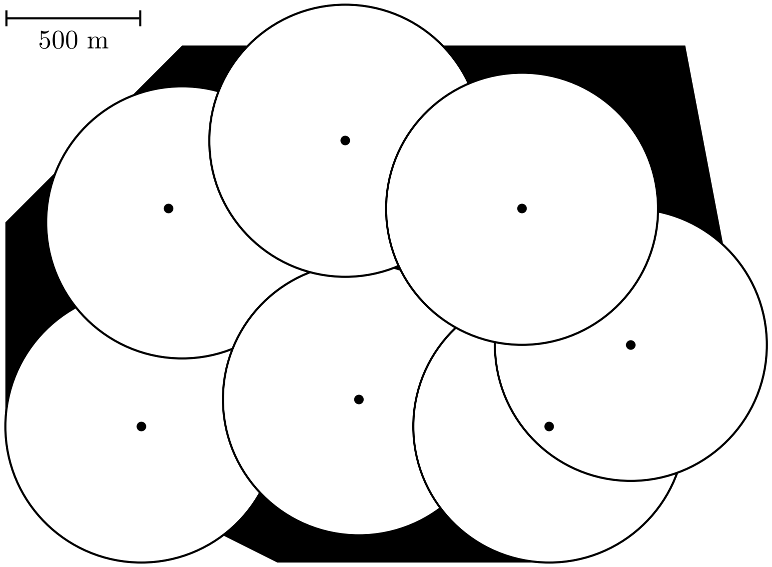
Voici un plan d'un petit village de Transalpie.
Le contour représente la limite du territoire du village et les petits carrés représentent les sept fermes qui s'y trouvent.
Le trait à gauche précise l'échelle du plan.
Les habitants du village ont décidé de construire une porcherie sur leur territoire.
Mais, comme un élevage de cochons répand une odeur fortement désagréable, cette porcherie doit être construite à plus de 500 m de chaque ferme.

Coloriez sur ce plan tous les endroits où la porcherie pourrait être construite.



« 11. La porcherie », 24$^{\text{ème}}$ Rallye mathématique transalpin, Épreuve II, Cat. 6, 7, 8, Mars-avril 2016

La zone où la porcherie pourrait être construite est coloriée en noir.



264 Cochon (4)

Énigme

Un cochon blanc et un cochon noir pèsent ensemble 320 kg.
Le cochon noir pèse 32 kg de plus que le cochon blanc.

Combien pèse le cochon blanc ?
A) 128 kg B) 144 kg C) 160 kg D) 176 kg E) 192 kg

Kangourou des mathématiques, 2009, Sujet E, nº 12

Réponse **B**

En enlevant 32 kg au poids total, on trouve deux fois le poids du cochon blanc.
$320 - 32 = 288$
Et $288 \div 2 = 144$.
Le cochon blanc pèse 144 kg.

265 Cochon (5)

Énigme

Un cochon vaut 25 lapins.
Un lapin vaut 4 poules.
Une poule vaut 3 douzaines d'œufs.

Combien d'œufs vaut un cochon ?
A) 144 B) 900 C) 1 200 D) 2 700 E) 3 600

Kangourou des mathématiques, 2011, Sujet C, n° 5

Réponse **E**

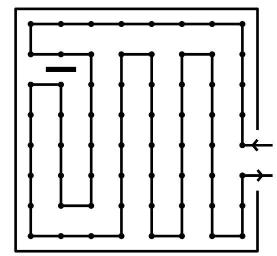
Un cochon vaut 25 lapins, et donc 25×4, soit 100 poules.
Une poule valant 36 œufs, un cochon vaut $3\,600$ œufs.

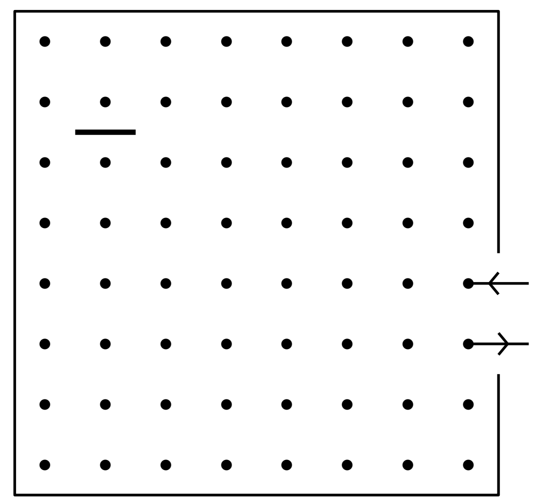
266 Cochon (6)

Énigme

Vous voyez que la porte du jardin a été laissée, ouverte de sorte que le cochon est entré et a déraciné soixante-quatre plants de pommes de terre et s'est échappé par la même porte, après avoir fait ce que l'on pourrait appeler 21 mouvements à angle droit sans traverser cette barre noire.

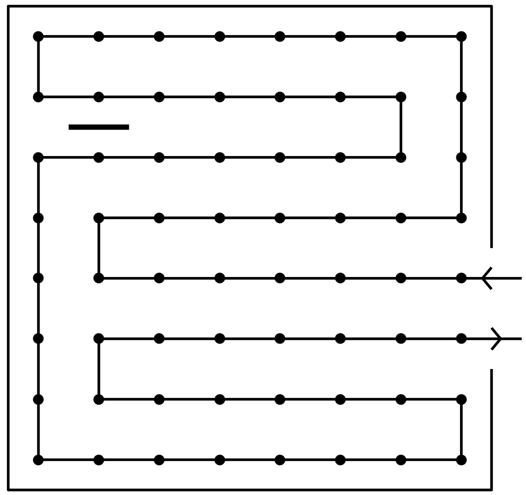
Je suis sûr que le tour peut être fait en moins de vingt-et-un coups et il est donné comme un casse-tête pour que vous trouviez le moins de tours possible que le cochon a dû faire pour obtenir tous les plants.





« The Wanderings of Paddy's Pig », *Sam Loyd's Cyclopedia of 5000 Puzzles, Tricks and Conundrums with Answers*, 1914

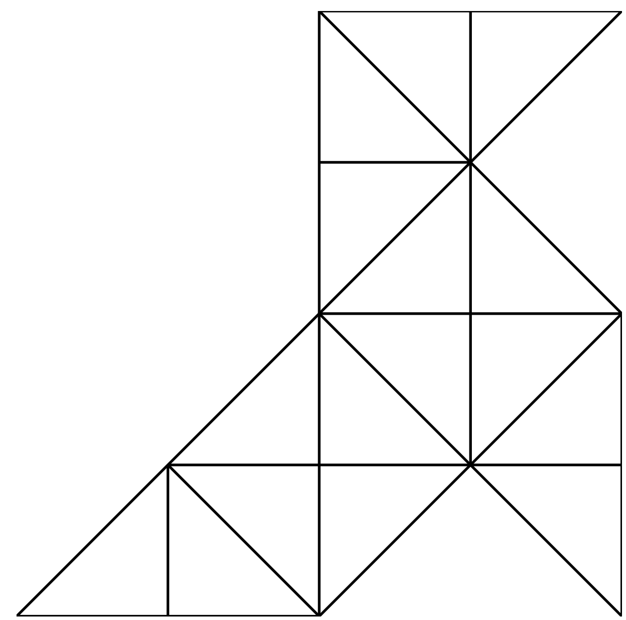
La solution utilise 14 angles droits :



267 Cocotte

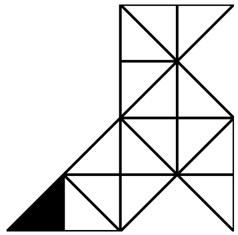
Énigme

Combien y a-t-il de triangles dans cette figure ?

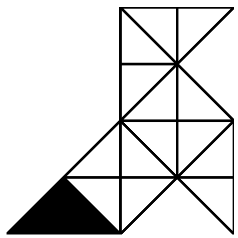


Rallye mathématique de Loire-Atlantique, Première épreuve, CM2-6^{e}, 2011

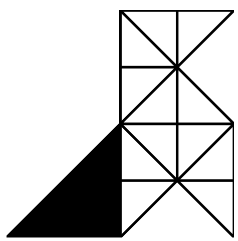
Il y a 16 triangles d’aire 1 :



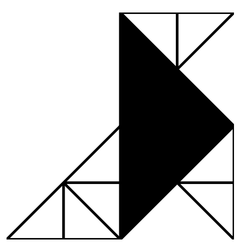
Il y a 12 triangles d’aire 2 :



Il y a 6 triangles d’aire 4 :



Il y a 1 triangle d’aire 8 :



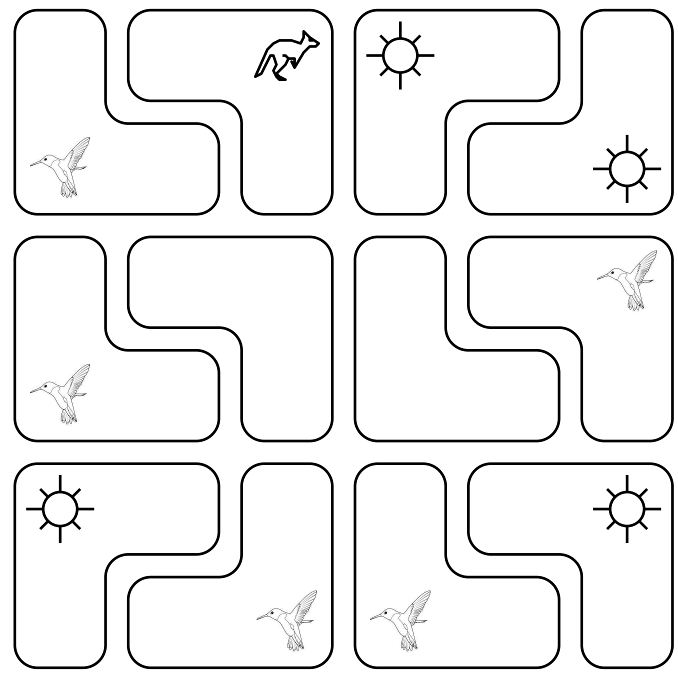
Soit un total de 35 triangles.

268 Colibri

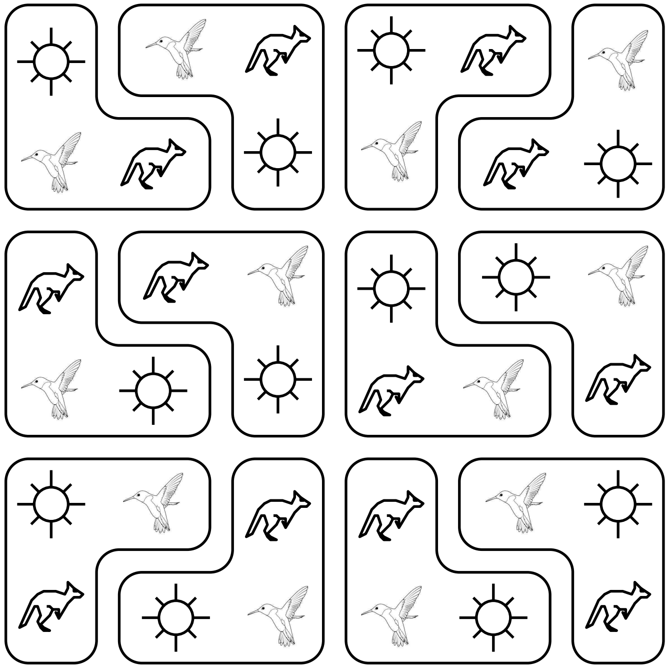
Énigme

Sur une île lointaine, chaque chasseur décore son boomerang avec trois dessins placés aux deux extrémités et à l’angle du boomerang : un colibri, un soleil et un kangourou.

Compléter les décorations des boomerangs réunis ici en carré pour que, sur chaque ligne et chaque colonne, chaque dessin soit présent deux fois.



« 22. Boomerang », Rallye mathématique de Lyon, 2021



269 Colombe (2)

Énigme

Un magicien a 47 colombes réparties dans 2 chapeaux.
11 colombes s'envolent du chapeau bleu et 8 colombes s'envolent du chapeau rouge.
Il y a maintenant le même nombre de colombes dans chaque chapeau.

Combien y avait-il de colombes dans le chapeau bleu et dans le chapeau rouge avant que les colombes ne s'envolent ?

« Magiques colombes », Rallye math 92, CM1, 2017-2018

Après l'envol des colombes, il en reste dans les chapeaux $47 - 11 - 8 = 28$.

Comme il y en a autant dans les deux chapeaux, il y en a donc dans chaque chapeau $28 \div 2 = 14$.

Il y avait donc initialement $11 + 14 = 25$ colombes dans le chapeau bleu et $8 + 14 = 22$ colombes dans le chapeau rouge.

270 Colombe (2)

Énigme

Une colombe perchée sur un arbre voit d'autres colombes en vol et dit :
« Fasse le ciel qu'il y en ait en plus autant que je vois, et une autre fois autant que la première fois.
Avec moi, il y aurait 100 colombes. »

Qui peut dire combien de colombes ont été vues par celle qui est perchée ?

« Proposition 45. D'une colombe »,
Propositiones ad acuendos juvenes (Propositions pour aiguiser la perspicacité des jeunes), Alcuin (735 – 804)

Solution proposée par Alcuin :

Solution 40. Initialement, elles étaient 33. Autant de colombes une première fois donnent 66. À nouveau, autant que la première fois donne 99. En ajoutant la colombe perchée, cela fait 100.

Solution possible d'aujourd'hui :

On appelle c le nombre de colombes.

L'équation liée à cet énoncé est :

$$c + c + c + 1 = 100$$

Ce qui équivaut à $3\,c + 1 = 100$

Ou encore à $3\,c = 99$.

Ou encore à $c = \dfrac{99}{3} = 33$.

271 Copain de Tarzan

Énigme

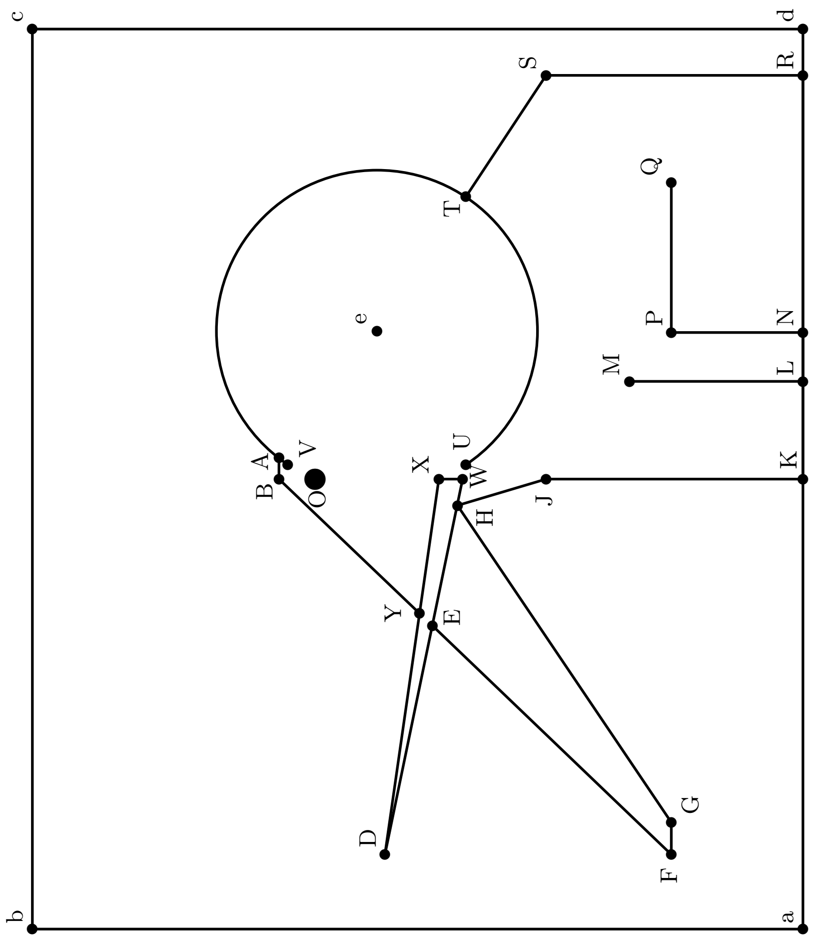
Tarzan cherche partout son partenaire habituel pour sa partie de tennis quotidienne. Le bougre est allé se cacher au fin fond de la forêt ! Mais qui est-il exactement ? Pour le découvrir, il te suffit de suivre les instructions que te donnent ses compagnons.

Serpent : « ① Trace un rectangle abcd avec a en bas à gauche, b en haut à gauche, ab = 12 cm et ad = 14 cm.
② Place K milieu de [ad].
③ Place J dans le rectangle tel que (KJ) // (ab) et KJ = 4 cm.
④ Trace la parallèle à (bd) passant par J.
⑤ Sur cette parallèle et à droite de J, place M et P tels que JM = 2 cm et JP = 3 cm.
⑥ Place L et N sur (ad) tels que (ML) $\perp$ (ad) et (PN) $\perp$ (ad).
Papillon : — ① Place Q sur (bd) tel que (PQ) // (ad).
② Place R sur [Nd] tel que NR = 4 cm.
③ Place S tel que KJSR soit un rectangle.
④ Place e sur [Jc] pour que Je = 3,5 cm.
⑤ Trace le cercle (Ω) de centre e et de rayon 2,5 cm.
Hippopotame : — ① Place B, intersection de (KJ) et (Se).
② Place T et V tels que [TV] soit un diamètre de (Ω) et T $\in$ [Se].
③ Place U sur (Ω) tel que (VU) // (KJ).
④ O et X sont les intersections de (Ω) avec (BJ) et O $\in$ [BX].
⑤ La parallèle à (bc) passant par B coupe (Ω) en deux points, le plus proche de B s'appelle A.
Koala : — ① Place D tel que U soit le milieu de [SD].
② Place F sur (PQ) tel que (DF) $\perp$ (PQ).
③ Place W, intersection de (DU) et (BK).
④ Place G sur [FP] tel que FG = 0,5 cm.
⑤ Place H, intersection de (DU) et (GX).
⑥ Place Y, intersection de (BF) et (DX) et E, intersection de (BF) et (DU).
Toucan : — ① Prends un feutre fin et relie les points suivants : XDWX ; EFGHJKRST ; ABY ; MLNPQ.
② Fais un gros point à l'endroit où se trouve O.
③ Trace le cercle (Ω) sauf la partie VU contenant O. »

C'est fini ! Tu dois voir apparaître le copain de Tarzan.

« Tarzan a perdu son copain ! », G. Chaumeil, *Le Jeune Archimède*, Juillet-Août-Septembre 89, n° 1

Figure réduite à 85 %



272 Coq (1)

Énigme

Le prix d'un coq est 5 qian ; celui d'une poule est 3 qian et le prix de 3 poussins est 3 qian.

Si, pour 100 qian, on achète 100 volailles, combien y a-t-il de coqs, de poules et de poussins ?

Ce problème, connu sous le nom du « problème des cent volailles », a traversé les différentes cultures : on le trouve de façon semblable avec Zhang Qiujian, Alcuin (vers 735-804), Sridharacarya (vers 850-950) et Abu Kamil (vers 900), où le nombre de solutions est variable chez leurs auteurs (de une, particulière, à l'ensemble complet). L'énoncé ci-dessus est le problème 3-27 du *Zhang Qiujian Suanjing* (*Neuf chapitres sur l'art du calcul*).

Avec nos notations modernes (et anachroniques par rapport aux différentes époques où le problème a été posé), ce problème se traduit aisément par le système suivant :

$$\begin{cases} 5\,x + 3\,y + \dfrac{1}{3}\,z = 100 \\ x + y + z = 100 \end{cases}$$

On suppose, d'après l'énoncé, qu'aucune de ces trois valeurs n'est nulle.
Ce système est équivalent à $\begin{cases} 15\,x + 9\,y + z = 300 \\ x + y + z = 100 \end{cases}$.
La seconde équation donne $z = 100 - x - y$.
En remplaçant cette valeur dans la première équation, il vient :
$15\,x + 9\,y + 100 - x - y = 300$
puis $14\,x + 8\,y = 200$ puis $7\,x + 4\,y = 100$.
D'où $y = 25 - \dfrac{7}{4}\,x$.
Or y est un entier naturel.
On en déduit que x est un multiple de 4 et s'écrit donc sous la forme $x = 4\,k$ (k entier naturel non nul).
De là, $y = 25 - 7\,k$.
Comme y est un entier naturel, on déduit que k appartient à $\{1\,;\,2\,;\,3\}$.
On obtient ensuite $z = 100 - 4\,k - (25 - 7\,k) = 100 - 4\,k - 25 + 7\,k$, soit $z = 75 + 3\,k$.

Zhang Qiujian a donné les *trois* solutions possibles (non nulles), qui sont $(x,\ y,\ z) = (4,\ 18,\ 78)$, $(8,\ 11,\ 81)$ ou $(12,\ 4,\ 84)$.

Les trois solutions ont été pendant longtemps difficiles à *prouver* par les mathématiciens.
Le mathématicien chinois propose la réponse suivante.
Réponse : 4 coqs valant 20 qian 18 poules valant 54 qian et 78 poussins valant 26. Autre réponse : 8 coqs valant 40 qian, 11 poules valant 33 qian et 81 poussins valant 27 qian. Autre réponse : 12 coqs valant 60 qian, 4 poules valant 12 qian et 84 poussins valant 28 qian.
Son traité indique comment passer d'une solution à une autre :
Les coqs chaque [fois] sont augmentés de 4 ; les poules chaque [fois] sont diminuées de 7 ; les poussins chaque [fois] sont augmentés de 3. C'est le résultat.

273 Coq (2)

Énigme

De combien de manières différentes peut-on lire le mot COQ en suivant les lettres qui se touchent ?

		C		
	C	O	C	
C	O	Q	O	C
	C	O	C	
		C		

D'après *199 jeux pour insomniaques et autres esprits éveillés*, P. Berloquin, Éd. Acropole

Comptons en fonction du premier C.

- chaque C situé à un coin donne 1 COQ, soit au total 4 ;
- chaque C situé sur le côté donne 2 COQ, soit au total 8.

On obtient en définitive 12 COQ.

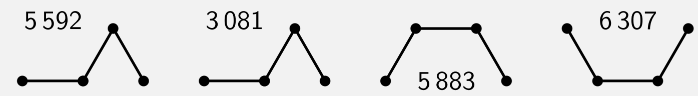
274 Coq (3)

Énigme

En souvenir de la magnifique crête du coq de Carolane, William a décidé de représenter les nombres en dessinant des crêtes.
Chaque point correspond à un chiffre.
Après le premier point, le deuxième et les suivants sont disposés ainsi :

1. en diagonale en haut si le chiffre est plus grand que le précédent,
2. sur la même ligne si le chiffre est identique ou s'il est 0,
3. en diagonale en bas si le chiffre est plus petit que le précédent.

Quand les points sont disposés, William les relie par un trait continu.
Voici la représentation de quatre nombres en crêtes :



Les deux premiers nombres sont représentés par la même crête ; les deux derniers par des crêtes différentes.

Combien peut-on compter de crêtes différentes dans l'ensemble des nombres de 100 à 999 ?

« Coq de Carolane », `http://recreomath.qc.ca/`

Après avoir dessiné le premier point, on dessine un point en haut, un point en vis-à-vis et un point en bas : on peut dessiner trois segments.

À partir de chacun de ces trois points, on peut dessiner trois points.

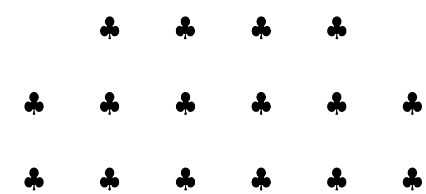
$3 \times 3 = 9$: on peut compter neuf crêtes différentes de 100 à 999.

275 Coq (4)

Énigme

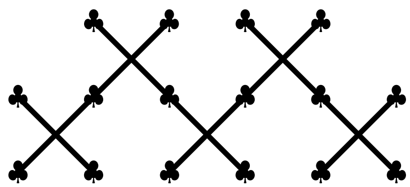
Horace dessine 16 trèfles et les dispose comme ci-dessous.
Il dit à son ami :
« Pose un coq sur un trèfle et laisse-le circuler en passant de trèfle en trèfle en ligne et en colonne, jamais en diagonale.
Le coq ne peut pas passer deux fois au même endroit sauf sur les trèfles.
Quand le coq aura terminé sa course, compte le nombre d'espaces fermés constitués de quatre trèfles. »

Combien le coq peut-il au maximum réaliser d'espaces fermés ?



« Trèfles d'Horace », *Récréations géométriques*, Problème 75 B, Site Recreomath

Par exemple, le coq peut partir du deuxième trèfle du haut et se diriger vers la gauche, vers le bas, vers la gauche, vers le bas, vers la droite, vers le haut toujours horizontalement ou verticalement. Il vient de réaliser un espace fermé.
Il continue vers la droite, vers le bas, vers la droite, vers le haut, vers la gauche, etc.



On peut réaliser cinq espaces fermés qui sont indiqués par un X touchant à quatre trèfles.

276 Corbeau (1)

Énigme

Jean de La Fontaine affirme que « certains animaux mis en scène dans ses fables sont des musiciens » et que « les musiciens ne mangent que des frites ».

D'après La Fontaine, qui dit la vérité ?

- la fourmi : « tous les animaux mangent des frites »
- la lièvre : « seuls les musiciens mangent des frites »
- la tortue : « si tu n'es pas musicien, tu ne manges pas de frites »
- le corbeau : « si tu ne manges pas de frites, tu n'es pas musicien »
- le renard : « aucun musicien ne se nourrit de salade »

« Énigme 9 : Qui dit la vérité ? », *Rallye mathématique d'Aquitaine*, 2020, Sujet B, n° 17

Le corbeau dit la vérité.
« Les musiciens ne mangent que des frites. »
Donc un animal qui ne mange pas de frites ne peut pas être un musicien.

Le renard dit la vérité.
« Aucun musicien ne se nourrit de salade. »
Ils ne mangent donc pas de salade.

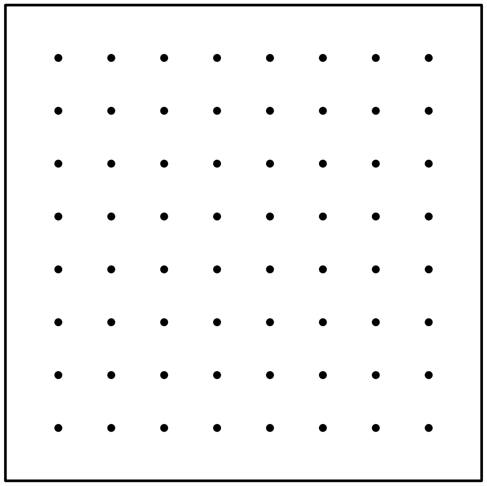
277 Corbeau (2)

Énigme

Un distingué ornithologue, décrivant les habitudes et la sagacité des oiseaux, raconte comment il a vu une volée de corbeaux en maraude descendre sur un champ de maïs et se débarrasser d'eux-mêmes selon les tactiques militaires établies. Chaque oiseau était posté comme un piquet de l'armée, de manière à garder une vue dégagée sur chacun de ses compagnons et, par ses mouvements, maintenait apparemment un code de signaux silencieux qui tenait tout le troupeau informé de tout danger imminent. Sans chercher à enquêter sur les mystères de la télégraphie sans fil du corbeau, l'occasion est prise de montrer que la déclaration de l'éminent ornithologue suggère un très joli problème dans la science du piquetage.

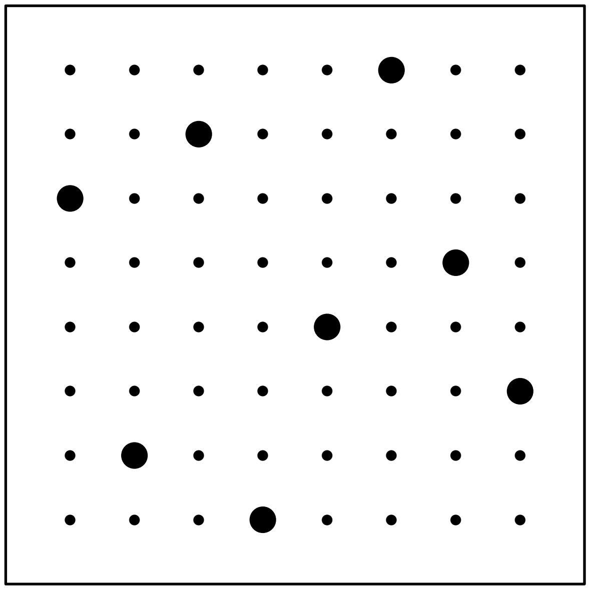
Prenez soixante-quatre points comme les centres des carrés d'un damier 8×8.

Le défi consiste à placer huit corbeaux sur de tels points qu'il n'y ait pas deux corbeaux sur la même rangée ou diagonale et de sorte que l'homme avec le fusil faisant le tour du champ trouverait impossible de tirer sur trois oiseaux d'affilée.



« Crows of the Corn », *Sam Loyd's Cyclopedia of 5000 Puzzles, Tricks and Conundrums with Answers*, 1914

La figure ci-dessous montre la manière correcte de piqueter le champ de maïs avec huit corbeaux afin que chaque oiseau ait une vue dégagée sur tous les autres et qu'il n'y ait pas deux oiseaux dans la même rangée ou diagonale.
Il est également impossible pour le chasseur de découvrir un point de vue à partir duquel il pourrait obtenir un tir en ligne sur trois oiseaux.



278 Corneille

Énigme

Quatre corneilles, Diane, Anne, Léa et Zoé sont assises sur un fil.
Diane est entre Anne et Léa, exactement au milieu.
Il y a la même distance entre Anne et Diane qu'entre Léa et Zoé.
Diane est assise à 4 mètres de Zoé.

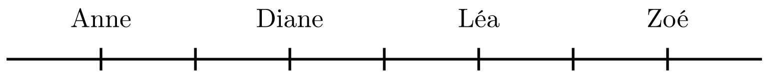
Quelle distance sépare Anne et Zoé ?

A) 5 m B) 6 m C) 7 m D) 8 m E) 9 m

Kangourou des mathématiques, Épreuve « CE2 - CM1 - CM2 », 2006

Réponse B.

La figure ci-dessous traduit l'énoncé :



S'il y a 4 m entre Diane et Zoé, il y a alors 2 m entre Diane et Anne.

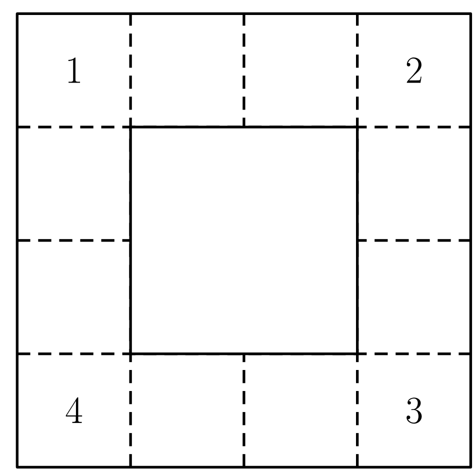
Il y a donc 6 m entre Anne et Zoé.

279 Couette

Énigme

Suzanne veut insérer des figures d'animaux tout le long de la couette représentée ci-dessous.
Elle a à sa disposition 1 tête de canard, 2 têtes de mouton, 3 têtes de cochon, ..., 11 têtes de vache et 12 têtes de poule.
Elle décide que chacune des zones contiendra un seul animal à la fois.
Plutôt que d'insérer aléatoirement ces figures, elle décide aussi que, sur chacun des quatre bords de la couette, il y aura la même nombre total d'animaux.

Compléter la couette en y insérant les autres nombres, de 5 à 12.



D'après un défi de calcul proposé par Clifford Pickover

Calculons la somme S des quatre nombres sur chaque côté :
$4\,S = (1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12) + (1+2+3+4)$
donc $4\,S = 88$
donc $S = 22$

On déduit :
$a + b = 22 - (1+2) = 19$
$c + d = 22 - (2+3) = 17$
$e + f = 22 - (3+4) = 15$
$g + h = 22 - (1+4) = 17$

1	a	b	2
h			c
g			d
4	f	e	3

Six solutions :

1	11	8	2
5			10
12			7
4	6	9	3

1	10	9	2
5			11
12			6
4	7	8	3

1	12	7	2
6			9
11			8
4	5	10	3

1	10	9	2
6			12
11			5
4	7	8	3

1	11	8	2
7			12
10			5
4	6	9	3

1	12	7	2
8			11
9			6
4	5	10	3

(Les nombres des paires $(a,\,b)$, $(c,\,d)$, $(e,\,f)$ et $(g,\,h)$ peuvent être permutés sans que cela change les solutions !)

280 Couleuvre

Énigme

Deux couleuvres se chauffent au soleil.
Trois oiseaux numérotés 2, 3, 7 vont et viennent narguer les couleuvres.
Chaque fois qu'une couleuvre voit un de ces oiseaux, elle note son numéro.
À la fin, chacune additionne les numéros.
La couleuvre rayée a une somme de 42 et la tachetée 60.
La couleuvre tachetée a vu une fois de plus que la rayée l'oiseau 3 et l'oiseau 7.
La couleuvre rayée a vu trois fois l'oiseau 2.

Combien de fois la tachetée a-t-elle vu l'oiseau 2 ?

« Couleuvres narguées », `http://recreomath.qc.ca/`

La couleuvre rayée a une somme de 36 pour les oiseaux 3 et 7, car elle a vu trois fois l'oiseau 2.

Comme la couleuvre tachetée a vu une fois de plus que la rayée l'oiseau 3 et l'oiseau 7, on soustrait 10 à 60 et on obtient 50.

$50 - 36 = 14$. C'est ce qui reste pour l'oiseau 2 vu par la tachetée. $14 \div 2 = 7$. La couleuvre tachetée a vu sept fois l'oiseau 2.

À titre complémentaire, le tableau suivant indique la répartition des oiseaux.

Oiseau	2	3	7
Couleuvre rayée	3	5	3
Couleuvre tachetée	7	6	4

281 Cour de ferme

Énigme

Dans la cour de la ferme, il y a huit poules et un coq, un chien, une cane et ses six petits canetons, deux chats, un âne parqué dans un coin et deux tourterelles dans une cage.
Si on fait la somme des têtes et des pattes de tous ces animaux, on trouve le double de l'âge du fermier.

1. Quel est l'âge du fermier ?
2. Combien faudrait-il de poules supplémentaires pour que le fermier ait 40 ans ?

« 3. Dans la cour », *Concours Bombyx*, Quart de finale, CM2, 2010

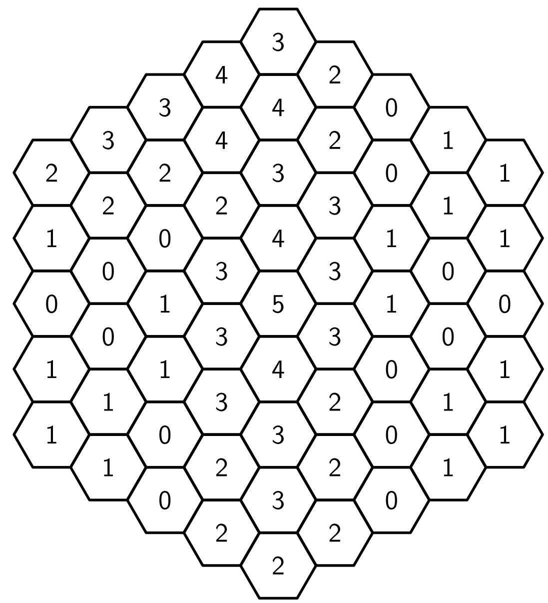
1. En comptant les animaux, on trouve 18 animaux qui ont deux pattes (poules, coq, canards, tourterelles) et 4 animaux à quatre pattes (chien, chat, âne).
   22 têtes et $(18 \times 2) + (4 \times 4) = 52$ pattes donc une somme de 74.
   74 est le double de l'âge du fermier.
   Le fermier a 37 ans.
2. Pour que le fermier ait 40 ans, il faut que le total des pattes et des têtes soit égal à 80, soit 6 de plus que le total précédent.
   Il faudrait deux poules supplémentaires.

282 Crapaud (1)

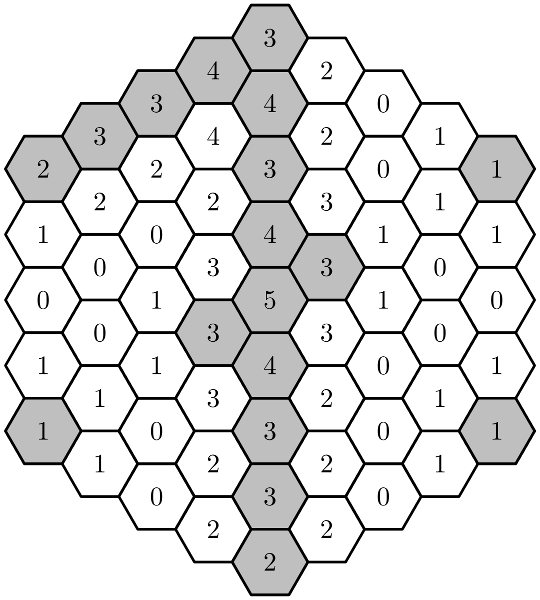
Énigme

Mme Crapaud a pondu un œuf dans chacune des 61 cellules hexagonales.
Certains sont stériles ; les autres, fécondés, donneront naissance à un beau têtard dans sept jours.
Sur chaque cellule est indiqué le nombre de cellules adjacentes contenant un œuf fécondé, plus elle, même si elle contient un œuf fécondé.
(Deux cellules sont considérées comme adjacentes si elles ont un côté commun.)

Colorier les cellules contenant un œuf fécondé.



« Les z'œufs sont faits. . . », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2013



283 Crapaud (2)

Énigme

Une sorcière mange cinq crapauds par jour sauf les jours où elle regarde la télé.
Elle en mange alors dix.
En neuf jours, elle a mangé soixante crapauds.

Combien de jours a-t-elle regardé la télé ?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 9

Concours Kangourou des mathématiques, 2019, Sujet B, n° 14

Réponse **C**

Chaque jour où elle regarde la télé, la sorcière mange 5 crapauds de plus. Si elle n'avait jamais regardé la télé, elle aurait mangé $9 \times 5 = 45$ crapauds.
Or elle en a mangé $60 - 45 = 15$ de plus.
Elle a donc regardé 3 fois la télé.

284 Crocodile

Énigme

On a découvert en Afrique un drôle de crocodile.
La longueur de sa queue est le tiers de sa longueur totale, sa tête a pour longueur 93 centimètres et cette longueur est le quart de la longueur du crocodile sans sa queue.

Quelle est la longueur de ce crocodile en centimètres ?

A) 558 B) 496 C) 490 D) 372 E) 186

Réponse A.

La partie du crocodile sans la queue mesure 93×4, soit 372 cm.

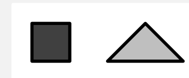
Cette longueur est les deux tiers de la longueur totale.

La longueur du crocodile est donc de $372 \times \dfrac{3}{2}$ cm, soit 558 cm.

285 Cygne

Énigme

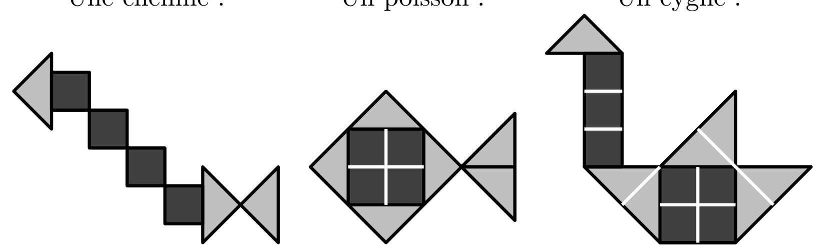
Pierre assemble des carrés et des triangles en bois comme ceux représentés ci-dessous.



Tous les carrés ont le même poids. Tous les triangles ont le même poids, mais il est différent du poids des carrés.
Pierre a réalisé trois animaux : une chenille, un poisson et un cygne.
Pierre pèse ses animaux : il trouve que la chenille pèse 27 g et le poisson 42 g.
Quand il va peser le cygne, son petit frère fait tomber la balance qui se casse.
Pierre dit qu'il sait quand même comment trouver le poids du cygne sans utiliser la balance.

Trouvez, vous aussi, le poids du cygne.

Une chenille : Un poisson : Un cygne :



« 3. Étranges animaux », Rallye mathématique transalpin, Épreuve II, Cat. 3, 4, 5, Mars-avril 2018

Pour toutes les compositions, il n'y a que deux types de pièces.

On décrit chaque composition en fonction du nombre et du type de pièces utilisées :

- chenille : 4 carrés et 3 triangles ;
- poisson : 4 carrés et 6 triangles ;
- cygne : 7 carrés et 7 triangles.

On procède par déduction en regardant les différences.

On compare le nombre de carrés et de triangles dans la chenille et dans le poisson.

On déduit que le nombre de carrés est le même et que le poisson est composé de 3 triangles de plus : la différence de poids est due à la présence de trois triangles en plus.

On déduit que trois triangles pèsent 15 g $(42 - 27)$.

Par conséquent un triangle pèse 5 g $(15 \div 3)$.

Connaissant le poids d'un triangle, on trouve celui d'un carré.
Par exemple, en utilisant la chenille.

Quatre carrés pèsent 12 g $(27 - 15)$.

Par conséquent, un carré pèse 3 g $(12 \div 4)$.

On calcule le poids du cygne constitué de sept carrés et sept triangles : 56 g $(7 \times 3 + 7 \times 5)$.

Le cygne pèse 56 g.

286 Dinde

Énigme

« Ces deux dindes pèsent 20 livres à elles deux, dit le boucher.
La plus petite coûte 2 centimes de plus à la livre que la grande. »
Mme Smith a payé 82 cents pour la petite et Mme Brown \$ 2.96 pour la grande.

Combien pesait chaque dinde ?
(Un dollar vaut 100 cents.)

« Two turkeys », *Mathematical puzzles of Sam Loyd*, Elected ans publied by Martin Gardner, 1959

Posons x le poids (en livres) de la plus petite dinde et y le poids (en livres) de la plus grosse dinde.

On a alors
d'une part, $x + y = 20$, ou encore $x = 20 - y$
et, d'autre part, $\dfrac{82}{x} = 2 + \dfrac{y + 296}{y}$, ou encore $\dfrac{82}{x} = \dfrac{2\,y + 296}{y}$.

Donc $82\,y = x\,(2\,y + 296)$.

Par conséquent, $82\,y = (20 - y)\,(2\,y + 296)$.

En développant, on obtient l'équation : $2\,y^2 + 338\,y - 5\,920 = 0$, ou encore $y^2 + 169\,y - 2\,960 = 0$.

Le discriminant de cette équation est :
$\Delta = 1\,692 - 4 \times 1 \times (-2960) = 40\,401$.

$\Delta > 0$: il y a donc deux solutions à l'équation :
$y_1 = \dfrac{-169 - \sqrt{40\,401}}{2} < 0$ donc impossible pour notre problème
et $y_2 = \dfrac{-169 + \sqrt{40\,401}}{2} = 16$.

Ainsi, $y = 16$ et $x = 20 - 16 = 4$.

La plus grosse dinde pèse donc 16 livres et la plus petite, 4 livres.

287 Dindon

Énigme

Lisa fait l'élevage de dindons, de poules et de lapins, en tout 618 bêtes. Son voisin, un devin nommé Ernest, lui prodigue des conseils pour répartir ses bêtes.
« Si tu veux éloigner les foudres du ciel, place d'abord 21 bêtes par enclos : neuf dindons, cinq lapins et sept poules. Lorsque tu n'auras plus de dindons, compose des enclos de six lapins et de neuf poules.
— As-tu tenu compte du fait que je veux utiliser le moins d'enclos possible ?
— Lisa, tu sais bien que oui. »
Lisa met à exécution le conseil d'Ernest. Toutes les bêtes sont alors en enclos.

Combien Lisa a-t-elle de dindons, de lapins et de poules ?

« Foudres du ciel », Défi 100 de la série A du site Récréomath

On suppose que Lisa place ses 618 bêtes dans des enclos de 21 bêtes.
Cela prendra alors $618 \div 21 = 29,42\ldots$ enclos.

Si elle utilise 29 enclos, elle pourra placer $29 \times 21 = 609$ bêtes.

Il reste à placer neuf bêtes au deuxième tour, ce qui impossible car cela prend au moins 15 bêtes.

On suppose qu'on a 28 enclos.

Cela permet de placer $28 \times 21 = 588$ bêtes.

Les 30 bêtes qui restent, des lapins et des poules, peuvent être placées dans deux enclos.

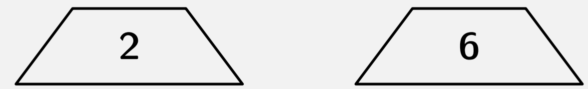
Calculons le nombre de bêtes.
Au premier tour, Lisa place $28 \times 9 = 252$ dindons, $28 \times 5 = 140$ lapins et $28 \times 7 = 196$ poules. Au deuxième tour, elle place 12 lapins et 18 poules.

Lisa a 252 dindons, 152 lapins et 214 poules.

288 Dinosaure (1)

Énigme

Les squelettes de dinosaures du Museum d'Histoire Naturelle sont numérotés dans l'ordre, à partir de 1.
On a utilisé, pour les numéroter, des étiquettes portant chacune un chiffre de 0 à 9 (deux de ces étiquettes sont représentées ci-dessous, vues de face).



On sait que l'on a utilisé 29 étiquettes portant le numéro 0, et 38 portant le numéro 9.

Combien le Museum compte-t-il de squelettes de dinosaures ?

« Le numérotage des dinosaures », 8$^{\text{ème}}$ Championnat International de Jeux Mathématiques et Logiques

Le tableau ci-dessous montre que pour numéroter des objets de 1 à 199 inclus, on doit utiliser 29 fois le chiffre « 0 » et 40 fois le chiffre « 9 ». Si l'on s'arrête à 198, on économise deux chiffres « 9 » (les deux « 9 » de 199), ce qui limite à 38 le nombre de chiffres « 9 » utilisés. On vérifie qu'en dessous de 198, on utilise moins de de 38 chiffres « 9 ».

	nombre de « 0 »		nombre de « 9 »	
		(cumul)		(cumul)
de 1 à 9	0	0	1	1
de 10 à 19	1	1	1	2
de 20 à 29	1	2	1	3
...	...	...	...	...
de 80 à 89	1	8	1	9
de 90 à 99	1	9	11	20
de 100 à 109	11	20	1	21
de 110 à 119	1	21	1	22
de 120 à 129	1	22	1	23
de 130 à 139	1	23	1	24
...	...	...	...	...
de 180 à 189	1	28	1	29
de 190 à 199	1	29	11	40
de 200 à 209	11	40	1	41

Le Museum compte donc 198 squelettes de dinosaures.

289 Dinosaure (2)

Énigme

Tom dispose de 54 €.
Avec son argent, Tom veut s'acheter des modèles de dinosaures.
Dans le magasin de jouets, ces modèles sont tous au même prix.
Tom constate que :

- s'il achète trois dinosaures, il lui restera 15 € ;
- mais pour acheter cinq dinosaures, il lui manque 11 €.

Tom a-t-il assez d'argent pour acheter quatre dinosaures ?
Si oui, combien d'argent lui restera-t-il ?
Si non, combien d'argent lui manquera-t-il ?

« 8. Trois, quatre ou cinq dinosaures ? », 26$^{\text{ème}}$ Rallye mathématique transalpin, Finale, Cat. 5, 6, 7, Maai-juin 2018

On désigne par d le prix d'un dinosaure.

L'énoncé se traduit par l'équation $5\,d - 11 = 3\,d + 15$.

Ce qui équivaut à $5\,d - 3\,d = 15 + 11$.

Ce qui équivaut à $2\,d = 26$.

Ce qui équivaut à $d = 13$.

Donc quatre dinosaures coûtent 52 €.

Tom peut donc acheter les quatre dinosaures et il lui restera 2 €.

290 Diplodocus

Énigme

Avec un œuf d'autruche, on fait la même omelette qu'avec dix-huit œufs de poule.
Avec quatre œufs de poule, on fait une omelette pour trois personnes.

1. Dans ces conditions, combien faut-il d'œufs d'autruche pour nourrir vingt-sept personnes ?
2. Si un œuf de diplodocus correspond à trente-cinq œufs d'autruche, combien six œufs de diplodocus permettaient-ils de nourrir de personnes ?

« 1. Zé a diplodocus », 27$^{\text{eme}}$ Rallye Mathématique de l'IREM de l'Université des Antilles, Finale catégorie 4 (2nde - 1ère Pro), 2018

1. Pour une omelette pour 3 personnes, il faut 4 œufs de poule.

Donc pour une omelette pour $27 = 9 \times 3$ personnes, il faut proportionnellement $9 \times 4 = 36$ œufs de poule.

Avec 18 œufs de poule, on a la même omelette qu'avec 1 œuf d'autruche.

Avec $36 = 2 \times 18$ œufs de poule, on a la même omelette qu'avec $1 \times 2 = 2$ œufs d'autruche.

Il faut 2 œufs d'autruche pour nourrir 27 personnes.

2. 1 œuf de diplodocus correspond à 35 œufs d'autruche.

Donc $6 = 6 \times 3$ œufs de diplodocus correspond à $35 \times 6 = 210$ œufs d'autruche.

Donc $210 = 105 \times 2$ œufs d'autruche permettaient de nourrir $105 \times 27 = 2\,835$ personnes.

291 Dragon (1)

Énigme

Il est bien connu que Saint Georges a terrassé de terribles dragons.
Ce que la légende ne dit pas c'est qu'il a dû affronter un dragon plus terrible que les autres car il avait plusieurs têtes et plusieurs queues.
D'un coup d'épée, Saint Georges pouvait couper soit une deux têtes soit une ou deux queues.
Mais le dragon avait des pouvoirs magiques : lorsque le saint lui coupait seulement une tête, il en repoussait une autre.
En revanche, avec deux têtes coupées d'un seul coup d'épée, rien ne repoussait.
Enfin, pour une queue coupée, il en repoussait deux et pour deux queues coupées d'un coup, une tête repoussait.
Le saint n'avait pu venir à bout de l'horrible bête que lorsque le dragon n'avait plus ni queue ni tête.

Saint Georges a dû affronter un dragon à trois têtes et à trois queues.
Comment a-t-il fait pour tuer le dragon en économisant ses forces ?

Cette énigme a été proposée dans la revue *Pour la Science* en juillet 1994. Elle était référencée « numéro 2 » dans la rubrique « Jeu-concours ».

Le dragon meurt après 9 coupes.

QQQTTT

1. Le chevalier coupe *2 têtes* :
   il reste $3 - 2 = 1$ tête et 3 queues. QQQT
2. Le chevalier coupe *2 queues* :
   il reste $1 + 1 = 2$ têtes et $3 - 2 = 1$ queue. QTT
3. Le chevalier coupe *1 queue* :
   il reste 2 têtes et $1 - 1 + 2 = 2$ queues. QQTT
4. Le chevalier coupe *1 queue* :
   il reste 2 têtes et $2 - 1 + 2 = 3$ queues. QQQTT
5. Le chevalier coupe *1 queue* :
   il reste 2 têtes et $3 - 1 + 2 = 4$ queues QQQQTT
6. Le chevalier coupe *2 queues* :
   il reste $2 + 1 = 3$ têtes et $4 - 2 = 2$ queues. QQTTT
7. Le chevalier coupe *2 queues* :
   il reste $3 + 1 = 4$ têtes et $2 - 2 = 0$ queue. TTTT
8. Le chevalier coupe *2 têtes* :
   il reste $4 - 2 = 2$ têtes et 0 queue. TT
9. Le chevalier coupe *2 têtes* :
   il reste $2 - 2 = 0$ tête et 0 queue. X

Cette solution n'est pas unique. En voici une autre.

1. Couper, trois fois successivement, une queue.
2. Puis couper, trois fois successivement, deux queues.
3. Puis couper, trois fois successivement, deux têtes.

QQQTTT $\to$ QQQQTTT $\to$ QQQQQTTT $\to$ QQQQQQTTT $\to$ QQQQTTTT $\to$ QQTTTTT
$\to$ TTTTTT $\to$ TTTT $\to$ TT $\to$ X

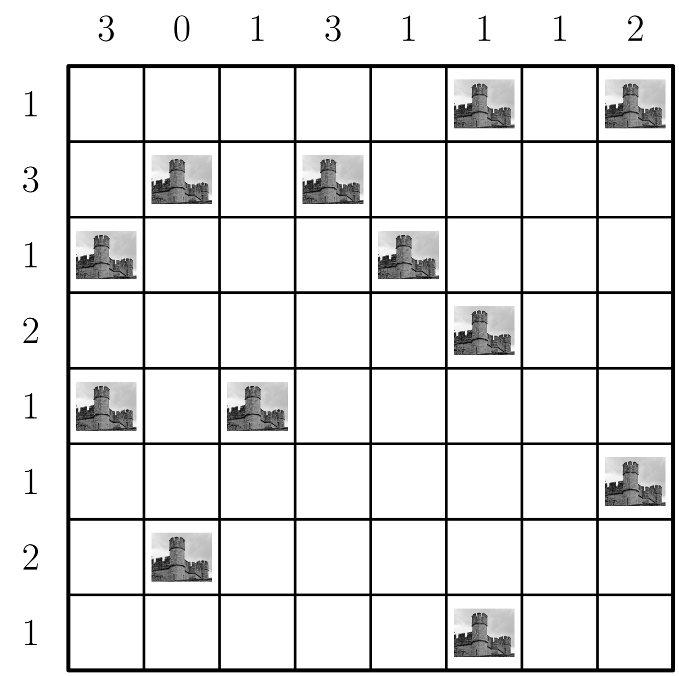
9 est le nombre minimum de coupes.

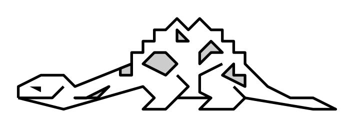
292 Dragon (2)

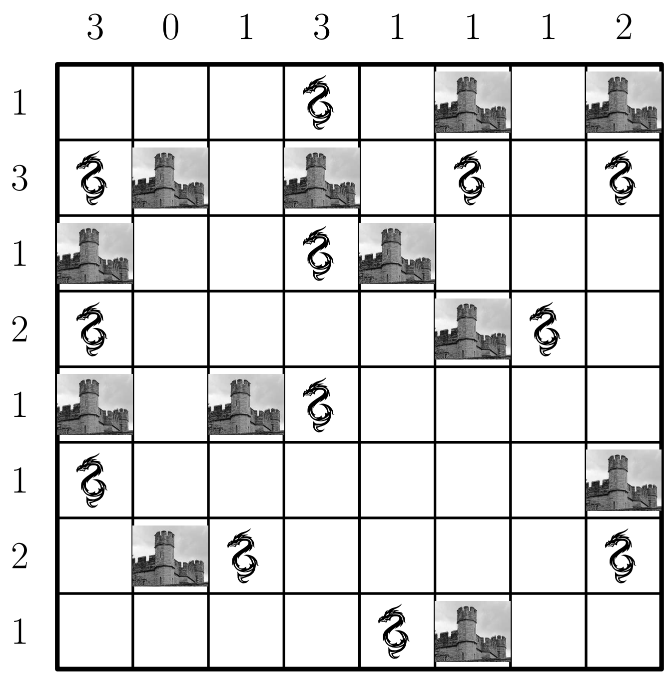
Énigme

La grille ci-dessous représente un territoire où se trouvent douze châteaux et leurs dragons attitrés.
Chaque dragon est attaché au pied d'un château. La case représentant un dragon est adjacente par un côté à celle de son château.
Les nombres autour de la grille indiquent les nombre des dragons dans chaque ligne ou colonne.
Il peut y avoir deux dragons dont les cases juxtaposent celles d'un château mais un seul est attaché au château.

Retrouver les emplacements des douze dragons.







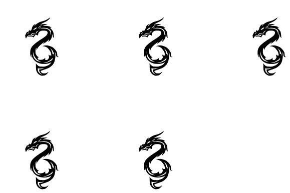
293 Dragon (3)

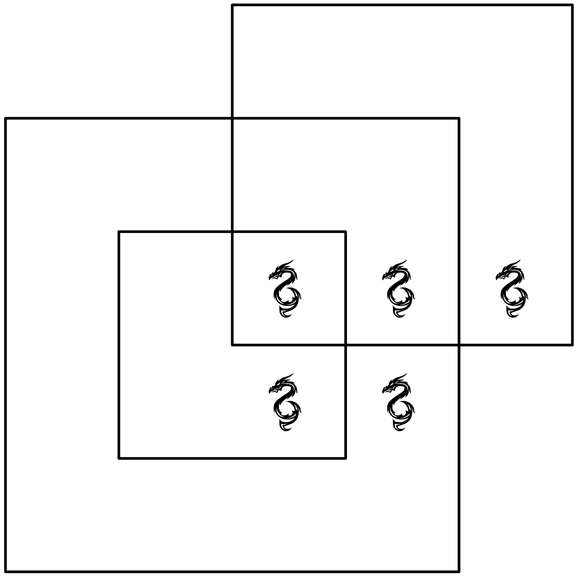
Énigme

Dans la Terre du Milieu, le paysan Morgoth a 5 dragons très agressifs.

Comment faire pour les isoler dans des enclos carrés différents ?

Le problème consiste à dessiner 3 carrés, superposés, qui permettent de placer chaque dragon dans une zone et que, dans chaque zone, il n'y ait qu'un dragon.





294 Dragon (4)

Énigme

Pas moins de cinq espèces différentes de dragons sont réunies dans la grotte !
Malheureusement, le lieu est très sombre, ce qui empêche de les distinguer convenablement...

Retrouve l'emplacement de tous les dragons, sachant qu'ils sont regroupés par espèces et que toutes les espèces ne comptent pas le même nombre d'individus.

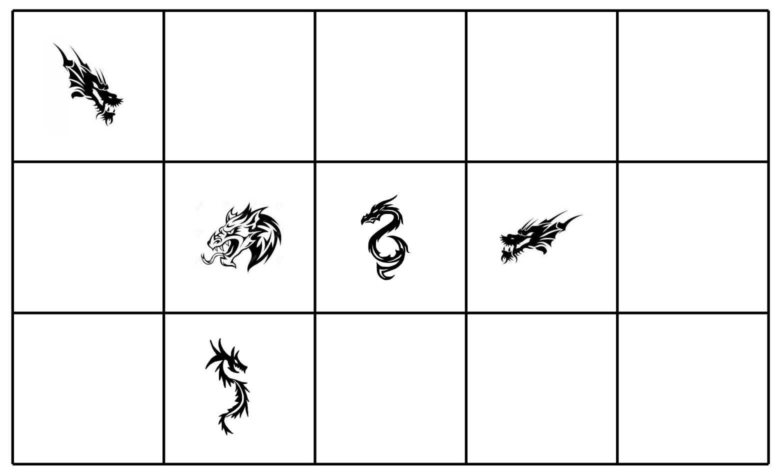
1 dragon des glaces

2 dragons des volcans

3 dragons des forêts

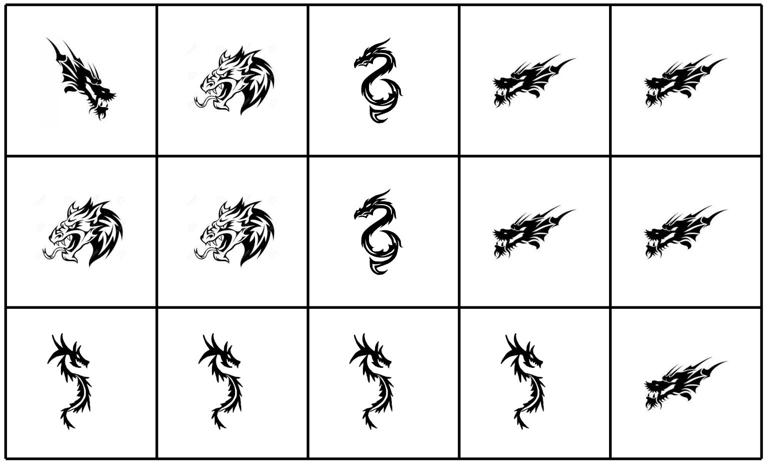
4 dragons des montagnes

5 dragons des mers



« La grotte des dragons », *Enigma Junior*, n° 6, Juillet-Août 2006

Le second dragon des volcans doit être dans la première ligne sinon il ne reste plus de place pour les dragons des montagnes.
On peut alors placer les dragons des forêts et terminer le remplissage.

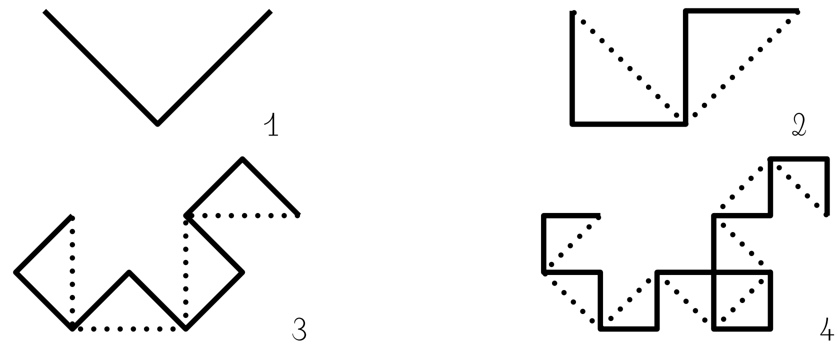


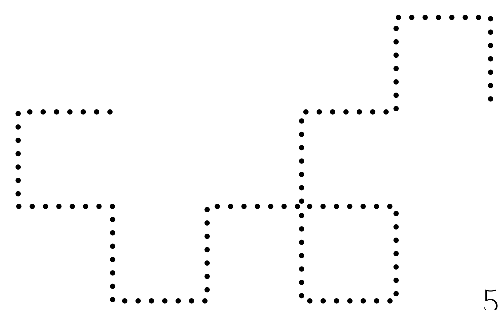
295 Dragon (5)

Énigme

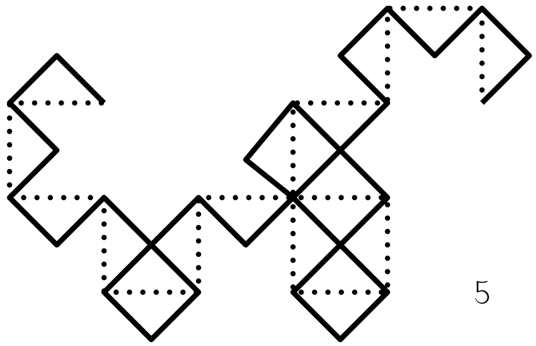
Une feuille de papier est pliée successivement de moitié en moitié toujours dans le même sens.
Après un pliage, la feuille est ouverte et disposée de telle façon que tous les angles soient droits.
Les figures suivantes représentent les premiers pliages.
Les lignes en pointillés représentent le pliage précédent.

Dessiner le pliage de l'étape 5.





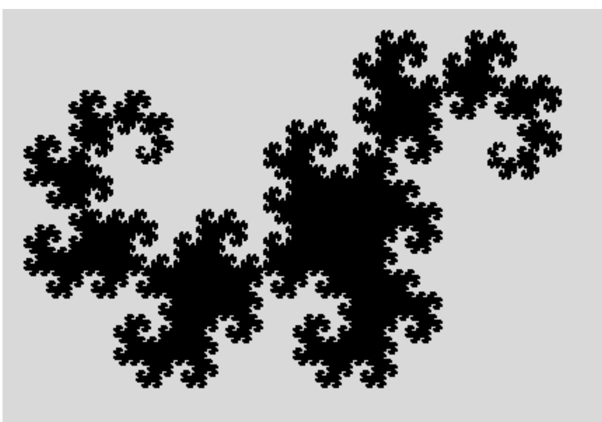
Ce procédé a été imaginé par John Heighway. La « courbe du dragon » (ou « fractale du dragon ») est la « limite » de cette courbe.



5

La construction se fait de la manière suivante : partir d'un segment de base puis, en suivant la courbe, remplacer chaque segment par deux segments à angle droit en effectuant une rotation de 45° alternativement à droite puis à gauche.

La suite S des sens gauche (G) ou droite (D) des plis à l'étape n est la suivante : $S_1 = G$, $S_2 = GGD$, $S_3 = GGDGGDD$, ... Le terme S_n est obtenu du précédent en intercalant alternativement des D et des G, en commençant par un G. Par exemple, $S_4 = GGDGGDDGGGDDGDD$.



296 Dragon (6)

Énigme

Un dragon a cinq têtes.
Chaque fois qu'on lui en coupe une, il lui en repousse cinq.

Si on coupe, une par une, six têtes à ce dragon, combien de têtes aura-t-il finalement ?

A) 25 B) 28 C) 29 D) 30 E) 35

Concours Kangourou des mathématiques, « Sujet C », 2012

Réponse **C**

Chaque fois qu'on lui coupe une tête, le dragon en gagne $5 - 1 = 4$.
En lui coupant 6 têtes, il en gagne $6 \times 4 = 24$.
Il en a alors $5 + 24 = 29$.

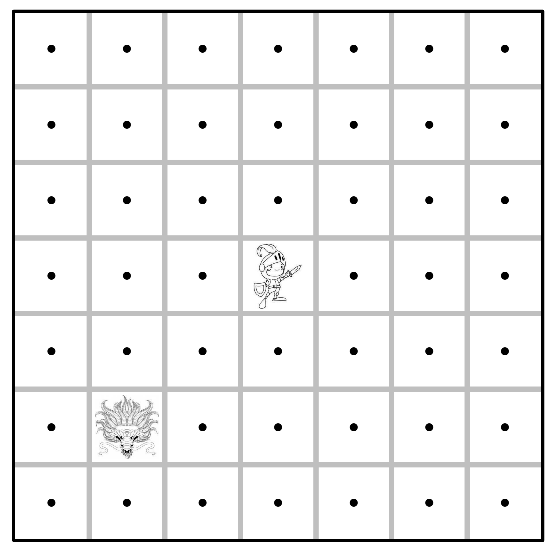
297 Dragon (7)

Énigme

Voici un petit puzzle sur un échiquier réduit, de quarante-neuf carrés. Saint Georges souhaite tuer le dragon.
Tuer des dragons était un de ses passe-temps bien connu et, étant cavalier, il était naturel qu'il désire accomplir l'exploit dans une série de mouvements de cavalier.

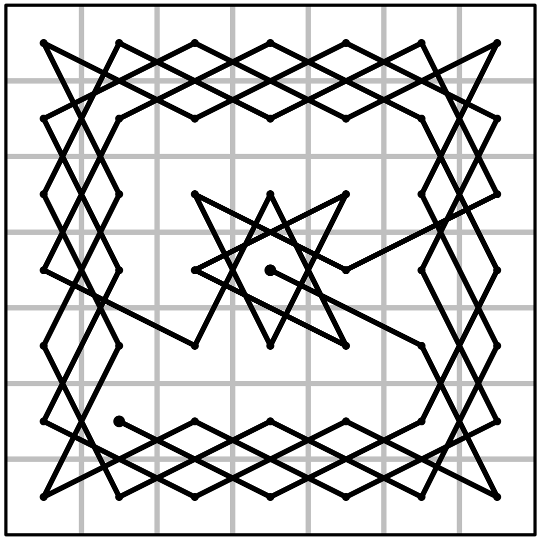
Pouvez-vous montrer comment, à partir de cette case centrale, il peut visiter une fois, et une seule fois, chaque case du plateau dans une chaîne de mouvements de chevalier d'échecs, et finir par capturer le dragon lors de son dernier mouvement ?

Bien sûr, plusieurs voies s'offrent à lui, alors essayez de découvrir un itinéraire qui forme un joli dessin lorsque vous avez marqué chaque saut successif par une ligne droite de carré en carré.



« 334. Saint Georges et le dragon »,
Amusements in Mathematics, Henry Ernest Dudeney, 1917

Une solution possible, proposée par l'auteur :



298 Dragon (8)

Énigme

Sur une île vivent trois dragons : un rouge, un jaune et un vert.
Ils ont chacun plusieurs têtes.
Le dragon rouge a cinq têtes de moins que le dragon vert.
Le dragon jaune a quatre têtes de plus que le dragon vert, et à eux deux ils ont 28 têtes.

Combien de têtes a chacun des dragons ?

« 9. Les dragons », 25ème Rallye mathématique transalpin, Épreuve II, Cat. 5, 6, 7, Mars-avril 2017

On déduit de la seconde information que le total 28 correspond à deux fois le nombre de têtes du dragon vert plus 4 têtes (que le jaune a en plus).

Donc le double du nombre de têtes du dragon vert est égal à 24.

Donc le nombre de têtes du dragon vert est égal à 12.

Donc le nombre de têtes du dragon jaune est égal à 16 et le nombre de têtes du dragon rouge est égal à 7.

299 Dragon (9)

Énigme

Dans un jeu vidéo, deux dragons magiques volent dans un espace en trois dimensions.
$P_1(t) = \left(t \cdot 8^t,\ 2\sin^2\left(\dfrac{\pi\, t}{2}\right),\ \lfloor t^3 - 4\,t^2 + 5\,t \rfloor\right)$ et
$P_2(t) = \left(301 - t,\ \dfrac{17}{6} - t,\ t - \dfrac{1}{3}\right)$ donnent les positions $(x,\ y,\ z)$ des dragons au moment t, où t est en secondes.

Est-ce que les deux dragons entreront en collision ?
Si oui, donner le nombre total de collisions et le moment t correspondant à chacune des collisions.

Remarque : $\lfloor x \rfloor$ représente le plus grand entier inférieur ou égal à x.

« 4. Deux dragons qui font boom ! », Concours de l'Association Mathématique du Québec, Secondaire, 2013

Soit $(x,\ y,\ z)$ la position de la collision au temps t.

Selon la coordonnée en y, il faut que $2\ \sin^2\left(\dfrac{\pi\, t}{2}\right) = \dfrac{17}{6} - t$.

Or, l'image de la fonction $x \mapsto \sin x$ étant entre -1 et 1, l'image de la fonction $x \mapsto 2\ \sin^2(x)$ sera entre 0 et 2.

Cela signifie que $\dfrac{17}{6} - t$ se situe entre 0 et 2 et ainsi toutes les valeurs possibles de t se retrouvent dans l'intervalle $\left[\dfrac{5}{6},\ \dfrac{17}{6}\right]$.

Selon la coordonnée en z, il faut que $t - \dfrac{1}{3}$ soit entier à cause de la partie entière dans P_2.

Donc t est de la forme $\dfrac{3\,n+1}{3}$ pour un certain entier n.

Selon y et z, les seules valeurs de t possibles de la forme $\dfrac{3\,n+1}{3}$ dans l'intervalle $\left[\dfrac{5}{6},\ \dfrac{17}{6}\right]$ sont $\dfrac{4}{3}$ et $\dfrac{7}{3}$.

Calculons donc les positions pour ces deux temps possibles :

$P_1\left(\dfrac{4}{3}\right) = \ldots = \left(\dfrac{64}{3},\ \dfrac{3}{2},\ 1\right)$

$P_1\left(\dfrac{7}{3}\right) = \ldots = \left(\dfrac{896}{3},\ \dfrac{1}{2},\ 2\right)$

$P_2\left(\dfrac{4}{3}\right) = \ldots = \left(\dfrac{899}{3},\ \dfrac{3}{2},\ 1\right)$

$P_2\left(\dfrac{7}{3}\right) = \ldots = \left(\dfrac{896}{3},\ \dfrac{1}{2},\ 2\right)$

Donc il n'y a qu'une seule intersection, au moment $t = \dfrac{7}{3}$ secondes.

300 Dragon (10)

Énigme

Pour vaincre le dragon, Mathilde doit couper, une par une, toutes ses têtes.
Mais dès qu'elle en a coupé 3, une nouvelle repousse aussitôt.
Mathilde a vaincu le dragon en coupant 14 têtes au total.

Combien de têtes avait le dragon au départ ?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

Kangourou des mathématiques, 2018, Sujet E, n° 24

Réponse **B**

Quand Mathilde a coupé 3 têtes, le dragon en a perdues 2 (puisqu'une a repoussé).
Donc quand Mathilde a coupé 12 têtes ($12 = 3 \times 4$), le dragon en a perdues 8 ($8 = 2 \times 4$).
En coupant 2 têtes de plus, soit 14 au total, elle a vaincu le dragon qui avait donc $8 + 2$ soit 10 têtes au départ.

301 Dragon (11)

Énigme

Arthur, Charlotte et Sabine ont chacun choisi un livre à la bibliothèque. L'un est une histoire de dragons, l'autre de gobelins et le dernier, une histoire de princesses.
Sabine : « Je n'ai pas choisi l'histoire sur les gobelins. »
Arthur : — J'ai laissé à une fille l'histoire de princesses.
Charlotte : — Arthur n'a pas pris le livre avec les dragons.
La bibliothécaire : — Charlotte a déjà lu l'histoire avec les dragons la semaine dernière. »

Quel livre chacun des trois amis a-t-il choisi ?

« 5. Les trois livres », $18^{\text{ème}}$ championnat des jeux mathématiques et logiques, Quarts de finale, CE1 CM1 CM2, 2004

Arthur a choisi une histoire de gobelins.
Charlotte a choisi une histoire de princesses.
Sabine a choisi une histoire de dragons.

302 Dragon (12)

Énigme

La lune de la planète Fantastica tourne autour de l'astre en quatre jours.
Cette période rythme la vie de la planète, peuplée de bestioles plus ou moins sympathiques qui s'entre-dévorent selon des cycles immmuables de quatre jours.

- Le premier jour du cycle, chaque dragon engloutit un monstre.
- Le deuxième jour, chaque vampire anéantit un dragon.
- Le troisième jour, chaque monstre avale un vampire.
- Le quatrième jour, les bêtes digèrent.

Et on recommence !
La population décroît, il faut bien le dire, très rapidement.
Ainsi, six lunes et un jour après l'agent de recensement (toujours, par prudence, un jour de digestion), les deux derniers dragons engloutirent les deux derniers monstres et se proclamèrent les maîtres de la planète.

Combien le recensement faisait-il état de dragons, de monstres et de vampires ?

« La loi de la jungle », *Les jeux mathématiques du* Monde, Problème n° 131 du 27/07/1999

Une façon de trouver la solution est de remonter le temps.

Résultats intermédiaires (jours de digestion) :

Dragons	Monstres	Vampires
2	2	0
4	6	2
12	18	8
38	58	26
120	176	82
378	554	258
1 190	1 744	812

Le recensement faisait état de 1 190 dragons, 1 744 monstres et 812 vampires.

303 Dragon (13)

Énigme

2 3 4 5 6 7 8 9 10 est un « dragon » de neuf écailles (la tête à droite, la queue à gauche).
Les neuf nombres contenus dans les écailles sont consécutifs.
La queue, formée des deux-tiers inférieurs des écailles (en l'occurrence, six d'entre elles) admet le même total, 27, que la tête formée du tiers supérieur (trois écailles).

Sauriez-vous trouver un dragon de 21 écailles ?
Et un dragon de 24 écailles ?
À quelle condition un dragon de longueur donnée existe-t-il ?

« La queue du dragon », *Les jeux mathématiques du* Monde, Problème n° 195 du 31/10/2000

4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 est un dragon de 21 écailles.

Il n'existe pas de dragon de 24 écailles.

Plus généralement, un dragon de $3\,n$ écailles existe à condition que n soit impair. Il commence alors par $\dfrac{n+1}{2}$.
En effet, en appelant
$(a+1)\,(a+2)\cdots(a+2\,n)\,(a+2\,n+1)\cdots(a+3\,n)$
un tel dragon, on devrait avoir :
$2\,n\,a+1+2+3+\cdots+2\,n=n\,a+(2\,n+1)+\cdots+3\,n$
Soit $n\,a=\dfrac{3\,n\,(3\,n+1)}{2}-2\,n\,(2\,n+1)$, ou encore $a=\dfrac{n+1}{2}$.

304 Dromadaire

Énigme

Nous nous approchons d'une oasis et nous apercevons des chameaux et des dromadaires dans un enclos.
Nous voyons 7 bosses au-dessus de la barrière mais ne voyons pas les têtes.

Combien de chameaux et de dromadaires sont cachés derrière la barrière ?
Il y a plusieurs possibilités.

« Chameaux et dromadaires », Énigme 4, Cycle 1, Semaine des mathématiques, Académie de Bordeaux, 2019

Il y a trois solutions (il y a au moins un chameau et un dromadaire) :

- 1 chameau et 5 dromadaires ;
- 2 chameaux et 3 dromadaires ;
- 3 chameaux et 1 dromadaires.

305 Dromeau

Énigme

Dans un pays lointain vivent deux sortes d'animaux : les dromeaux (à 3 bosses) et les chamadaires (à 4 bosses).
Dans ce troupeau où sont mélangées les deux sortes d'animaux, on peut compter 85 têtes et 269 bosses.

Quel est le nombre de dromeaux ?

« Ça bosse ! », Tournoi de Saint Michel en l'Herm, 1990

On désigne par c et par d les nombres respectifs de chamadaires et de dromeaux.

« On peut compter 85 têtes » se traduit par :

$$c + d = 85$$

La première équation est équivalente à :

$$4\,c + 4\,d = 340$$

« On peut compter 269 bosses » se traduit par :

$$4\,c + 3\,d = 269$$

Quand on soustrait cette équation à la précédente, on trouve $d = 71$.

Il y a donc 71 dromeaux (et par conséquent 14 chamadaires).

306 Écureuil (1)

Énigme

Un écureuil engrange, engrange ses noisettes (il en a plus de trois) pour sa retraite hivernale.
S'il compte ses noisettes par 2, il lui en reste une.
S'il les compte par 3, il en reste une.
S'il les compte par 4 il en reste une.

Combien de noisettes avait-il au moins ?

« L'écureuil », Concours « 1, 2, 3, Mathématiques de l'an 2000 », ACDS, Collégiens

À l'évidence, il faut tenir compte des 3 conditions à la fois.

S'il n'y avait eu que la première condition, 3 noisettes était la réponse.
S'il n'y avait eu que la seconde condition, 4 noisettes était la réponse.
S'il n'y avait eu que la troisième condition, 5 noisettes était la réponse.

Il n'est pas très difficile de découvrir pourquoi !

Pour les trois conditions à la fois, 13 (c'est à dire $12 + 1$) suffisent.
Pourquoi ce « 12 » ? Parce que c'est un multiple commun de 2, 3 et 4 ; et que c'est même le plus petit multiple commun de ces 3 nombres.

Il avait donc 13 noisettes au moins.

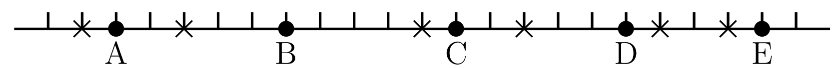
307 Écureuil (2)

Énigme

Cinq écureuils A, B, C, D et E sont assis en ligne.
Ils attrapent les six noisettes marquées par une croix.
Ils courent tous à la même vitesse.
Chaque écureuil court vers la noisette la plus proche.
Dès qu'il l'a attrapée, il court vers la suivante la plus proche.

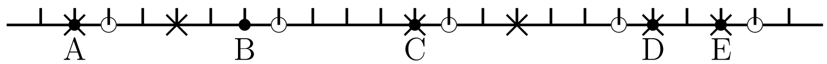
Quel est l'écureuil qui attrapera deux noisettes ?

A) A B) B C) C D) D E) E



Kangourou des mathématiques, Sujet B, 2016

Voici la situation quand les premières noisettes sont attrapées (en même temps par A, C D et E).



Il ne reste que deux noisettes à attraper ; l'une sera pour B (sa première), qui devancera A, et l'autre pour C (sa seconde), qui devancera D.

Les deux noisettes seront donc attrapées par l'écureuil C.

308 Écureuil (3)

Énigme

Quatre écureuils ont mangé 11 noix au total.
Chacun a mangé au moins une noix.
Aucun n'en a mangé le même nombre qu'un autre.
Trois écureuils ont mangé 9 noix à eux trois.
L'un a mangé trois noix exactement.

Combien de noix a mangé celui qui en a mangé le plus ?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Kangourou des mathématiques, Épreuve « CE2 - CM1 - CM2 », 2017

Réponse C.

Un des écureuils a mangé 2 noix $(11 - 9)$.
Un autre a mangé exactement 3 noix.
Et donc les deux derniers ont mangé $11 - 3 - 2$, soit 6 noix.
Sachant que tout écureuil a mangé au moins une noix et que deux n'en ont pas mangé le même nombre, les deux derniers écureuils ne peuvent qu'avoir mangé 5 et 1 noix.
Celui qui en a mangé le plus en a mangé 5.

309 Écureuil (4)

Énigme

Quatre écureuils ont dégusté 1 999 noisettes.
Chacun en a mangé au moins 100.
C'est le premier qui en a mangé le plus.
Le deuxième et le troisième en ont mangé 1 265 à eux deux.

Combien de noisettes a mangé le premier écureuil ?

A) 598 B) 721 C) 629 D) 634 E) autre

Kangourou des mathématiques, 1999

Réponse D.

Les écureuils 1 et 4 ont mangé à eux deux $1\,999 - 1\,265 = 734$ noisettes.

L'écureuil 4 en a mangé au moins 100.
Donc l'écureuil 1 en a mangé au plus 634.

L'un des écureuils 2 et 3 a mangé au moins 633 noisettes (la moitié de 1 265, arrondie par excès).
L'écureuil 1 a donc mangé plus que 633 noisettes.

Conclusion : il a mangé exactement 634 noisettes.

310 Écureuil (5)

Énigme

Le Petit Poucet et quatre de ses frères marchent dans la forêt, en file indienne.
Le Petit Poucet est le dernier de la file et sème des miettes de pain pour retrouver le chemin du retour.
Ils passent près d'un arbre où est installé un écureuil qui les observe.
André passe devant l'écureuil avant Bernard.
Joseph passe devant l'écureuil avant Mario.
Il y a un seul des frères entre André et Mario.

Dans quel ordre peuvent marcher le Petit Poucet et ses frères ?

« 2. Le Petit Poucet et ses frères », $25^{\text{ème}}$ Rallye mathématique transalpin, Finale, Cat. 3, 4, Mai 2017

Il y a deux possibilités :

1. André
2. Joseph
3. Mario
4. Bernard
5. Petit Poucet

1. Joseph
2. André
3. Bernard
4. Mario
5. Petit Poucet

311 Écureuil (6)

Énigme

Les écureuils Anni, Ossi et Elli ont ramené 7 noix à eux trois.
Ils en ont chacun un nombre différent et chacun en a le moins, Ossi en a le plus.

Combien Elli a-t-il de noix ?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4
E) il est impossible de le savoir

Kangourou des mathématiques, 2009, Sujet E, n° 15

Réponse **B**

Pour obtenir la répartition des 7 noix décrite, il faut trouver 3 nombres différents et non nuls de somme égale à 7.
Le plus grand nombre ne peut pas être 5 (car les deux autres seraient égaux à 1), ni 3 (car les deux autres seraient 2 et 1 et la somme ne serait pas 7).
Seul $4+2+1=7$ convient.
Ani a donc une noix, Ossi en a quatre et Elli en a deux.

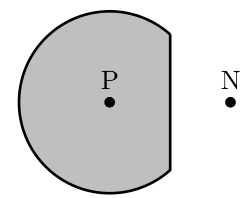
312 Écureuil (7)

Énigme

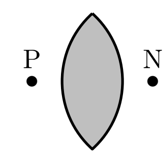
Un écureuil ne s'éloigne jamais à plus de 5 m du tronc de son arbre (représenté par le point P).
Il ne s'approche jamais à moins de 5 m de la niche du chien (représentée par le point N).

Lequel des dessins ci-dessous représente au mieux la zone où l'écureuil peut se trouver ?

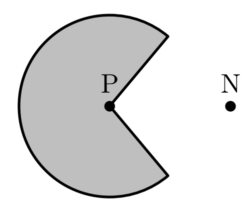
A)



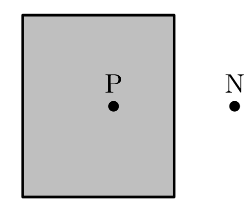
B)



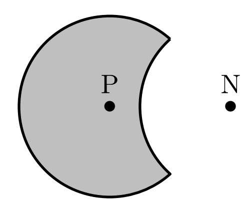
C)



D)



E)



Kangourou des mathématiques, 2015, Sujet P, n° 11

Réponse **E**

Comme l'écureuil ne s'éloigne pas à plus de 5 m du tronc de son arbre, c'est qu'il reste dans le disque de centre P et de rayon 5 m.
Comme il ne s'approche pas à moins de 5 m de la niche du chien, c'est qu'il reste à l'extérieur du disque de centre N et de rayon 5 m.

313 Écureuil (8)

Énigme

Un écureuil mange les deux cinquièmes de sa réserve de noisettes dans les deux premiers mois de l'hiver.
Puis, il mange le quart de ce qui lui reste au cours du troisième mois de l'hiver.
Il lui reste alors 81 noisettes.

1. Combien de noisettes restait-il à l'écureuil au début du troisième mois d'hiver ?
2. Combien de noisettes l'écureuil avait-il amassées avant les mauvais jours ?

« 3. La réserve de l'écureuil », *Concours Bombyx*, Quart de finale, $4^{\text{ème}}$, 2009

1. Les 81 noisettes restantes correspondent aux trois quarts de ce qui restait à l'écureuil après les deux premiers mois de l'hiver.
   Chacun de ces quarts contient 27 noisettes (le tiers de 81).
   $81 + 27 = 108$
   Les trois cinquièmes de la réserve totale contiennent 108 noisettes.
   Au début du troisième mois d'hiver, il restait 108 noisettes.
2. $108 \div 3 = 36$
   Chaque cinquième de la réserve totale compte 36 noisettes.
   L'écureuil avait amassé 180 noisettes avant les mauvais jours.

314 Écureuil (9)

Énigme

Les écureuils Tic et Tac ont stocké séparément les glands qu'ils ont cueillis sur le chêne de Donald.
En prévision du prochain hiver, ils ne mangent aucun de ces glands et ils font attention à n'en perdre aucun.
Donald s'absente pendant six jours complets.
Chaque jour, deux manipulations aèrent les deux stocks :

- le matin, Tac enlève la moitié des glands du stock de Tic et l'ajoute à son propre stock ;
- l'après-midi, Tic enlève la moitié des glands du stock de Tac et l'ajoute à son propre stock.

Quand Donald revient à la fin du sixième et dernier jour, après douze manipulations au total, Tic a 2 013 glands dans son propre stock.

Combien de glands Tac a-t-il alors dans son propre stock ?

Note : un nombre de glands est toujours entier et positif.

« 10. Les glands de l'année », 27ème Championnat des jeux mathématiques et logiques, Finale, Jour 2, 2013

Soit S le nombre total de glands.
La solution sera $(S - 2013)$.

Soit respectivement $(2\,S/3 - D)$ et $(S/3 + D)$ les nombres de glands des stocks de Tic et de Tac au début du premier jour.
Suite à la première manipulation, ils deviennent respectivement $(S/3 - D/2)$ et $(2\,S/3 + D/2)$.
Suite à la seconde manipulation, ils deviennent respectivement $(2\,S/3 - D/4)$ et $(S/3 + D/4)$.

Plus généralement, les deux manipulations d'un jour reviennent à diviser D par 4. $4^6 = 64^2 = 4\,096$. À la fin du sixième jour, les nombres de glands des stocks de Tic et de Tac seront respectivement $(2\,S/3 - D/4\,096)$ et $(S/3 + D/4\,096)$.

$D = 4\,096\,(2\,S/3 - 2013) \qquad (1)$

$(S/3 + D)$ est positif (stock de Tac au début du premier jour).
En remplaçant D par sa valeur en fonction de S donnée par (1), on a $S > (1 - 1/8\,193) \times 3\,019,5$ donc $S > (1 - 1/6\,039) \times 3\,019,5 = 3\,019$.

$(2\,S/3 - D)$ est positif (stock de Tic au début du premier jour).
En remplaçant D par sa valeur en fonction de S donnée par (1), on a $S < (1 + 1/4\,095) \times 3\,019,5$ donc $S < (1 + 3\,019,5) \times 3\,019,5 = 3\,020,5$.

Donc $S = 3\,020$ (et $D = 4\,096/3$).

Après manip.	Tic	Tac
	648	2 372
Jour 1	324	2 696
	1 672	1 348
Jour 2	836	2 184
	1 928	1 092
Jour 3	964	2 056
	1 992	1 028
Jour 4	996	2 024
	2 008	1 012
Jour 5	1 004	2 016
	2 012	1 008
Jour 6	1 006	2 014
	2 013	1 007

L'unique réponse est $S - 2\,013 = 3\,020 - 2\,013 = 1\,007$.

315 Écureuil (10)

Énigme

Un écureuil se promène dans la forêt.
Il a 28 noisettes qu'il veut cacher.
Au premier arbre, il cache une noisette.
Au deuxième arbre, il cache deux noisettes.
Au troisième arbre, il cache trois noisettes.
Et ainsi de suite.

À quel arbre déposera-t-il sa dernière noisette ?

Méthodes Heuristiques Mathématiques, Rallye, Cycle 2, Manche 3

On dresse un tableau dans lequel la première ligne donne le rang de l'arbre et la seconde donne le nombre de noisettes restantes après le passage auprès de cet arbre.

1	2	3	4	5	6	7
27	25	22	18	13	7	0

Il déposera sa dernière noisette au septième arbre.

316 Écureuil (11)

Énigme

Deux écureuils, Bushy et Jumpy, ont ramassé 2 021 noix pour l'hiver. Jumpy numérote les noix de 1 à 2 021, et creuse 2 021 petits trous disposés en cercle sur le sol autour de leur arbre favori.
Le matin suivant, Jumpy remarque que Bushy a placé une noix dans chaque trou, mais n'a pas fait attention à leur numérotation.
Insatisfait, Jumpy décide de réarranger les noix en effectuant une suite de 2 021 modifications.
Lors de la k-ème modification, Jumpy échange les deux noix adjacentes à la noix k.

Montrer qu'il existe une valeur de k telle que, lors de la k-ème modification, Jumpy a échangé deux noix a et b telles que $a < k < b$.

Problème 5, *Olympiades Internationales de Mathématiques* (*IMO*), 2021

Preuve 1 (Aurélien Fourré)

Les noix noires forment à tout moment des blocs de taille impaire. Or, après 2 020 modifications, il faudrait un bloc noir de taille 2020 : contradiction.

Preuve 2 (Emilhan Dürrüoglu)

Après deux modifications, les noix brunes forment un bloc de taille impaire et un bloc de taille paire non nulle. Ensuite, il restera toujours un bloc de noix brunes de taille paire non nulle : contradiction.

Preuve 3

Appelons couple deux noix noires voisines. Le nombre de couples restera toujours pair, mais devrait être impair après 2 021 modifications.

317 Écureuil (12)

Énigme

Aprés des heures de recherche, monsieur Écureuil a trouvé deux noisettes.
Sur le chemin du retour, il est tenté de jouer au casino.
On lui propose de jouer selon les règles suivantes .

- Sur une table, il y a deux urnes. Dans l'une d'elles, il y a 2 noisettes noires et 2 noisettes blanches et, dans l'autre, il y a 1 noisette noire et 3 noisettes blanches.
- Monsieur Écureuil mise 2 noisettes et prend au hasard 1 noisette au hasard dans chaque urne.
- S'il obtient 2 noisettes blanches, il gagne 4 noisettes.
  Sinon, il a perdu.

Conseillez-vous à monsieur Écureuil de jouer à ce jeu ?

« Jeu des noisettes », Rallye mathématique d'Auvergne, 2014

On décide de conseiller à monsieur Écureuil de jouer s'il a simplement plus de chances de gagner que de perdre.

S'il commence à prendre une noisette dans l'urne contenant deux noisettes blanches et deux noisettes noires, il a une chance sur deux d'avoir une blanche.

Il doit ensuite prendre une noisette dans l'autre urne, mais il n'est pas sûr de tirer une noisette blanche. Cela signifie que ses chances de perdre augmentent, et au final deviennent plus grandes que les chances de gagner.

On conseille donc à monsieur Écureuil de ne pas jouer à ce jeu.

Autre démarche

La probabilité de tirer une noisette blanche dans la première urne est égale à $\dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$ et la probabilité de tirer une noisette blanche dans la seconde urne est égale à $\dfrac{3}{4}$.

La probabilité de tirer deux noisettes blanches (et de gagner) est donc égale à $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{3}{8}$.

Celle de perdre est donc égale à $1 - \dfrac{3}{8} = \dfrac{5}{8}$.

Comme $\dfrac{3}{8} < \dfrac{5}{8}$, monsieur Écureuil a donc plus de chances de perdre que de gagner.
On conseille donc à monsieur Écureuil de ne pas jouer à ce jeu.

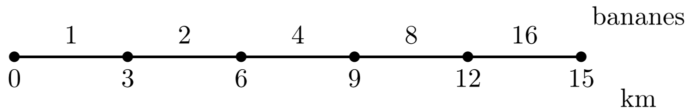
318 Éléphant (1)

Énigme

Nabuchodonosaure va au marché, à 15 kilomètres de chez lui, pour vendre 1 500 bananes.
Pour les transporter, il prend son éléphant Milora.
Pour parcourir les 3 premiers kilomètres, Milora demande 1 banane, puis 2 autres pour les 3 kilomètres suivants, 4 pour les 3 kilomètres après, puis. . . etc.

Combien va-t-il rester de bananes en arrivant au marché ?

« L'éléphant glouton », Tournoi de la Mayenne, 1989



Milora va manger $1 + 2 + 4 + 8 + 16$ bananes, c'est-à-dire 31 bananes.

Il restera donc 1 469 bananes.

319 Éléphant (2)

Énigme

Irma Mouth a visité le zoo de La Défense d'Ivoire ; elle n'y a vu que des éléphants : des éléphants d'Afrique qui ont de grandes oreilles et des éléphants d'Asie qui ont de petites oreilles.
Chaque éléphant a quatre pattes, une queue, deux oreilles, une trompe et deux défenses.
Irma a remarqué que le nombre de pattes d'éléphants ajouté au nombre de trompes donne pour résultat 120, et qu'il y a dans ce zoo deux fois plus d'éléphants d'Afrique que d'éléphants d'Asie.

Combien y a t-il de grandes oreilles d'éléphants dans ce zoo ?

« Les éléphants, ça trompe ! », $8^{\text{ème}}$ Championnat International de Jeux Mathématiques et Logiques, 1994

Irma a dénombré 5 éléments par éléphant (4 pattes et 1 trompe).
Le nombre total d'éléphants est donc de $120 \div 5 = 24$.
Parmi ces 24 animaux, le tiers est constitué d'éléphants d'Asie aux petites oreilles, et les deux tiers d'éléphants d'Afrique aux grandes oreilles.
Le nombre d'éléphants d'Asie est donc de $24 \div 3 = 8$ et le nombre d'éléphants d'Afrique, de $2 \times 8 = 16$.
Chaque éléphant, d'Asie ou d'Afrique, possède deux oreilles. Le nombre de grandes oreilles est donc égal à $16 \times 2 = 32$.

320 Éléphant (3)

Énigme

Marina, Isabelle et Caro visitent le zoo Lamarck.
Les éléphants d'Afrique, très nombreux, occupent une place de choix (et de poids).
Isabelle et Caro, par leur petite taille, ne voient hélas, chacune, qu'une partie du troupeau.
Isabelle (qui prend la trompe pour une patte) : « Comme c'est curieux, tous mes éléphants ont 5 pattes !
Caro (qui, de surcroît, prend aussi la queue pour une patte) : — Bizarre, tous les miens ont 6 pattes !
— Eh oui, un éléphant, ça trompe ! », conclut la grande Marina qui, elle, voit tout le troupeau qui ne se compose que des éléphants vus par les deux petites.
Je vais vous donner le nombre total de pattes de cet étrange troupeau et je vais vous demander sa composition.
Avec ce seul nombre, plusieurs réponses seraient possibles, mais je vous demande celle qui correspond exactement à ce troupeau, c'est-à-dire celle qui comprend le moins d'éléphants à six pattes.
Dans ce zoo, il y a 2 003 pattes d'éléphants.

Combien compte-t-il d'éléphants à 6 pattes ?

« Un éléphant, ça trompe ! », Grand concours scientifique Edouard Lucas, Seconde étape, mars 2003, Collégiens

Le texte est précis, aucun éléphant n'a 4 pattes.
2 003 pattes n'est pas un multiple de 5, ni un multiple de 6.
Puisque la réponse demandée correspond au minimum d'éléphants à 6 pattes, c'est bien de ceux-ci que proviennent les 3 pattes qui excèdent le plus grand multiple de 5 contenu dans 2 003.
Pour ces 3 éléphants-là nous avons donc $6 \times 3 = 18$ pattes et les 1 985 autres correspondent aux 397 éléphants à cinq pattes.

Il y a donc 3 éléphants à 6 pattes.

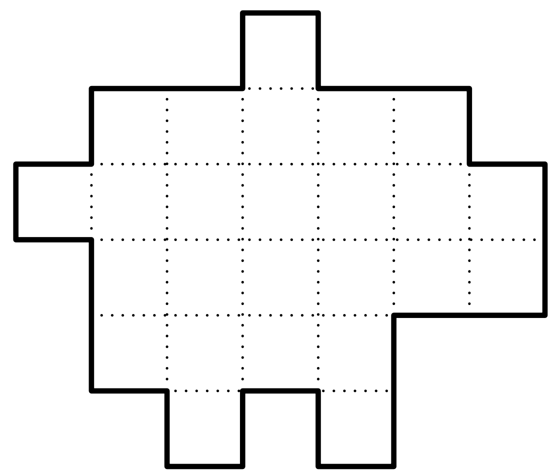
(Je contrôle bien que $2\,003 = 6 \times 3 + 5 \times 397$)

321 Éléphant (4)

Énigme

Léonie a assemblé des petits carrés.
Elle a ainsi obtenu la figure ci-dessous qui lui fait penser à un éléphant.

Partagez l'éléphant en cinq parties identiques.

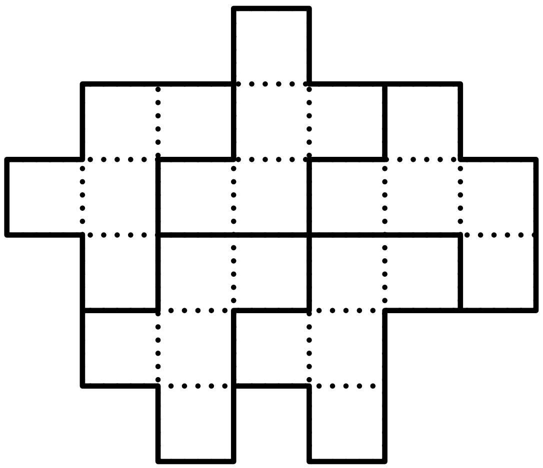


« Éléphant de Léonie », *Récréations géométriques*, Problème 43 B, Site Recreomath

L'éléphant est constitué de 25 petits carrés.

Chacune des cinq parties sera formée de cinq petits carrés.

Chaque partie est l'un des douze pentaminos existants.



(La pièce représentant une partie est appelée « F » dans la nomenclature usuelle des pentaminos)

322 Éléphant (5)

Énigme

Sur la planète Trompe, les jeunes éléphants sont mignons et passent leur temps à s'amuser.
Les adultes, eux, ont une faim insatiable d'acquérir des territoires
Le grand roi Trompe partage un de ses territoires en 56 terrains égaux.
Il assigne à un certain nombre de ses subalternes la tâche de protéger ses terrains.
Un éléphant É placé sur un terrain protège celui-ci et les quatre voisins A en diagonale comme dans l'exemple donné.

		A		A			
			É				
		A		A			

En outre, quatre éléphants diplômés peuvent au besoin protéger un sixième territoire voisin de leur poste.

Combien le grand roi doit-il poster d'éléphants au minimum pour que les 56 terrains de son territoire soient protégés ?

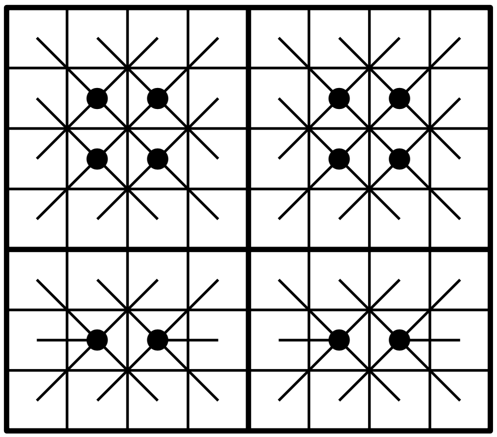
« Planète Trompe », `http://recreomath.qc.ca/`

Comme il y a 56 terrains et que la plupart des éléphants protègent cinq terrains, il est nécessaire d'avoir au moins 12 éléphants.

On peut partager le territoire en deux rectangles 3×4 et deux carrés 4×4.

Dans les rectangles 3×4, on place les éléphants diplômés, si bien que chaque terrain y est protégé.

Voici un exemple de disposition :



Le roi Trompe doit poster 12 éléphants au minimum pour que les 56 terrains de son territoire soient protégés.

323 Éléphant (6)

Énigme

Florida a une collection de 140 éléphants.
Ils sont disposés sur trois tablettes.
La tablette du milieu contient trois fois plus d'éléphants et 10 en plus que la tablette du haut.
La tablette du bas contient deux fois plus d'éléphants et 10 en moins que la tablette du milieu.

Combien y a-t-il d'éléphants par tablette ?

« Collection d'éléphants », `http://recreomath.qc.ca/`

S'il y a un éléphant sur la tablette A, il y aura 13 éléphants sur la B et 16 sur la C, soit un total de 30 éléphants.

S'il y a deux éléphants sur la A, il y aura 16 éléphants sur la B et 22 sur la C, soit un total de 40 éléphants.

Quand on augmente la A d'un éléphant, on augmente de trois de plus la B et de six la C : ce qui fait une augmentation de 10 éléphants.

Pour passer de 30 à 140 éléphants, on augmente d'un éléphant $(140 - 30) \div 10$ fois, soit 11 fois.

On doit avoir 12 éléphants sur la A, 46 sur la B et 82 sur la C.

324 Éléphant (7)

Énigme

Pour repeupler le parc national des éléphants d'Addo en Afrique du Sud, on doit y transporter 17 éléphants en surnombre depuis le parc Kruger.
Afin que le voyage soit rapide, ils vont être transportés en avion.

Sachant qu'un éléphant pèse 6 tonnes et que la charge limite autorisée de l'avion-cargo est de 15 tonnes, combien l'avion devra-t-il faire de trajets entre les deux parcs ?

Logicomaniac !, Le grand livre des défis logiques et mathématiques, Librairie Larousse

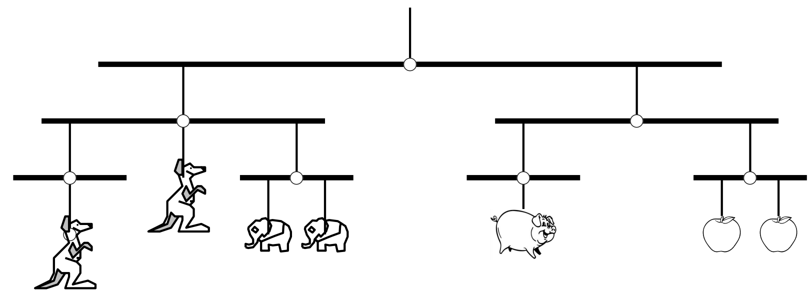
$15 \div 6 = 2,5$.
Comme on ne peut pas découper un éléphant en morceaux, un avion ne peut transporter à la fois que 2 éléphants (12 tonnes).
Comme $17 \div 2 = 8,5$, il faut 9 voyages aller.
Comme il faut penser au retour, il faut donc 17 trajets si l'avion n'a pas à revenir à son point de départ et 18 trajets sinon.

325 Éléphant (8)

Énigme

Ce mobile, pendu au plafond, est en équilibre.
Les objets identiques ont le même poids.
Une pomme pèse 30 g.

Combien pèse un éléphant ?
A) 10 g B) 20 g C) 30 g D) 40 g E) 50 g



« 10. 24. Le poids de l'éléphant », Série 10***,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **B**

Les objets identiques ont le même poids donc les deux pommes ensemble pèsent 60 g et, pour l'équilibre, le cochon pèse 60 g.
Ensemble, le cochon et les deux pommes pèsent donc 120 g.
Pour l'équilibre, les deux kangourous et les deux éléphants pèsent donc ensemble 120 g.
Mais un kangourou pèse autant que deux éléphants, donc deux kangourous pèsent comme quatre éléphants.
Et deux kangourous et deux éléphants pèsent comme six éléphants.
Six éléphants pèsent donc 120 g.
L'éléphant pèse 20 g.

326 Éléphant (9)

Énigme

Un dresseur met 40 minutes pour laver un éléphant ; son fils fait le même travail en 2 heures.

Combien de temps leur faudra-t-il en travaillant ensemble, pour laver 3 éléphants ?

« Laver les éléphants »,
100 questions de mathématiques en balade. . .,
Jean-Christophe Deledicq, ACL - Les Èditions du Kangourou

En une heure, le dresseur lave 1,5 h éléphant et son fils lave 0,5 h éléphant, soit 2 éléphants à eux deux.
Donc, pour laver 3 éléphants, il faut 1 h 30.

327 Éléphant (10)

Énigme

Mowgli met 40 minutes pour aller de chez lui à la plage à pied et revenir sur le dos d'un éléphant.
L'aller-retour sur le dos de l'éléphant ne lui prend que 32 minutes

Combien mettrait-il pour faire l'aller-retour à pied ?
(Les vitesses, à pied et à dos d'éléphant, sont supposées constantes.)
A) 24 minutes B) 42 minutes C) 46 minutes
D) 48 minutes E) 50 minutes

Kangourou des mathématiques, 2005, Benjamins, n° 2

Réponse **D**

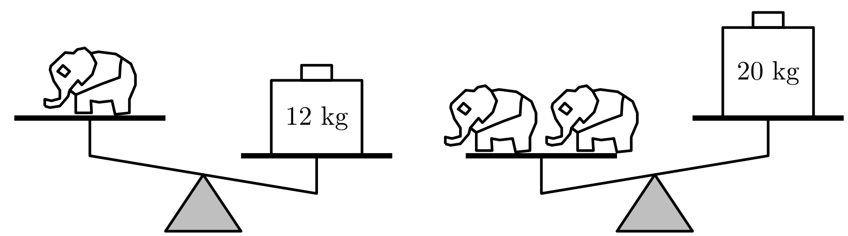
À vitesse constante, l'aller simple à dos d'éléphant dure la moitié de 32 soit 16 minutes.
$40 - 16 = 24$, le retour à pied dure 24 minutes.
Et l'aller-retour à pied durerait 2×24 minutes, soit 48 minutes.

328 Éléphant (11)

Énigme

Rayan a 2 éléphants en métal identiques.
Leur masse est un nombre entier de kilogrammes.
Les dessins montrent deux balances en déséquilibre.

Quelle est la masse d'un de ces éléphants ?
A) 7 kg B) 8 kg C) 9 kg D) 10 kg E) 11 kg



Kangourou des mathématiques, 2019, Sujet E, n° 11

Réponse **E**

Le premier dessin montre qu'un éléphant pèse moins de 12 kg.
Et le second dessin montre qu'un éléphant pèse plus de 10 kg.
Si la masse de l'éléphant est un nombre entier de kg, un éléphant ne peut donc peser que 11 kg.

329 Éléphant (12)

Énigme

Furax le petit éléphant a refusé de se déshabiller pour se peser chez le médecin.
Heureusement, sa maman avait prévu cette situation.
Ce matin, elle a noté le poids de ses affaires.
La balance a affiché : 3 tonnes, 4 quintaux, 53 kg et 210 g.
Le pull de Furax pèse 0,185 tonne, son short, 664 hg, ses baskets, 137,5 kg, son slip, 2 532 dag, son baladeur, 612 g et sa casquette, 985 000 cg.

Quel est le poids réel de Furax ?
Donne le résultat exact en kg.

Rappel : 1 tonne c'est 1 000 kg et 1 quintal, c'est 100 kg.

« Masse alors ! », *Concours Bombyx*, Quarts de finale, 5$^{\text{ème}}$, 2015

La balance a affiché : 3 453,21 kg.
Le pull de Furax pèse 185 kg, son short, 66,4 kg, ses baskets, 137,5 kg, son slip, 25,32 kg, son baladeur 0,612 kg et sa casquette 9,85 kg. Cela fait un total de 424,682 kg de vêtements et accessoires.
Le poids réel de Furax est de 3 028,528 kg.

330 Éléphant (13)

Énigme

L'éléphant a attrapé un gros rhume, il éternue et se mouche sans arrêt.
Il faut lui changer son mouchoir toutes les demi-heures.
Un mouchoir d'éléphant est un carré de 6 m de côté.

En imaginant que son rhume dure 8 jours, calculez, en hectares, ares et centiares, la surface totale des mouchoirs que l'éléphant va utiliser.

« Les mouchoirs de l'éléphant », *Arithmétique appliquée et pertinente*, Jean-Louis Fournier, Éditions Payot & Rivages, 1993

Nombre de demi-heures en 8 jours :
$24 \times 8 \times 2 = 384$

Aire d'un mouchoir d'éléphant :
$6 \times 6 = 36 \text{ m}^2$

Aire totale des mouchoirs :
$36 \times 384 = 13\,824 \text{ m}^2$

Soit 1 hectare 38 ares et 24 centiares.

331 Éléphant (14)

Énigme

Cinq éléphants ont pour moyenne d'âge 24 ans.
La moyenne des trois plus jeunes est 19 ; la moyenne des trois plus âgés est 28.

Quel âge a l'éléphant ayant l'âge médian ?
A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

Kangourou des mathématiques, Série S, 2022, n° 13

Réponse **B**

On désigne par a, b, c, d et e les âges des éléphants dans l'ordre croissant ($a < b < c < d < e$).

Puisque la moyenne des âges des cinq éléphants est 24, on a : $\dfrac{a+b+c+d+e}{5} = 24$.
Ce qui équivaut à $a+b+c+d+e = 120$.

Puisque la moyenne des âges des trois plus jeunes vaut 19, on a : $\dfrac{a+b+c}{3} = 19$.
Ce qui équivaut à $a+b+c = 57$.

Puisque la moyenne des âges des trois plus âgés vaut 28, on a : $\dfrac{c+d+e}{3} = 28$.
Ce qui équivaut à $c+d+e = 84$.

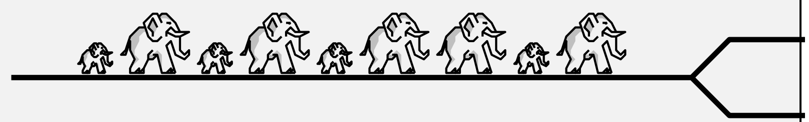
Ainsi, $(a+b+c)+(c+d+e) = 57+84 = 141$.
De plus, $(a+b+c)+(c+d+e) = a+b+c+c+d+e = (a+b+c+d+e)+c$.
Or $a+b+c+d+e = 120$.
Donc $120 + c = 141$.
Par conséquent, $c = 141 - 120 = 21$.

L'éléphant ayant l'âge médian a 21 ans.

332 Éléphant (15)

Énigme

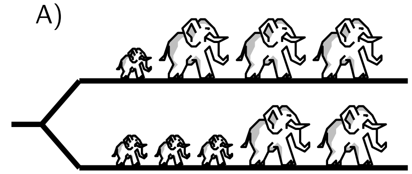
Cinq gros éléphants et quatre petits marchent à la queue leu leu, comme le montre le dessin.



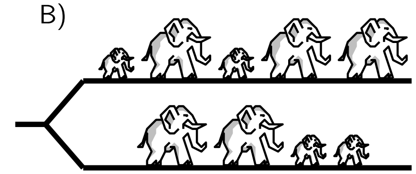
À la croisée des chemins, chacun part à gauche ou à droite.
Une des propositions ci-dessous montre ces neuf éléphants après leur passage.

Laquelle ?

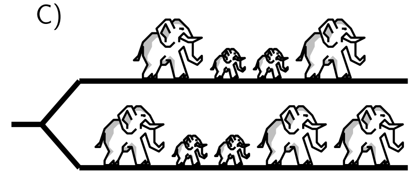
A)



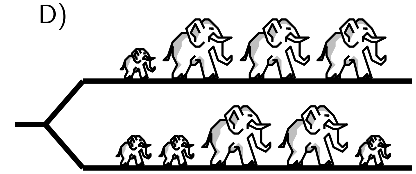
B)



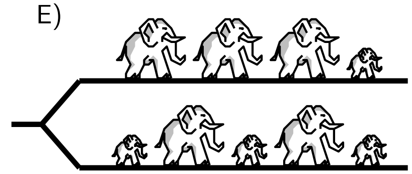
C)



D)



E)



Kangourou des mathématiques, Série B, 2022, n° 18

Réponse **D**

Le premier éléphant à partir à gauche ou à droite est grand.
Donc l'éléphant qui est le plus à droite sur le chemin « en haut » ou « en bas » est aussi grand.
Cela élimine la proposition E.

Le dernier éléphant à partir à gauche ou à droite est petit.
Donc l'éléphant qui est le plus à gauche sur le chemin « en haut » ou « en bas » est aussi petit.
Cela élimine la proposition C.

Le deuxième éléphant à partir à gauche ou à droite est petit.
Il se retrouve donc en deuxième position derrière un grand (s'il a pris le même chemin que celui-ci) ou en première position (s'il n'a pas pris le même chemin).
Cela élimine la proposition A.

En comparant le chemin « en haut » de la proposition B et le chemin de départ, on déduit que les trois derniers (petit – grand – petit) sont les mêmes.
Le quatrième depuis la fin est un grand et peut être allé aussi bien sur le chemin « en haut » ou le chemin « en bas ».
Mais le cinquième depuis la fin est un petit et devrait être devant ce quatrième grand.
Ce qui n'est le cas ni sur le chemin « en haut » ni sur le chemin « en bas ».
Cela élimine la proposition B.

Il reste donc la proposition D.

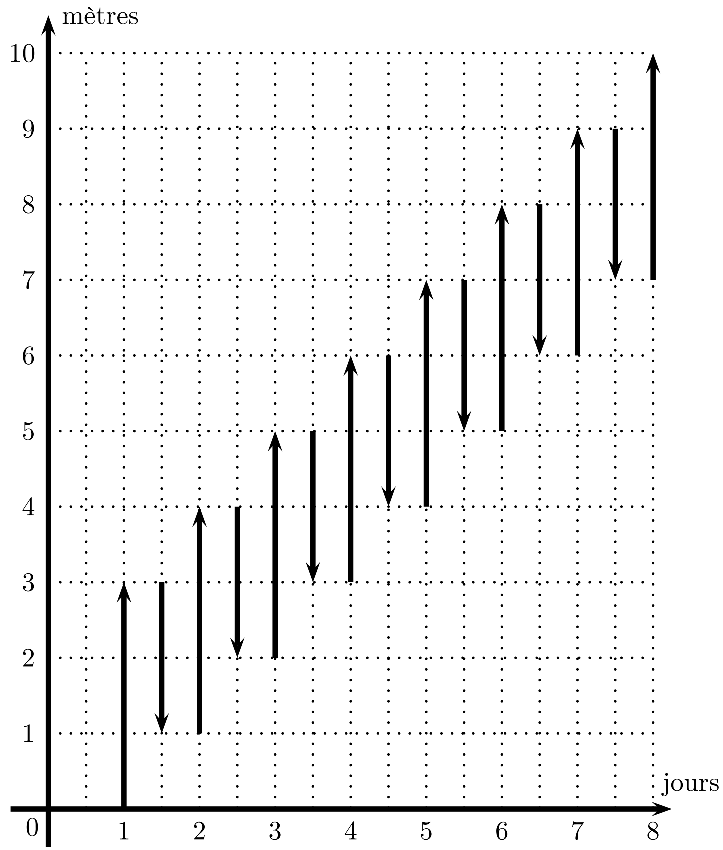
333 Escargot (1)

Énigme

Un escargot veut grimper au sommet d'un mur de 10 mètres de haut. Il se trouve qu'il se déplace d'une façon très particulière : pendant la journée il monte 3 mètres et durant la nuit il redescend de 2 mètres.

En partant de l'évidence qu'il débute son ascension un matin, combien de jours lui faudra-t-il pour accéder au sommet de ce mur ?

Il atteint le haut du mur au soir du huitième jour :



Version algébrique (x étant le nombre de jours) :

$x{\times}3{-}2{\times}(x{-}1) = 10 \iff 3\,x{-}2\,x{+}2 = 10 \iff x{+}2 = 10 \iff x = 8$

334 Escargot (2)

Énigme

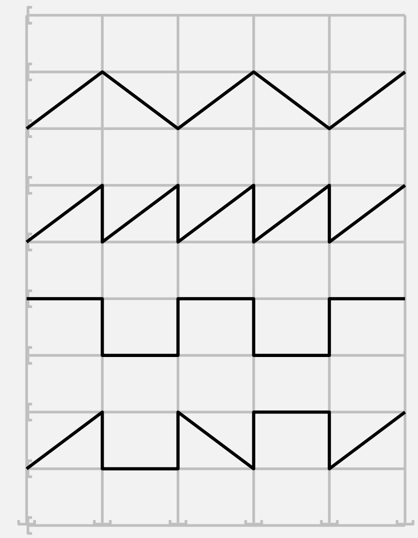
Quatre escargots ont traversé une route recouverte de pavés rectangulaires. Ils ont laissé les traces suivantes.

Tom a parcouru 25 dm :

Pom a parcouru 37 dm :

Pam a parcouru 32 dm :

Et voici le trajet de Tim :



Quelle est la longueur du trajet de Tim ?

Kangourou des mathématiques, 2004, Catégorie Benjamins, n° 15

Tom a parcouru 5 diagonales de rectangle soit 25 dm.
Une diagonale mesure $25 \div 5$ donc 5 dm.

Pom a parcouru en tout 37 dm dont 5 diagonales de rectangle, soit 25 dm, plus 4 largueurs de rectangle.
Donc 4 largeurs de rectangle mesurent $37 - 25$ donc 12 dm et une largeur mesure donc $12 \div 4$ donc 3 dm.

Pam a parcouru en tout 32 dm dont 4 largeurs de rectangle, soit 12 dm, plus 5 longueurs de rectangle.
5 longueurs de rectangle mesurent $32 - 12$ donc 20 dm et une longueur mesure $20 \div 4$ donc 4 dm.

Tim a parcouru 3 diagonales, 4 largeurs et 2 longueurs, soit :

$$(3 \times 5) + (4 \times 3) + (2 \times 4) = 15 + 12 + 8$$

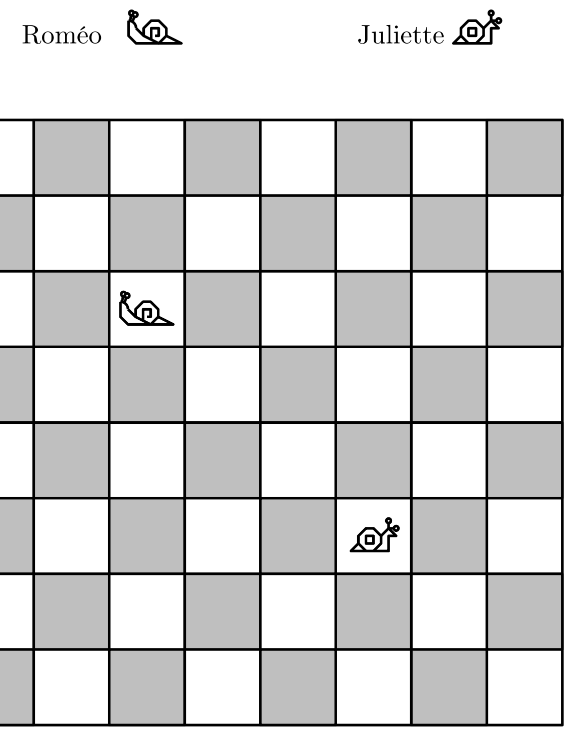
c'est-à-dire 35 dm.

335 Escargot (3)

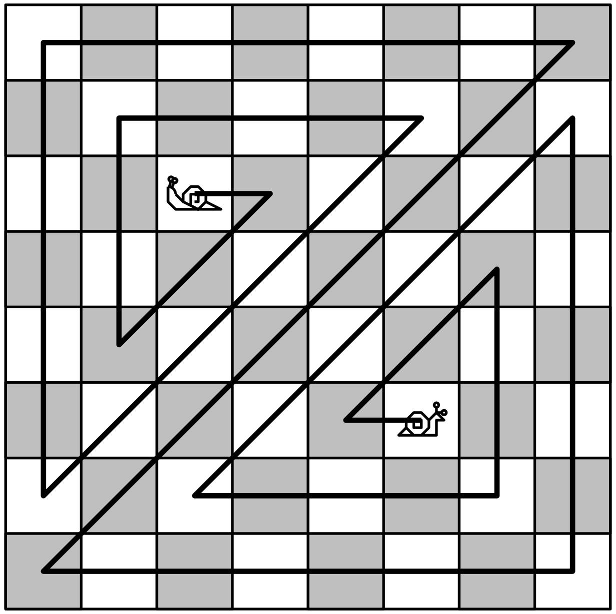
Énigme

Roméo et Juliette sont deux escargots.
Juliette est sur son balcon attendant l'arrivée de son amoureux, mais Roméo a été dîné et a oublié le numéro de la maison de Juliette.
Les carrés représentent soixante-quatre maisons et le soupirant amoureux les visite toutes, une et une fois seulement, avant de continuer de chercher sa bien-aimée.
Roméo peut avancer vers le haut, le bas, la gauche, la droite et en diagonale.

Déterminer le trajet qui lui demandera le moins de changements de direction.



« Romeo and Juliet », *The Canterbury Puzzles*, n° 70, H. E. Dudeney, 1907

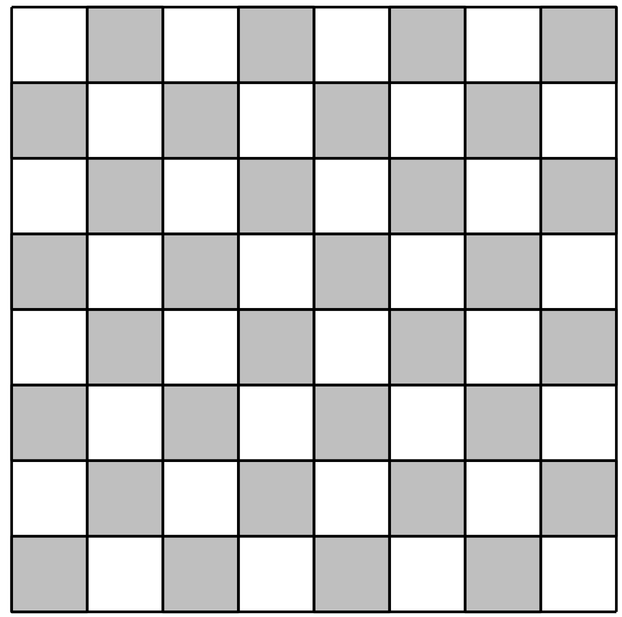


336 Escargot (4)

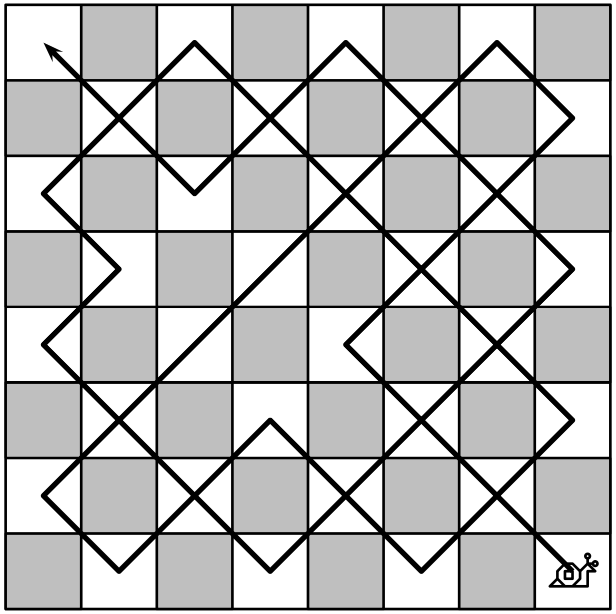
Énigme

Roméo est posé sur une case blanche ; il avance en diagonale (et ne traverse jamais de case noire).
Il peut traverser deux fois la même case mais ne peut pas passer deux fois par le même coin de la case.

Déterminer le trajet lui permettant de traverser toutes les cases blanches et lui demandant le moins de changements de direction.



« Romeo's Second Journey », *The Canterbury Puzzles*, H. E. Dudeney, 1907



337 Escargot (5)

Énigme

Une boîte contient 14 chocolats, 8 en forme d'escargot, les autres en forme de tortue.
7 chocolats sont noirs, les autres sont blancs.
Il y a exactement 2 tortues qui ne sont pas noires.

Combien y a-t-il d'escargots blancs ?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Réponse D.

Il y a $14 - 7 = 7$ chocolats blancs.

Comme il y a exactement 2 tortues qui ne sont pas noires et que les chocolats sont soit noirs soit blancs, alors il y a exactement 2 tortues qui sont blanches.

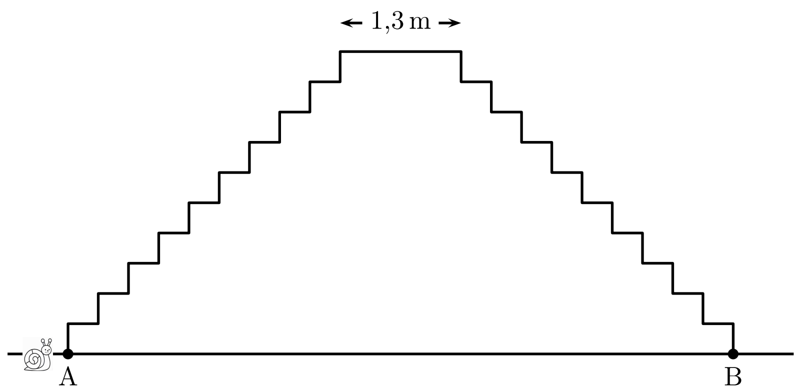
Il y a donc $7 - 2 = 5$ escargots blancs.

338 Escargot (6)

Énigme

Un escargot se trouve devant l'escalier de 10 marches, dessiné ci-dessous. Les marches de cet escalier sont aussi hautes que profondes. Après être monté et redescendu de l'autre côté (du point A au point B), il a parcouru 7 m.

À quelle hauteur du sol était-il en haut de l'escalier ?



« L'escargot grimpeur »,
Rallye mathématique de Nice, CM2-6$^{\text{ème}}$, 2006

Puisque l'escargot atteint le niveau le plus haut à la $10^{\text{ème}}$ marche et que les marches sont aussi hautes que profondes, il a parcouru $2 \times 10 - 1 = 19$ fois la hauteur d'une marche en montée.

Par conséquent, hors le déplacement horizontal sur le niveau le plus haut, il a parcouru $2 \times 19 = 38$ fois la hauteur d'une marche.

Or cette distance est aussi égale à $7 - 1,3$, soit 5,7 m.

Par conséquent, la longueur d'une marche est égale à $5,7 \div 38$, soit 0,15 m.

Le palier horizontal est à une distance du sol de 10 fois la longueur d'une marche, soit $0,15 \times 10 = 1,5$.

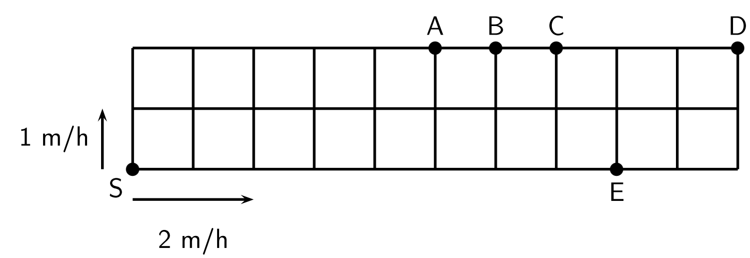
L'escargot se trouve à 1,50 m du sol quand il est en haut de l'escalier.

339 Escargot (7)

Énigme

Un jardin est partagé en carré d'un mètre de côté.
Deux escargots font le tour du jardin en partant du coin S dans des directions différentes (voir figure).
Le plus lent parcourt 1 mètre par heure, le plus rapide parcourt 2 mètres par heure.

En quel point les deux escargots se rencontreront-ils ?
A) A B) B C) C D) D E) E



Kangourou des mathématiques, Sujet C, 2018

Le périmètre du rectangle est égale à $2\times(10+2) = 24$ unités de longueur. Lorsqu'une heure est passée, les deux escargots ont avancé ensemble de $2 + 1 = 3$ unités de longueur.
Ils vont donc se rencontrer au bout de $24 \div 3 = 8$ heures.
Lorsque l'escargot le plus lent aura parcouru 8 unités de longueur, il sera au point B.

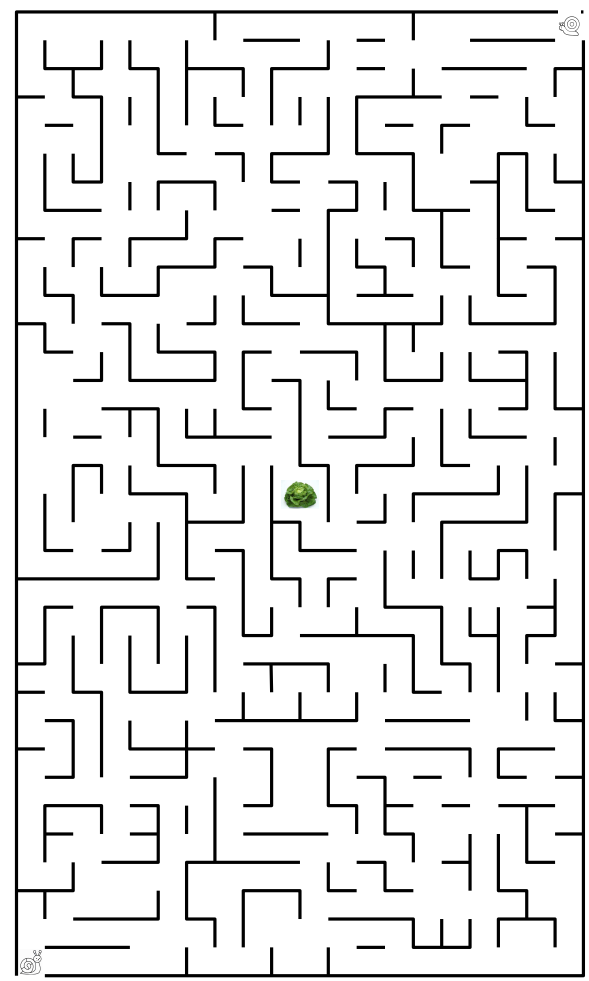
Réponse B

340 Escargot (8)

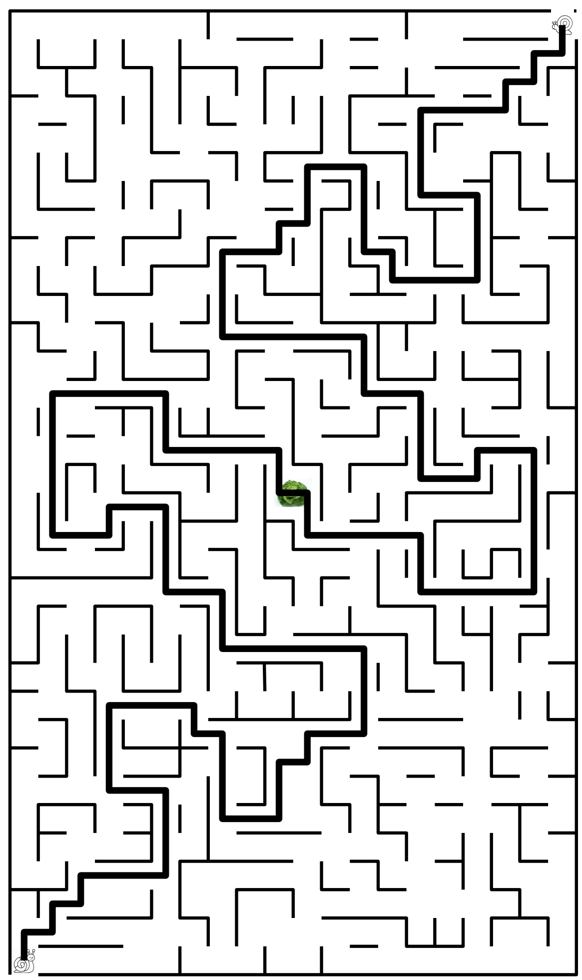
Énigme

Deux escargots amoureux se sont donné rendez-vous sous la feuille de salade, au centre de ce jardin-labyrinthe.
Pourront-ils se rencontrer ? Car à chaque fois que l'un des escargots grimpe d'une case, l'autre descend d'autant et à chaque fois que l'un se déplace à droite, l'autre se déplace à gauche et vice versa. . .

Sauriez-vous aider ce couple d'amoureux à se rejoindre ?



« La luxure », *Jeux & stratégie*, n° 3, Juin-Juillet 1980



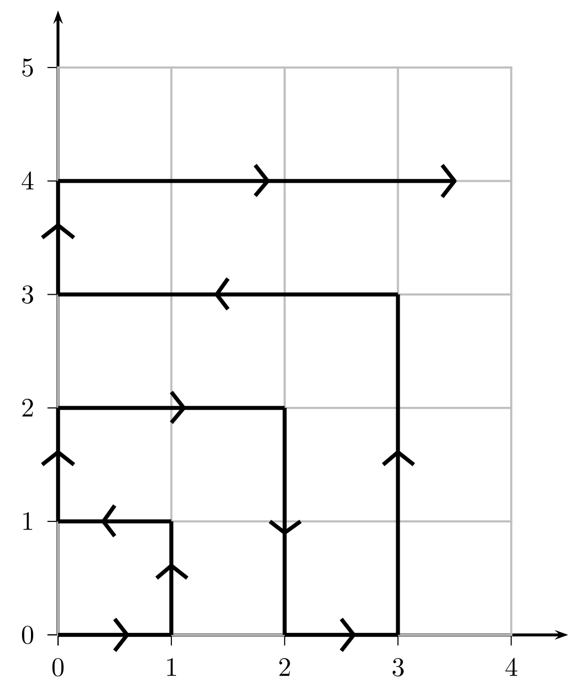
341 Escargot (9)

Énigme

Un escargot dressé se déplace dans le premier quadrant.
Partant de $(0\,;0)$, il va d'un point de coordonnées entières à un autre, comme montré sur la figure ci-dessous, en se déplaçant d'une unité parallèle à un des deux axes chaque minute.

Quelles sont les coordonnées du point atteint après deux heures de déplacement ?

A) $(10\,;0)$ B) $(1\,;11)$ C) $(10\,;11)$ D) $(2\,;10)$ E) $(11\,;11)$



Kangourou des mathématiques, Juniors, 2005, n° 23

Réponse **A**

Pour une valeur entière de n, il y a $2\,n+1$ points où soit $x = n$ soit $y = n$.

Après avoir parcouru tous les points de coordonnées entières $(x\,;y)$ où $0 \leqslant x \leqslant n$ et $0 \leqslant y \leqslant n$, on a donc parcouru
$\displaystyle\sum_{k\,=\,1}^{n} (2\,k+1) = n\,(n+2)$ points.

Si n est pair, on arrive au point de coordonnées $(n\,;0)$; si n est impair, on arrive au point de coordonnées $(0\,;n)$.

Après 2 heures de déplacements, l'escargot a parcouru 120 points (1 par minute), donc on trouve $n = 10$.

Il est donc arrivé en $(10\,;0)$.

342 Escargot (10)

Énigme

Hombeline a deux escargots, Dodo et Mimi.
Elle les place aux extrémités d'une planche de longueur 90 cm.
Dix minutes plus tard, Dodo a avancé de 20 cm vers Mimi et Mimi a avancé de 35 cm vers Dodo.

À quelle distance l'un de l'autre sont alors les escargots ?
A) 20 cm B) 25 cm C) 35 cm D) 45 cm E) 55 cm

Kangourou des mathématiques, 2014, Sujet E, n° 10

Réponse **C**

L'un des escargots ayant avancé de 20 cm et l'autre de 35 cm, ils se sont rapprochés de $20 + 35$, soit 55 cm.
La distance restant entre les deux escargots est $90 - 55$, soit 35 cm.

343 Escargot (11)

Énigme

Voici les temps obtenus par sept escargots à une course de rapidité : 47 minutes, une demi-heure, 35 minutes, vingt minutes, 25 minutes, une heure moins dix et 53 minutes.

Quel est le temps de l'escargot qui obtient la médaille de bronze ?

« 1. La course d'escargots », $18^{\text{ème}}$ Championnat des Jeux Mathématiques et logiques, Quarts de finale

On convertit toutes les durées en minutes, pour pouvoir les comparer :

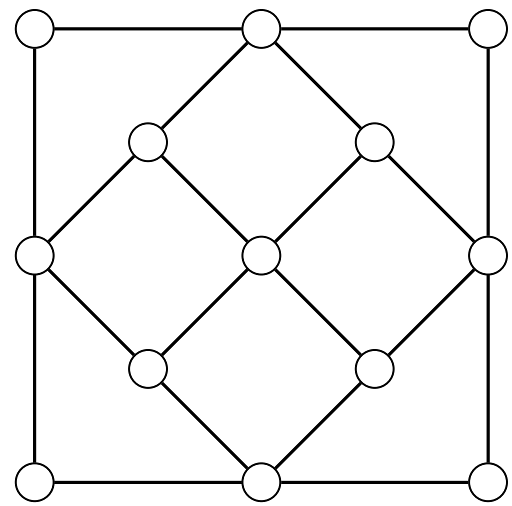
- 47 minutes
- 30 minutes
- 35 minutes
- 20 minutes
- 25 minutes
- 50 minutes
- 53 minutes

Le temps de l'escargot qui a obtenu la médaille de bronze est le troisième plus petit temps, soit 30 minutes (une demi-heure).

344 Faucon

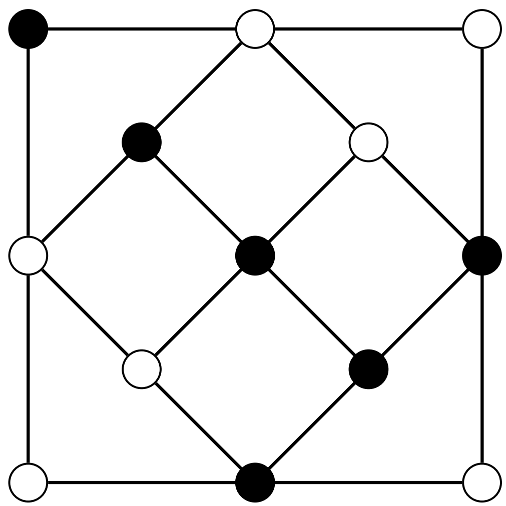
Énigme

Martin dresse son faucon.
Il dispose de treize endroits où il peut placer une proie, comme l'indique la figure ci-dessous.
Aide-le à placer six proies de manière à avoir toujours un nombre impair de proies sur chacun des alignements tracés.



D'après « Treillage », Rallye mathématique de l'IREM de Paris-Nord, 2002

Après quelques essais, on s'aperçoit que la contrainte « noircir 6 disques » rend nécessaire le coloriage de 3 disques sur une même ligne. Dès lors, il n'y a plus que 3 essais à tenter.
À une rotation près, on obtient la solution suivante.



345 Ferme (1)

Énigme

« Combien faut-il de tonnes d'avoine, de tas de foin, de sacs de grain, de son et de sainfoin pour nourrir à leur faim, un gros chien, deux poulains, trois petites oies, quatre poulettes, cinq cochons, six lapins, sept chats, huit vaches, neuf moutons, la fermière, son mari, leur fils et tous leurs amis picards, réunis, à leur table, ce midi ? »
Combien, combien, je ne sais !
Mais je peux vous dire que j'ai soigneusement compté dans cette charmante comptine de ma tendre jeunesse toutes les pattes des animaux de cette basse-cour.
Et que, curieusement, c'est le même nombre que celui des jambes de cette fermière, de son mari, de son fils et de ses amis !

Combien cette fermière, son mari et leur fils avaient-ils d'amis ?

« Combien, combien ? », Grand concours scientifique Edouard Lucas, Seconde étape du 18 mars 2006, Écoliers

Comptons nos quadrupèdes : 1 chien, 2 poulains, 5 cochons, 6 lapins, 7 chats, 8 vaches, 9 moutons ; cela fait 38 bêtes et donc 152 pattes.
Comptons nos bipèdes : 3 oies et 4 poulettes, voilà donc 7 bipèdes soit 14 pattes.
J'ai donc un total de 166 pattes.
La fermière, son mari et son fils, ces trois individus nous donnent un total de 6 jambes, et pour les amis de Geneviève, le nombre de jambes est donc de $166 - 6$, donc de 160.

Geneviève a donc 80 amis.

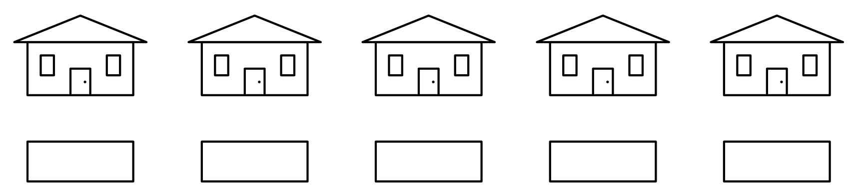
346 Ferme (2)

Énigme

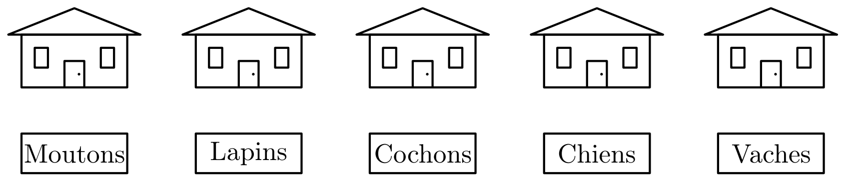
Dans cette ferme, il y a de cochons, des poules, des moutons, des chiens et des lapins.

Retrouve la maison de ces animaux en t'aidant des renseignements suivants.

- Les cochons habitent dans la maison du milieu.
- La maison des chiens est à droite de celle des cochons.
- Les vaches sont dans la maison la plus à droite.
- La maison des moutons est à gauche de celle des lapins.



Énigme déposée sur `http://www.jlsigrist.com/` en 2014.



Énigme déposée sur `http://www.jlsigrist.com/` en 2014.

347 Fourmi (1)

Énigme

Des fourmis se déplacent, en ligne droite, à la queue leu leu, à vitesse constante, en formant une colonne de 50 cm de long.
La dernière fourmi du groupe décide d'aller ravitailler la fourmi chef, et pour cela elle rejoint la tête de la colonne puis, sa mission étant accomplie, retourne aussitôt à la queue de la colonne.

Sachant que, pendant cet aller-retour, la vitesse de cette fourmi est restée constante et que la colonne a parcouru 50 cm, quelle est la distance parcourue par la fourmi ravitailleuse ?

« Les fourmis », Olympiades mathématiques de Première, 2002

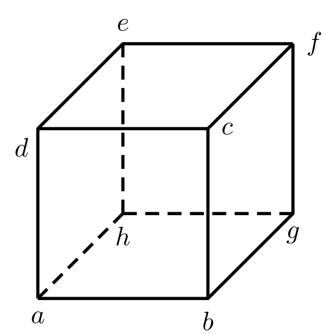
Soit v la vitesse de la colonie de fourmis en centimètres par seconde, V la vitesse de la fourmi, t_1 le temps aller de la fourmi en secondes et t_2 le temps retour.
La distance aller est $d_1 = V\,t_1 = v\,t_1 + 50$.
La distance retour est $d_2 = V\,t_2 = 50 - v\,t_2$.
On en déduit $t_1 = \dfrac{50}{V-v}$ et $t_2 = \dfrac{50}{V+v}$.
On a donc $50 = \dfrac{50}{V-v} + \dfrac{50}{V+v}$.
En posant $X = \dfrac{V}{v}$, on a : $X^2 - 2\,X - 1 = 0$.
D'où $V = (1+\sqrt{2})\,v$.
La distance parcourue est $50\,(1+\sqrt{2})$ cm.

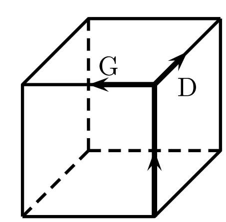
348 Fourmi (2)

Énigme

Une fourmi se déplace sur les arêtes d'un cube $abcdhgfe$ dessiné ci-dessous à gauche.
En arrivant à un sommet elle peut se déplacer vers l'arête à sa droite (D) ou vers l'arête à sa gauche (G) comme indiqué sur le schéma ci-dessous à droite.
Elle part de a, va vers b, puis s'oriente ainsi : D D G D D G G G.

En quel sommet est-elle arrivée ?





« Promenade de fourmi », Rallye mathématique sans frontières Midi-Pyrénées, Cycle 3, Manche 2, 2015

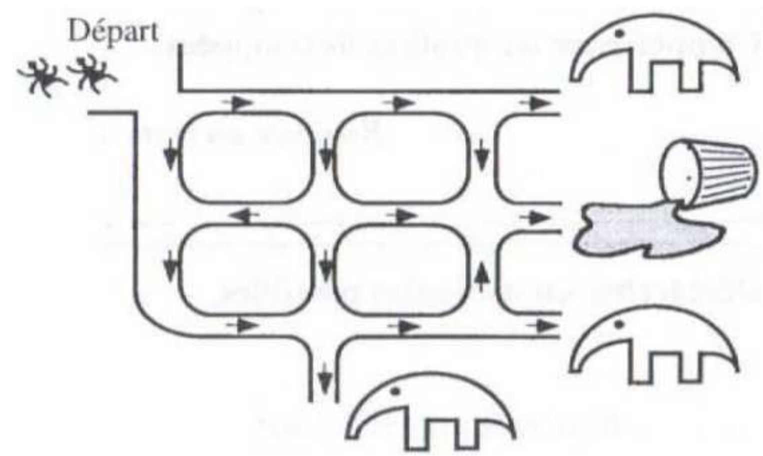
Elle arrive sur le sommet f, après le parcours $abgfcdahgf$.

349 Fourmi (3)

Énigme

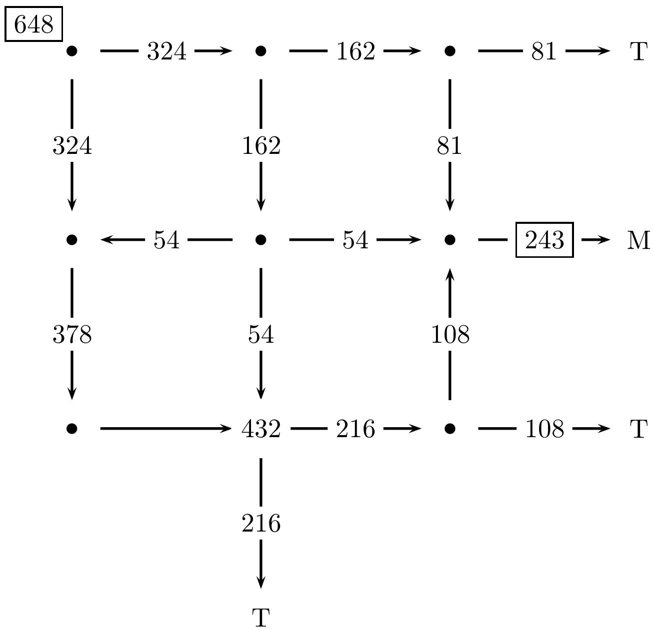
La reine des fourmis veut régler les problèmes de circulation dans la fourmilière.
Toutes les voies sont en sens unique et les fourmis doivent se répartir équitablement dans toutes les directions qui s'ouvrent à elles aux carrefours.
Malheureusement, trois des quatre sorties sont occupées par des tamanoirs très friands de fourmis !

Combien, parmi les 648 fourmis au départ, pourront goûter le miel ?



« La fourmilière », Rallye Mathématique Champagne-Ardenne, Finale, 1992

On complète petit à petit le dessin de la fourmilière avec les effectifs.



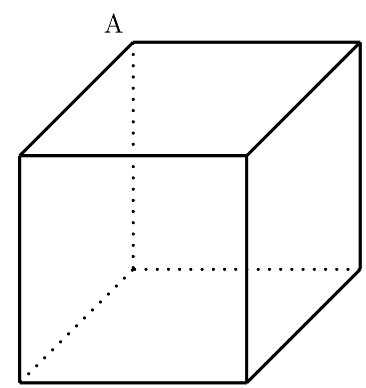
Parmi les 648 fourmis au départ, 243 pourront goûter le miel.

350 Fourmi (4)

Énigme

Une fourmi se promène sur les arêtes d'un cube de 1 cm de côté en commençant et en terminant au point A.

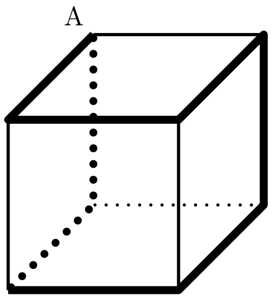
Si la fourmi ne repasse pas deux fois par le même endroit, quelle distance maximale peut-elle parcourir ?



« Calendrier mathématique 2016, Un défi quotidien », Énigme du mardi 20 septembre, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Un cube ne possédant que 8 sommets et la fourmi ne devant pas repasser deux fois par le même, son parcours ne peut dépasser 8 arêtes.

Or le chemin suivant passe le long de 8 arêtes pour retourner au point A :

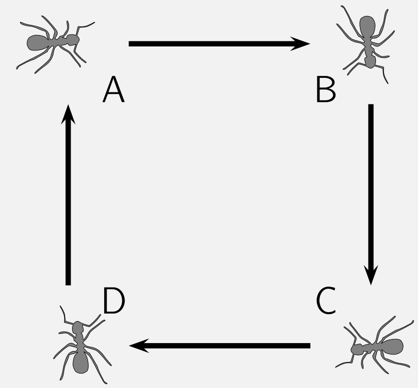


La distance maximale est ainsi de 8 cm.

351 Fourmi (5)

Énigme

Quatre fourmis, A, B, C, D, occupent les quatre sommets d'un carré de dix centimètres de côté.
A et C sont des fourmis mâles, B et D sont des fourmis femelles.
Simultanément, A se dirige vers B, B vers C, C vers D, et D vers A.
Si les quatre fourmis se déplacent à la même vitesse constante, elles vont décrire quatre spirales logarithmiques identiques qui vont concourir au centre du carré.



Quelle distance chaque fourmi parcourra-t-elle avant leur rencontre ?

D'après « Les fourmis amoureuses », énigme de Martin Gardner publiée dans *Tangente*, n° 136, Septembre-octobre 2010

À chaque instant, pour des raisons de symétrie, les quatre fourmis sont situées au sommet d'un carré. Le côté de ce carré diminue régulièrement tandis qu'il tourne, la direction du déplacement de chaque fourmi demeurant constamment perpendiculaire à celle de la fourmi vers laquelle elle se déplace. Chaque fourmi parcourra donc un morceau de spirale de longueur 10 cm, côté du carré initial.
Dans le repère mobile dont l'axe est la direction (AB) et dont le centre est la fourmi B, la fourmi A décrit un segment de droite de longueur 10 cm à la vitesse v. En effet, la composante de la vitesse sur (AB) a pour valeur v.
La convergence a donc lieu au bout d'un temps $t = 10/v$.
La distance parcourue par A dans le repère initial est donc $t\,v$, soit 10 cm.
Il en est ainsi de chaque fourmi qui parcourt un morceau de spirale de longueur 10 cm, côté du carré initial.

352 Fourmi (6)

Énigme

Une fourmi marche sur une droite graduée.
Elle commence à -2, se déplace jusqu'à -6, fait demi-tour et va jusqu'à 5.

Combien d'unités a-t-elle parcourues ?

« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du jeudi 24 août, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

La distance de -2 à -6 est $(-2)-(-6)=4$ unités.
La distance de -6 à 5 est $(-(-6)=11$ unités.
La fourmi a donc parcouru $4+11=15$ unités au total.

353 Fourmi (7)

Énigme

Laurie pose une fourmi sur la case 1 de la grille.
Cette fourmi se déplace en deux mouvements qui se font en alternance.
Le premier mouvement est un pas horizontalement ou verticalement.
Le deuxième est un pas en diagonale.
Un exemple est donné ci-dessous.

		1	3	5
		2	4	6
		8	7	

Placez la fourmi dans la case du coin supérieur gauche.

Trouvez un chemin qui lui permet d'atteindre au moins 12 cases.

« Fourmi en forme », `http://www.charleries.net/`

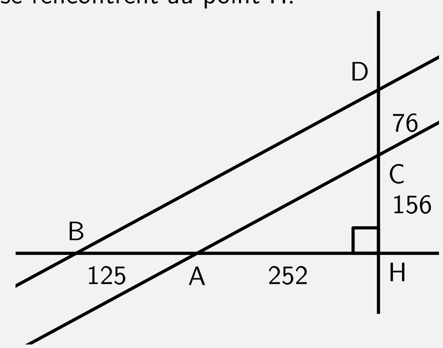
Une marche possible est :

1	7	8		12
2	5	6	9	11
4	3		10	

354 Fourmi (8)

Énigme

Deux fourmis se rencontrent au point H.



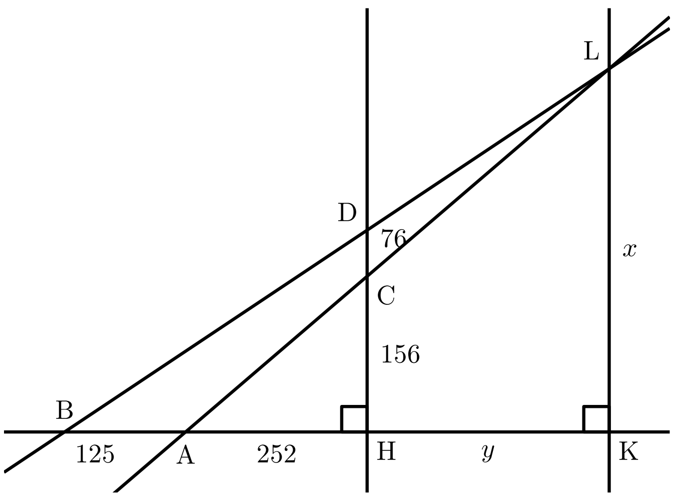
1ère fourmi : « De B à A il y a 125 unités (de longueur fourmi), et de A à H, il y en a 252.
2nde fourmi : — De D à C il y a 76 unités, et de C à H, il y en a 156. De plus, (AB) est perpendiculaire à (CD).
1ère fourmi : — (BD) et (AC) semblent parallèles.
2nde fourmi : — Certainement pas, car l'entrée de ma fourmilière se trouve à l'intersection de ces deux pistes !
1ère fourmi : — Je me suis trompée, mais ta fourmilière doit être bien loin. . . »

Calculez la distance à vol d'oiseau de la fourmilière de la seconde fourmi à la piste (AB). On donnera la réponse en unités-fourmi.

« Les fourmis géomètres », 13ème championnat international des jeux mathématiques et logiques, Finale internationale, 1999

Les droites (BD) et (AC) ne sont pas sécantes car
$\frac{AH}{BH} = \frac{252}{377} \neq \frac{156}{232} = \frac{CH}{DH}$.

Désignons par L leur point d'intersection, par K le projeté orthogonal de L sur (AB), par x la longueur KL et par y la longueur HK.



Les triangles BKL et BDH sont semblables.
On a donc $\frac{KL}{DH} = \frac{BK}{BH}$, soit $\frac{x}{232} = \frac{y+377}{377}$.

De même, les triangles AKL et ACH sont semblables, d'où $\frac{KL}{CH} = \frac{AK}{AH}$, soit $\frac{x}{156} = \frac{y+252}{252}$.

On obtient donc un système d'équations qui peut s'écrire :

$$\begin{cases} 377\,x - 232\,y = 232 \times 377 \\ 252\,x - 156\,y = 156 \times 252 \end{cases}$$

Ce système a pour solutions $x = 13\,000$ et $y = 20\,748$.

La distance à vol d'oiseau de la fourmilière à la seconde fourmi à la piste (AB) est donc égale à 13 000 unités-fourmi.

355 Fourmi (9)

Énigme

Dans la forêt amazonienne, un aventurier a découvert une bien étrange colonie de fourmis.
Il a appelé cette variété de fourmis les Bellicus-Carrus ; voici pourquoi : lorsque ces fourmis attaquent une autre colonie, elles forment un escadron de combat.
Un escadron de Bellicus-Carrus est toujours composé de fourmis disposées en carré.
La reine des Bellicus-Carrus, particulièrement belliqueuse, décide d'attaquer une colonie voisine très puissante.
Sa stratégie consiste à réunir les escadrons A et B pour former un escadron C.
Cet escadron subit une lourde défaite, seule la dernière rangée reste en vie !
Avec les fourmis survivantes, la reine forme un escadron D qu'elle préfère subdiviser en deux escadrons E et F qu'elle envoie au combat.
À nouveau, seule la dernière rangée de E et la dernière rangée de F échappent au massacre.
Il reste alors 23 fourmis.

Combien y avait-il de fourmis dans l'escadron C ?

« Fourmi-diable », Rallye mathématique d'Aquitaine, Mars 2005

a, b, c, d, e et f désignent les nombres de rangées respectifs des escadrons A, B, C, D, E et F. Ce sont évidemment des nombres entiers naturels.

Ainsi, par exemple, l'escadron C comporte au total c^2 fourmis.

On peut écrire grâce à la stratégie de la reine :

- $c^2 = a^2 + b^2$ (l'escadron C est formé des escadrons A et B)
- $d^2 = c$ (la dernière rangée de l'escadron C forme un escadron D)
- $d^2 = e^2 + f^2$ (l'escadron D forme deux escadrons E et F) et par conséquent, $d = \sqrt{e^2 + f^2}$
- $e + f = 23$ (la dernière rangée des escadrons E et F survivent, soit 23 fourmis)

Il suffit d'étudier chaque possibilité pour e et f.

e	f	e^2	f^2	e^2+f^2	carré ?	d	$c = d^2$	c^2
1	22	1	484	485	non			
2	21	4	441	445	non			
3	20	9	400	409	non			
4	19	16	361	377	non			
5	18	25	324	349	non			
6	17	36	289	325	non			
7	16	49	256	305	non			
8	15	64	225	289	oui	17	289	83 521
9	14	81	196	277	non			
10	13	100	169	269	non			
11	12	121	144	265	non			

La seule possibilité est donc 83 521 fourmis pour l'escadron C.

356 Fourmi (10)

Énigme

Une jeune fourmi part de sa fourmilière pour aller en vacances chez sa cousine la cigale.
Elle doit parcourir 120 pieds pour arriver à la maison de la cigale.
Sa cousine la cigale vient à sa rencontre pour la chercher.
La fourmi commence le voyage sur ses pattes et le termine sur le dos de la cigale.
La fourmi parcourt 10 pieds par jour, la cigale 20 pieds par jour.

Au bout de combien de jours la fourmi arrivera-t-elle à la maison de sa cousine la cigale ?

Remarques :

- 1 pied est une ancienne unité de mesure.
- La cigale, même avec sa cousine sur le dos, parcourt 20 pieds par jour !

« La cigale et la fourmi », Rallye mathématique de l'Allier, Deuxième manche, 2009-2010

La fourmi est deux fois moins rapide que la cigale.

Lorsqu'elles se rencontrent, elle aura parcouru un tiers du trajet (40 pieds) et la fourmi les deux tiers (80 pieds).

Il faut donc 4 jours pour qu'elles se rencontrent.

Le reste du trajet se fait à la vitesse de la cigale et il y a 80 pieds à parcourir.

Il faut encore 4 jours.

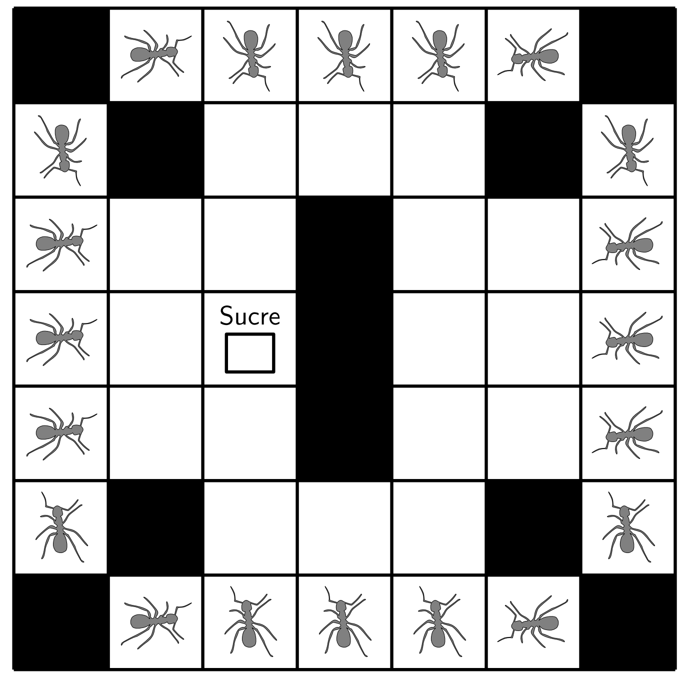
Il faudra donc 8 jours en tout.

357 Fourmi (11)

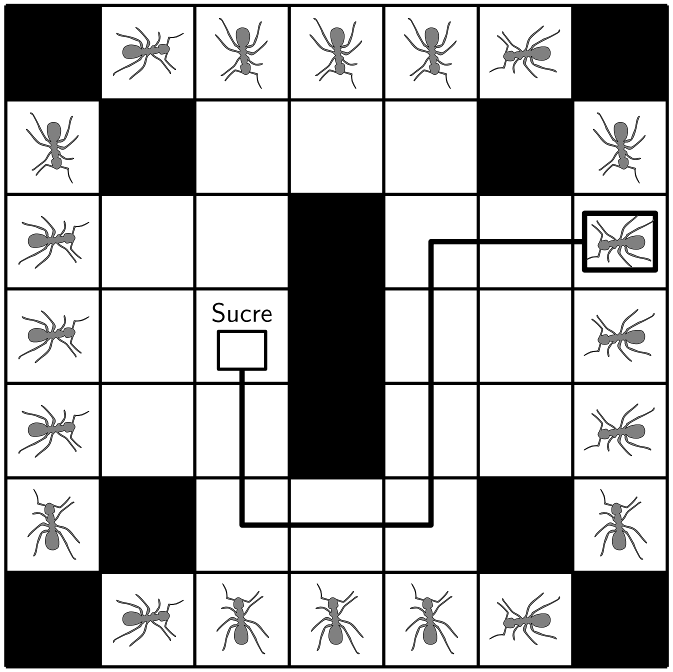
Énigme

Les fourmis aiment le sucre. Elles ne se déplacent que sur les carreaux blancs du carrelage.
L'une d'entre elles avance de 2 carreaux puis elle se dirige sur sa gauche de 3 carreaux.
Elle repart sur sa droite de 2 carreaux.
En se déplaçant encore de 2 carreaux sur sa droite, elle atteint le sucre.

Trace le déplacement de cette fourmi.



« La fourmi gourmande », Rallye mathématique sans frontière, CM2-6ème, Découverte, 2009



358 Fourmi (12)

Énigme

Prenez chacun des douze mots de cette liste dans la grille 9×12, un par rangée, de manière à ne pas avoir dans chaque colonne deux lettres identiques.
La première lettre n'est pas obligatoirement placée dans la première case mais les six lettres d'un même mot doivent être contenues, dans le même ordre, dans six cases contiguës d'une même ligne.

FOURMI									
CITRON									
RIDEAU									
STYLET									
YAOURT									
ENFANT									
SIGNAL									
VOLUTE									
GLACON									
GUIDON									
ARPEGE									
ARONDE									

« À chacun sa place », *Pour le plaisir de se casser la tête !*, L. Thépault, Éd. Dunod, 2003

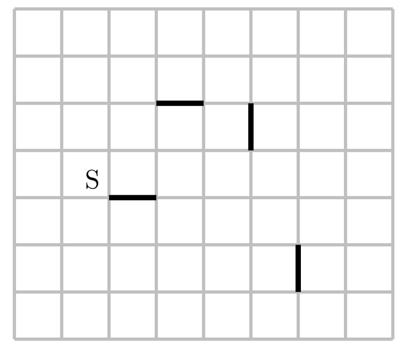
F	O	U	R	M	I			
	C	I	T	R	O	N		
R	I	D	E	A	U			
			S	T	Y	L	E	T
	Y	A	O	U	R	T		
E	N	F	A	N	T			
		S	I	G	N	A	L	
			V	O	L	U	T	E
			G	L	A	C	O	N
		G	U	I	D	O	N	
	A	R	P	E	G	E		
A	R	O	N	D	E			

359 Fourmi (13)

Énigme

Une fourmi marche le long des lignes du quadrillage.
Elle part du point S et y termine sa marche.
Il n'y a pas d'autre point où elle est passée deux fois.
Elle a laissé la trace de son passage sur certains segments (en noir sur le dessin).

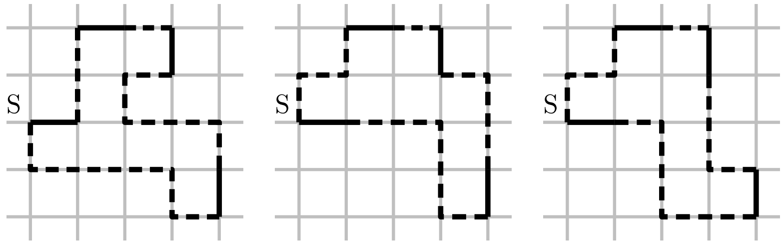
Quel est le nombre minimal de carrés à l'intérieur du trajet suivi par la fourmi ?
A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 13



Concours Kangourou des mathématiques,« Épreuve Benjamins », 2010

Réponse **A**

Parmi les réponses proposées, 8 est la plus petite et on peut trouver un trajet correspondant à 8 carrés, par exemple ceux ci-dessous.

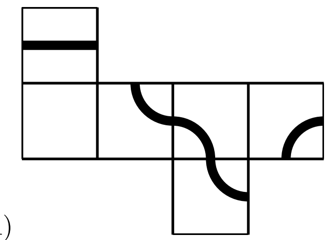


360 Fourmi (14)

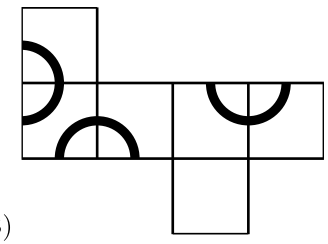
Énigme

Une fourmi marche le long d'une ligne dessinée sur les faces d'un cube et retourne à son point de départ.

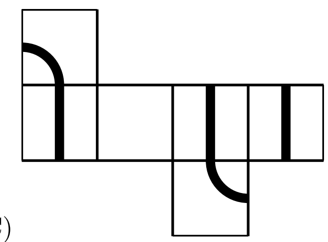
Lequel de ces cinq patrons de cube permet cette promenade ?



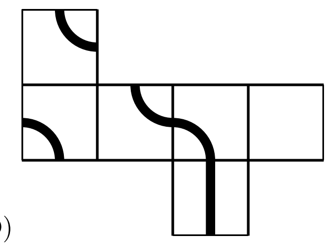
A)



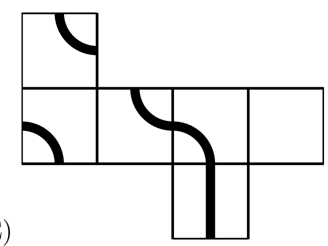
B)



C)



D)

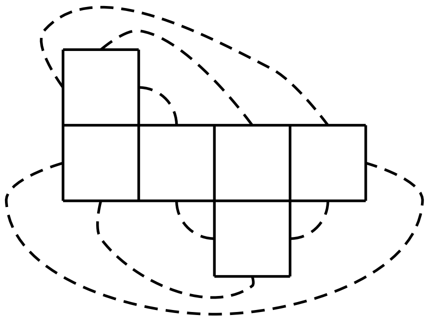


E)

Concours Kangourou des mathématiques, 2019, Sujet C

Réponse **E**

Une fois le cube formé, les arêtes du patron se recollent comme indiqué ci-dessous.



Et, parmi les patrons proposés, seul le E donne un cube où la ligne dessinée est un circuit fermé permettant une promenade où l'on revient à son point de départ. Les autres patrons donnent une ou deux lignes qui ne se referment pas.

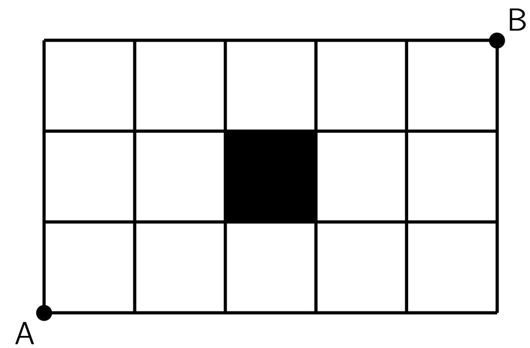
361 Fourmi (15)

Énigme

Une fourmi doit suivre les joints d'un carrelage pour aller de A à B en évitant de suivre un côté du carreau noir.

Entre combien de plus courts chemin a-t-elle le choix ?

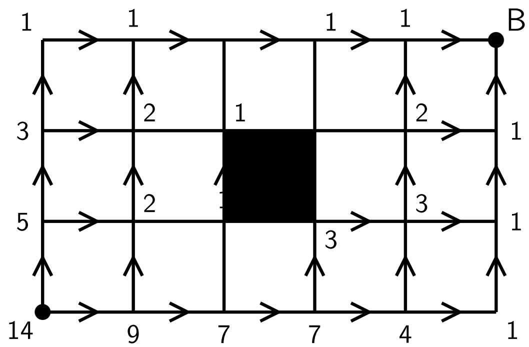
A) 8 B) 10 C) 14 D) 17 E) 20



Concours Kangourou, Épreuve Benjamins, 1994, n° 30

Réponse **C**

En partant de B à reculons, on peut marquer successivement le nombre de plus courts chemins allant d'un sommet à B.
Cela donne :



362 Fourmi (16)

Énigme

Les fourmis Adeline, Bérénice et Clotilde comptent les grains de blé qu'elles ont apportés dans la fourmilière.
Clotilde et Bérénice ont apporté le même nombre de grains de blé.
Clotilde en a apporté 7 de plus qu'Adeline.
À Bérénice, il manque 5 grains pour avoir le double du nombre de grains apportés par Adeline.

Combien de grains de blé chaque fourmi a-t-elle apportés ?

« 9. Les trois fourmis », 27ème Rallye mathématique transalpin, Épreuve II, Cat. 5, 6, 7, Mars-avril 2019

Méthode 1

On note A le nombre de grains apportés par Adeline.
Bérénice en a $2\,A-5$ et Clotilde, $A+7$.
On compare les deux dernières expressions des nombres de grains de Bérénice et de Clotilde.
On a donc $2\,A-5=A+7$.
D'où $A=12$.
Par conséquent, $B=2\times 12-5=19$ et $C=12+7=19$.

Méthode 2

On procède à des tentatives systématiques en tenant compte du fait que les grains d'Adeline ne peuvent pas être inférieurs à 3.
Par exemple, si les grains collectés par Adeline étaient au nombre de 7, Bérénice en aurait 9 ($=7\times2-5$), et Clotilde 14 ($=7+7$), mais $9\neq 14$ et donc 7 n'est pas le bon nombre. On recommence ainsi jusqu'à constater que si Adeline ramène 12 grains, Bérénice en recueille 19 ($=12\times2-5$), et Clotilde aussi ($=12+7$).

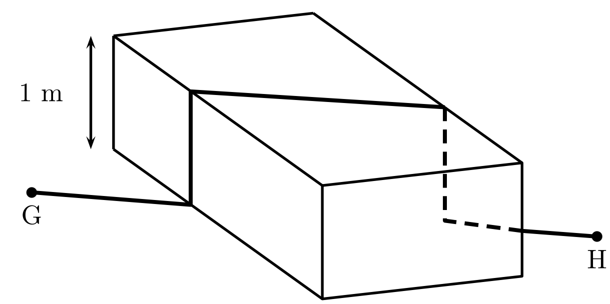
Adeline a rapporté 12 grains, Bérénice, 19 et Clotilde, 19.

363 Fourmi (17)

Énigme

Une fourmi marche chaque jour d'un point G à un point H, distants de 5 m.
Un jour, des humains placent un obstacle (de 1 mètre de hauteur) qui l'oblige à monter et descendre verticalement (voir figure).

Quelle est alors la longueur de son parcours ?
A) 6 m B) $5+\sqrt{2}$ m C) 7 m D) $6+\sqrt{2}$ m
E) cela dépend de l'angle choisi pour poser l'obstacle



Kangourou des mathématiques, 2020, Sujet S, n° 2

Réponse C

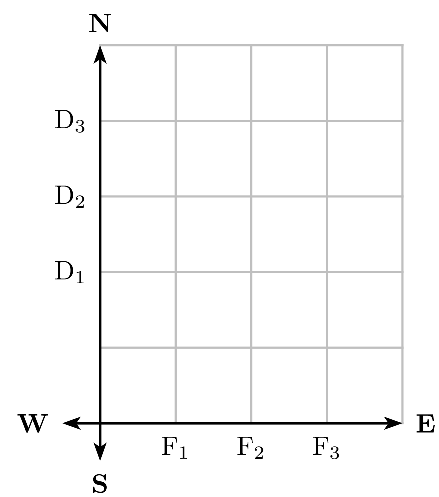
Horizontalement, la distance parcourue est égale à GH, soit 5 m.
Il s'y ajoute les 2 m parcourus verticalement.
Et $5 + 2 = 7$.

364 Fourmi (18)

Énigme

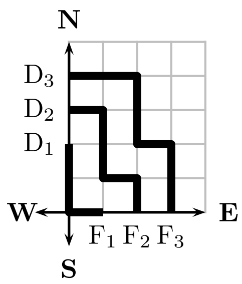
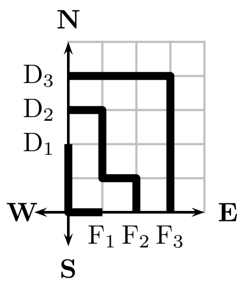
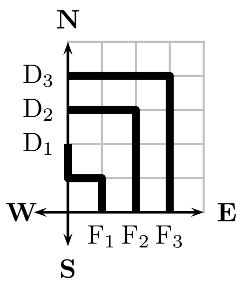
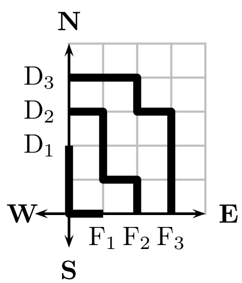
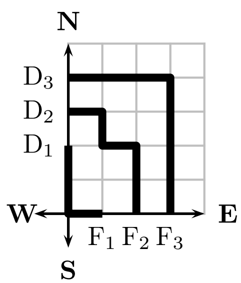
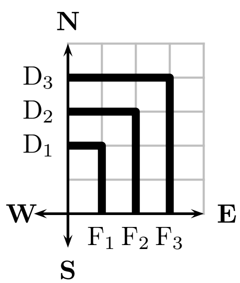
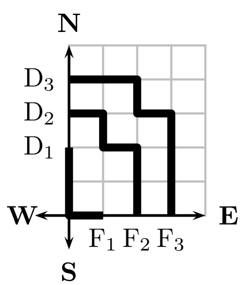
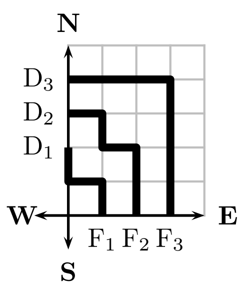
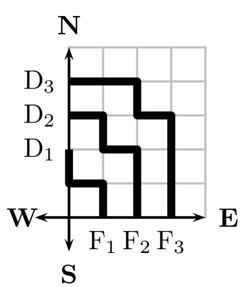
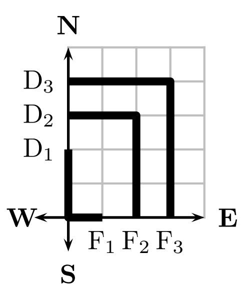
Trois fourmis sont positionnées sur le plan en D1 (0, 2), D2 (0, 3) et D3 (0, 4).
Chaque fourmi se déplace à coups de pas entiers de longueur 1 et ne peut faire des pas que vers l'est (E) ou vers le sud (S) (aucun pas vers le nord ou vers l'ouest).
La fourmi en position D1 doit se rendre au point F1 (1, 0), celle en position D2 au point F2 (2, 0) et celle en position D3 au point F3 (3, 0).

Si les chemins des trois fourmis ne peuvent se toucher en aucun point commun, alors de combien de façons peuvent-elles se rendre du point de départ au point d'arrivée ?



« 4. Les fourmis », Concours de l'Association Mathématique du Québec, Ordre secondaire, 2018

Il y a 10 solutions :

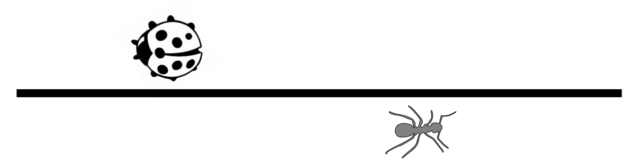
365 Fourmi (19)

Énigme

Fifi la fourmi est partie de l'extrémité gauche et a parcouru les 2/3 du bout de bois.
Coco la coccinelle est partie de l'extrémité droite et a parcouru les 3/4 du bout de bois.

Quelle fraction du bout de bois sépare alors Fifi de Coco ?

A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{5}{7}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{12}$



Kangourou des mathématiques, 2017, Sujet C, n° 11

Réponse **E**

Il reste $\dfrac{1}{3}$, soit $\dfrac{4}{12}$, du bout de bois à parcourir pour Fifi.
Coco a parcouru les $\dfrac{3}{4}$, soit $\dfrac{9}{12}$, du bout de bois.
$\dfrac{5}{12}$ de bout de bois les séparent donc.

366 Fourmi (20)

Énigme

Une colonie de 2 007 fourmis entreprend de rejoindre une fourmilière amie située à 15 kilomètres.
Au départ les 2 007 fourmis ont mangé ce qui leur permet de faire 4 km.
Chacune porte de quoi manger une nouvelle fois.
Si au bout de 4 km, une fourmi ne mange pas, elle meurt mais juste avant de mourir elle pond un œuf qui permet de nourrir une de ses consœurs !

Si les fourmis s'organisent au mieux, et que certaines d'entre elles acceptent de se sacrifier pour les autres, combien des 2 007 fourmis parviendront à la fourmilière située à 15 kilomètres ?

« 2. Une colonie de fourmis », *Concours Bombyx*, Quarts de finale, 3$^{\text{ème}}$ dérogatoire et 3$^{\text{ème}}$ DP6, 2007

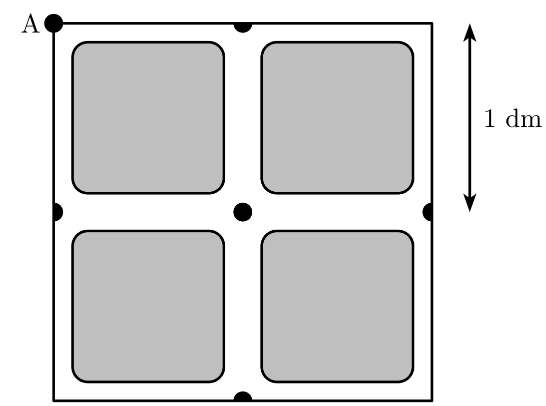
Au bout de 4 km, les fourmis mangent ce qu'elles portaient.
4 km plus loin, « la moitié » (1 004) meurent après avoir pondu un œuf : les 1 003 autres fourmis mangent chacune un œuf et marchent sur 4 km. La « moitié » (502) meurent après avoir pondu un œuf : les 501 autres mangent puis font les 3 km restants.
En s'organisant au mieux, 501 fourmis parviendront à la fourmilière située à 15 kilomètres.

367 Fourmi (21)

Énigme

Une fourmi se déplace en partant de A dans le labyrinthe représenté ci-dessous.
Elle peut passer plusieurs fois par le même carrefour, mais elle ne doit pas emprunter plus d'une fois le même couloir.
Elle ne revient pas obligatoirement au point A.

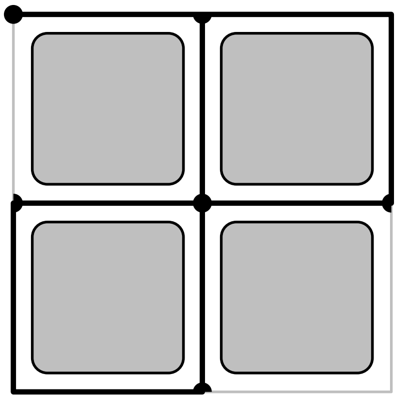
Quelle distance parcourra-t-elle, au maximum ?



« 2. La fourmi », 24ème Championnat des Jeux Mathématiques et logiques, Demi-finale, 2010

Elle parcourra au maximum 9 dm.

Un exemple de parcours est donné ci-dessous :



368 Fourmi (22)

Énigme

Mimi a dressé 45 fourmis pour qu'elles dorment en cohortes.
S'il y a N fourmis dans une première rangée, il y en a $N+1$ dans une deuxième rangée, $N+2$ dans une troisième rangée et ainsi de suite.
Le nombre de rangées doit être différent d'une nuit à l'autre.
Le premier soir, Mimi place les fourmis en neuf rangées de 1 à 9 fourmis : c'est une première cohorte.

En tout, combien de cohortes différentes Mimi pourra-t-elle former ?

« 90. Cohortes de fourmis », `http://www.charleries.net/`

- Deux rangées : $N + N + 1 = 45$
ce qui équivaut à $2\,N + 1 = 45$, ou encore à $N = 22$.
On peut avoir deux rangées formées de 22 et 23 fourmis.
- Trois rangées : $N + N + 1 + N + 2 = 45$
ce qui équivaut à $3\,N + 3 = 45$, ou encore à $N = 14$.
On peut avoir trois rangées formées de 14, 15 et 16 fourmis.
- Quatre rangées : $N + N + 1 + N + 2 + N + 3 = 45$
ce qui équivaut à $4\,N + 6 = 45$, ou encore à $N = 39/4$.
Cette configuration est impossible.
- Cinq rangées : $N + N + 1 + \cdots + N + 4 = 45$
ce qui équivaut à $5\,N + 10 = 45$, ou encore à $N = 7$.
On peut avoir cinq rangées formées de 7, 8, 9, 10 et 11 fourmis.
- Six rangées : $N + N + 1 + \cdots + N + 5 = 45$
ce qui équivaut à $6\,N + 15 = 45$, ou encore à $N = 5$.
On peut avoir six rangées formées de 5, 6, 7, 8, 9 et 10 fourmis.
- Sept rangées : $N + N + 1 + \cdots + N + 6 = 45$
ce qui équivaut à $7\,N + 21 = 45$, ou encore à $N = 24/7$.
Cette configuration est impossible.
- Huit rangées : $N + N + 1 + \cdots + N + 7 = 45$
ce qui équivaut à $8\,N + 28 = 45$, ou encore à $N = 17/8$.
Cette configuration est impossible.
- Neuf rangées : $N + N + 1 + \cdots + N + 8 = 45$
ce qui équivaut à $9\,N + 36 = 45$, ou encore à $N = 1$.
On peut avoir neuf rangées formées de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 fourmis.

On a la cohorte donnée.
Les fourmis pourront former des cohortes différentes pendant cinq nuits (correspondant à 2, 3, 5, 6 et 9 rangées).

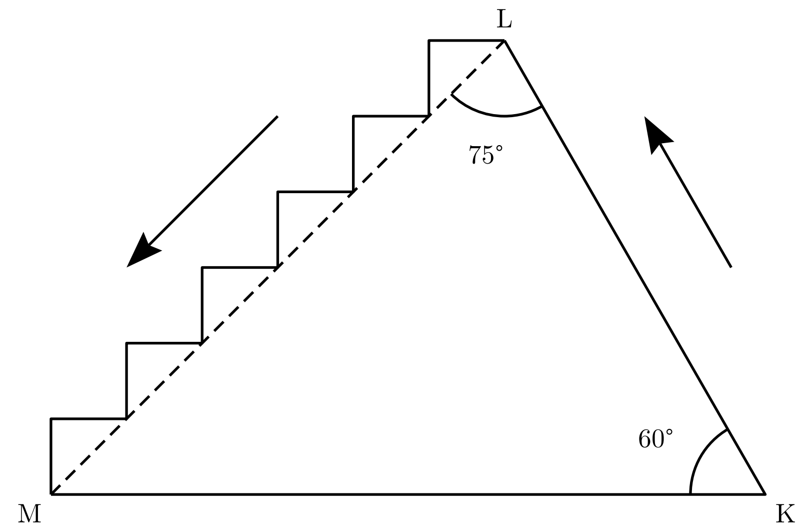
369 Fourmi (23)

Énigme

Une fourmi monte de K à L en suivant le segment [KL] et redescend de L à M en suivant les marches de l'escalier (voir la figure ci-dessous).

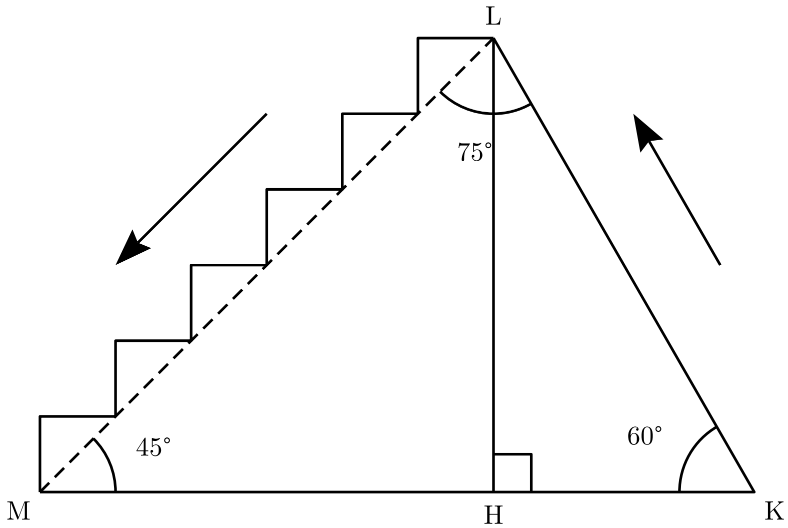
Quel est le rapport obtenu en divisant la longueur de la montée par la longueur de la descente ?

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$



Question 21, *Concours Kangourou*, Sujet J, 2021

Réponse **E**



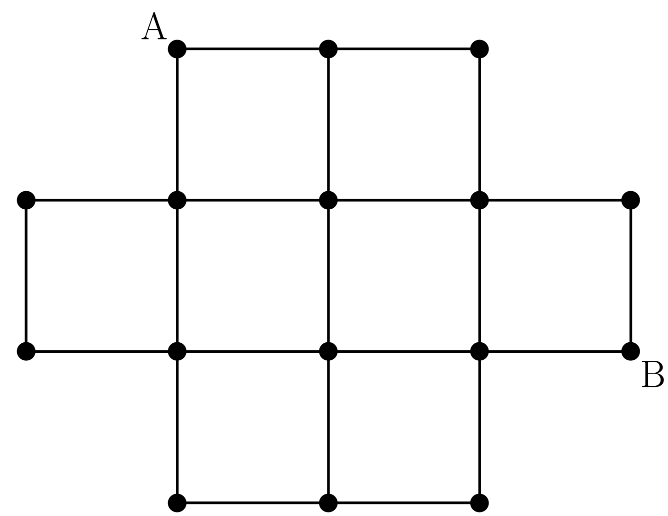
L'angle $\widehat{\text{LMK}}$ mesure $180° - 60° - 75°$, soit $45°$.
Soit H le pied de la hauteur issue de L.
Le triangle HJL est isocèle rectangle, donc $\text{HM} = \text{HL}$.
La longueur de la descente de la fourmi en suivant les marches est égale à $\text{HL} + \text{HM}$, donc à $2\,\text{HL}$.
On a par ailleurs $\sin(60°) = \dfrac{\text{HL}}{\text{KL}}$, où KL est la longueur de la montée.
Et le rapport cherché est :
$$\frac{\text{KL}}{\text{HL}+\text{HM}} = \frac{\text{KL}}{2\,\text{HL}} = \frac{1}{2\,\sin(60°)} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

370 Fourmi (24)

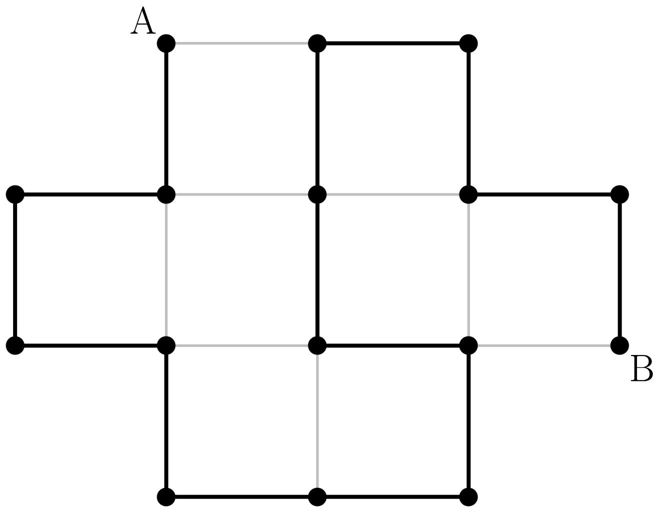
Énigme

Une fourmi va se promener sur la structure ci-dessous.

Déterminer pour elle un chemin allant de A à B en passant par les boules d'attache • sans jamais repasser par le même endroit.



Une solution possible :

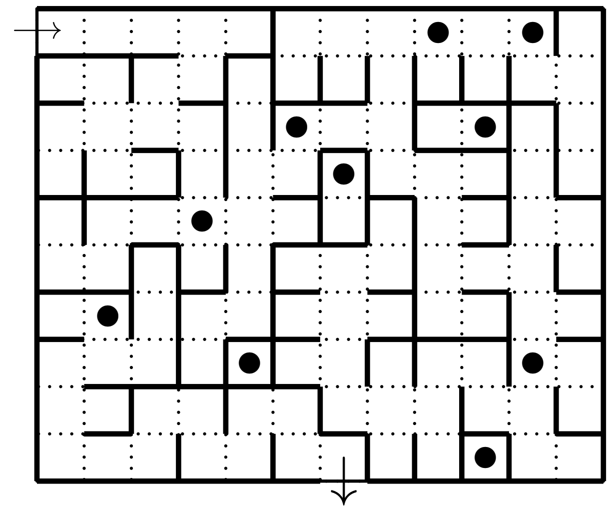


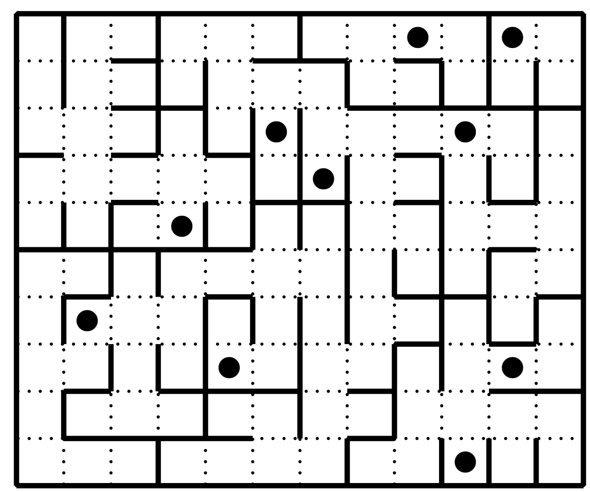
371 Furet

Énigme

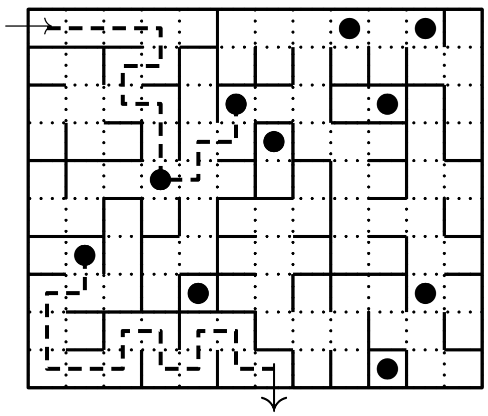
Un furet s'est engagé dans un labyrinthe à deux étages.
Il peut passer d'un étage à un autre en passant par les escaliers (•).

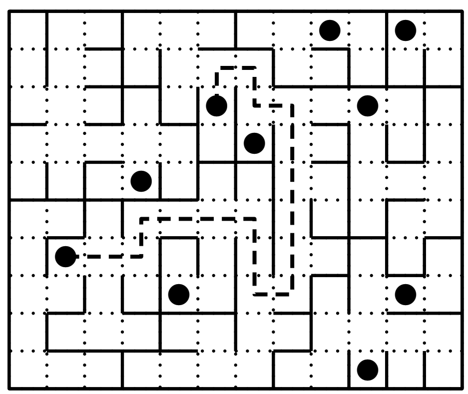
Déterminer le chemin qui le mène à la sortie.





D'après « Le palais des doges », *Enigma*, n° 3, Février 2006



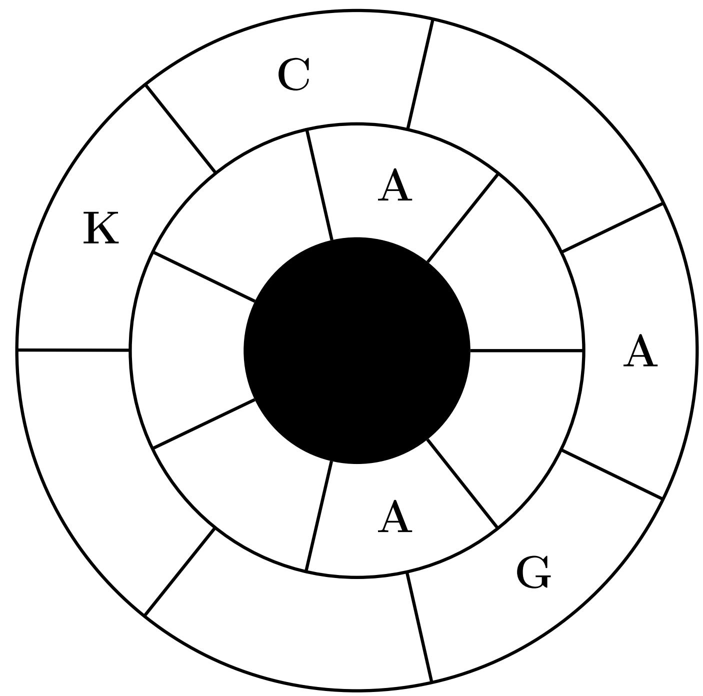


372 Gavial

Énigme

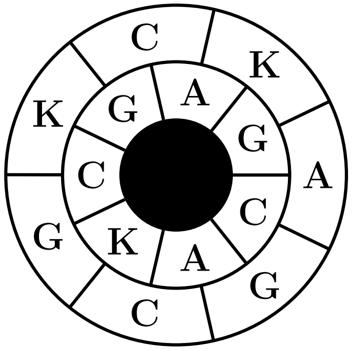
Sobek a réparti quatre types de crocodiliens dans sa ferme d'élevage pour que les visiteurs puissent mieux en profiter : il a des gavials, des crocodiles, des caïmans et des alligators.
Sa ferme peut être représentée comme ci-dessous.
Il a trois zones avec des alligators (A), trois zones avec des caïmans (K), quatre zones avec des crocodiles (C) et quatre zones avec des gavials (G).
De plus, deux zones voisines ont toujours deux types de crocodiliens différents.

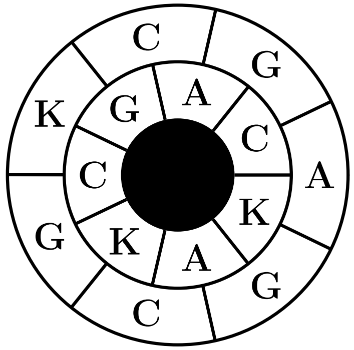
Retrouve toutes les zones de vie des crocodiliens.

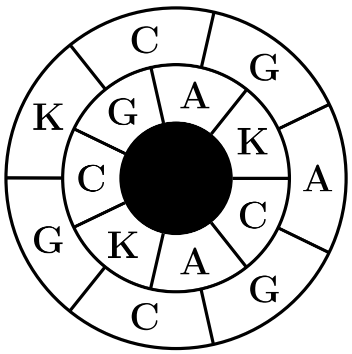


D'après « La carte d'Adrien », *50 énigmes mathématiques faciles, Problèmes du Championnat international des jeux mathématiques et logiques*, Vol. 16, Éd. Pole

Trois solutions possibles :





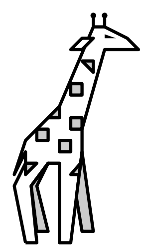


373 Girafe (1)

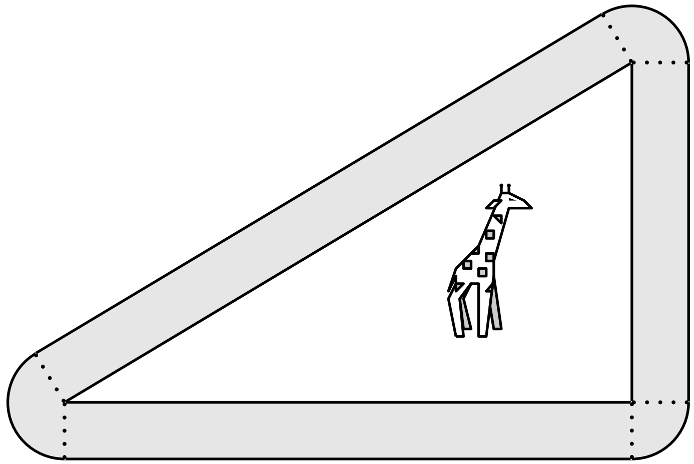
Énigme

Une girafe est installée dans un pré triangulaire, clôturé.
Les côtés du pré mesurent 20 m, 16 m et 12 m.
Grâce à son long cou, la girafe peut brouter la tendre et délicieuse herbe verte qui pousse a l'extérieur de la clôture jusqu'à une distance de 2 m.

Calculer l'aire qu'elle pourra brouter à l'extérieur du pré.



La surface qu'elle pourra brouter est grisée :



L'aire à calculer peut se décomposer en trois rectangles et trois portions de disques.

Les trois rectangles ont pour longueurs respectives 20 m, 16 m et 12 m pour longueur commune, 2 m.
L'aire totale des trois rectangles est donc $(16 + 12 + 20) \times 2 = 96$ m^2.

Si l'on assemble les trois portions de disque, on obtient un disque entier (la somme des trois angles d'un triangle mesurant 180°) dont le rayon est égal à la larguer des rectangles, 2 m.
L'aire totale des trois portions de disque est donc $\pi \times 2^2 = 4\,\pi$.

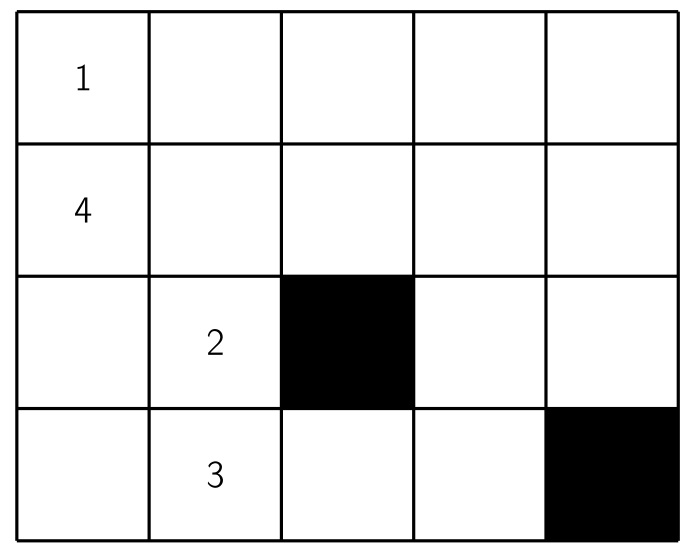
L'aire totale cherchée est finalement $(96 + 4\,\pi)$ m^2, soit environ 108,56 m^2.

374 Girafe (2)

Énigme

Un girafon se promène sur la grille ci-après.
En alternance, il fait un saut en L comme le cavalier aux échecs et le saut suivant à la case voisine horizontalement ou verticalement.
Les quatre premières cases atteintes par le girafon sont indiquées.

Guidez le girafon de façon qu'il passe par toutes les cases sauf les deux noires.



« Marche d'un girafon », `http://www.charleries.net/`

Une marche possible est :

1	16	11	14	9
4	17	10	15	8
5	2	■	12	13
18	3	6	7	■

375 Girafe (3)

Énigme

Saviez-vous que le Pacha d'Égypte offrit à Charles X une girafe qui débarqua à Marseille en 1826 ?
Elle parcourut à pied les 800 km de route pour arriver au Jardin des plantes.
Au début, la girafe avait froid et n'avançait que de 17 km par jour.
Le zoologue Geoffroy Saint-Hilaire lui fit alors confectionner un manteau de toile cirée bordée de velours.
Elle se mit à avancer de 29 km par jour.
Elle ne mit que 40 jours pour rejoindre Paris.

On demande ici dans quelle ville la girafe reçut son manteau :
Marseille – 40 km → Avignon – 50 km → Valence – 110 km → Lyon – 210 km → Pouilly-en-Auxois – 90 km → Auxerre – 130 km → Fontainebleau – 70 km → Paris

« La girafe de Charles X »,
177 nouvelles énigmes mathématiques, De 13 à 113 ans,
Marie Agrell, Éditions Ellipses, 2021

Soit x le nombre de jours « rapides ».
Nous avons : $29\,x + 17\,(40 - x) = 800$
Donc $29\,x + 680 - 17\,x = 800$.
Donc $12\,x = 120$.
Donc $x = 10$.

Nous sommes donc $29 \times 10 = 290$ km de Paris, c'est-à-dire approximativement à Pouilly-en-Auxois.

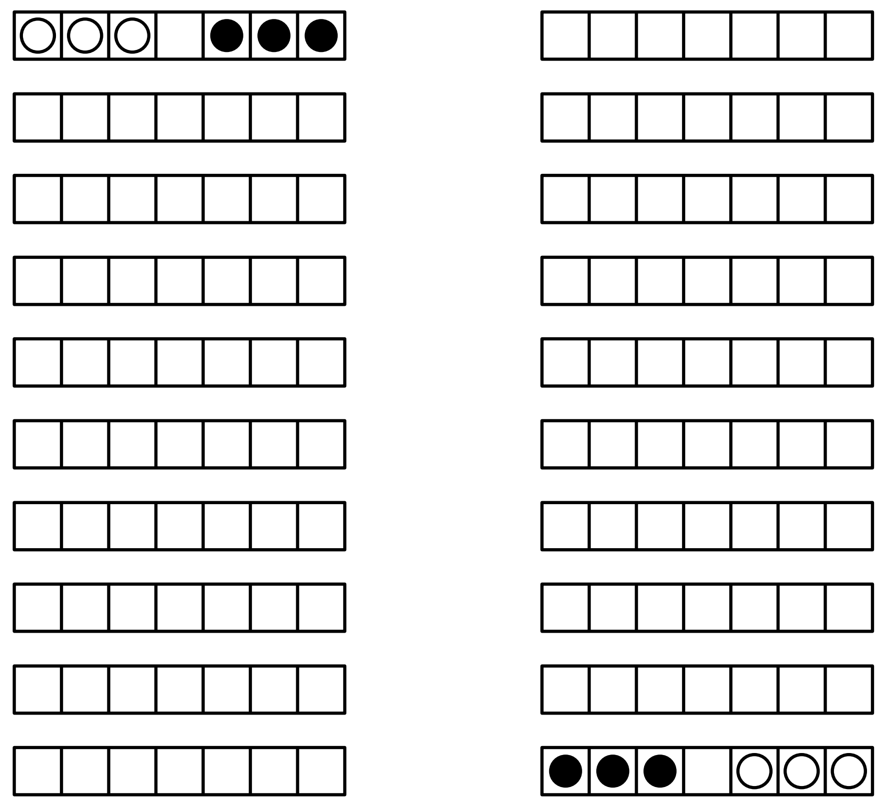
376 Grenouille (1)

Énigme

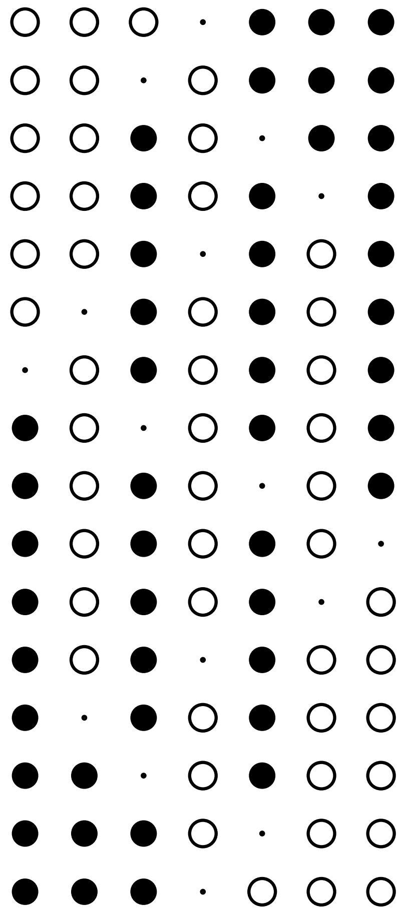
Sur cette rangée de nénuphars, il y a trois grenouilles vertes sur la gauche et trois brunes, sur la droite.

- Une seule grenouille se déplace à chaque fois.
- Une grenouille se dirige vers le premier nénuphar vide, en un seul bond, sans jamais revenir en arrière.
- Elle ne peut sauter que par-dessus une seule grenouille.

Déterminer comment échanger les grenouilles de place.



D'après « Le bal des crapauds et des grenouilles », *Avec des nombres et des lignes*, A. Sainte-Laguë, p. 152, Éd. Vuibert, 1937



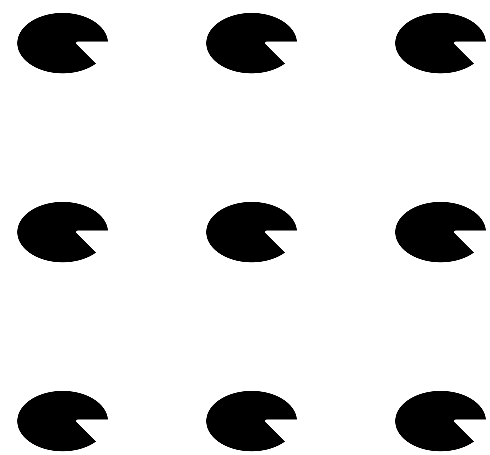
Penchons-nous sur le cas général, où se trouvent n grenouilles vertes et n grenouilles brunes.
Chacune des n grenouilles vertes rencontre chacune des n grenouilles brunes et il ne peuvent se croiser que si l'une des deux saute par-dessus l'autre : il faut donc n^2 sauts.
De plus, la file des grenouilles vertes ne peut pendre celle de la file des grenouilles brunes qu'après n pas : il faut donc $2\,n$ avancées d'un pas.
Il faut donc, au total, $n^2 + 2\,n$ coups.

377 Grenouille (2)

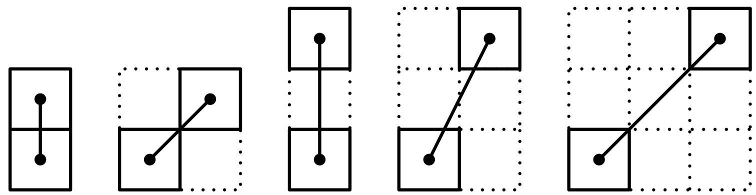
Énigme

Dans ce plan d'eau, neuf nénuphars sont disposés en carré.
Une grenouille saute (du centre) d'un nénuphar à un autre, si le nénuphar n'a pas été encore visité... et fait des bonds de longueurs de plus en plus grands !

Déterminer le chemin de la grenouille en partant du nénuphar central et en faisant le plus de bonds possibles.

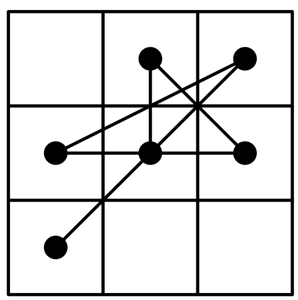


Les sauts ci-dessous permettent d'obtenir cinq longueurs différentes, données dans l'ordre croissant.



$\ell = 1$ $\quad \ell = \sqrt{2}$ $\quad \ell = 2$ $\quad \ell = \sqrt{5}$ $\quad \ell = 2\sqrt{2}$

En partant du centre de la figure, on a la solution suivante.

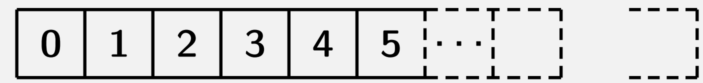


	2	5
4	1	3
6		

378 Grenouille (3)

Énigme

Une grenouille et un lièvre se déplacent sur la piste suivante.



Ils partent tous les deux de la case 0.
La grenouille fait toujours des sauts de 4 cases et arrive au premier saut sur la case numéro 4.
Le lièvre fait toujours des sauts de 6 cases.
Lors de leur dernier saut chaque animal arrive sur la dernière case du parcours.
Chaque animal laisse ses traces sur les cases où il pose les pattes et 8 cases contiennent à la fois les traces des deux animaux.

Quel est le numéro de la dernière case de la piste ?

« Le lièvre et la grenouille », Rallye mathématique sans frontières Midi-Pyrénées, Cycle 3, Manche 2, 2003

On recherche un multiple de 4 et de 6 (condition nécessaire).
La liste des multiples commun est 0, 12, 24, 36, ...
Or 8 cases contiennent les traces des deux animaux.
Le numéro de la case cherché est le 8$^{\text{ème}}$ élément de cette liste.
C'est-à-dire 84.

379 Grenouille (4)

Énigme

Aurélie est à 7 pas d'une grenouille qu'elle veut attraper.
Pendant qu'Aurélie fait un pas la grenouille fait 3 sauts.
Un pas d'Aurélie a la même longueur que 10 sauts de grenouille.

Après combien de pas Aurélie rattrapera-t-elle la grenouille ?
(Pour simplifier, on suppose que les déplacements s'effectuent en ligne droite et que la grenouille fuit devant Aurélie)

« Grenouille », Rallye Mathématique Champagne-Ardenne, 1991

1 pas d'Aurélie a la même longueur que 10 sauts de grenouille.

Au départ, Aurélie est à 70 pas de la grenouille.

Quand Aurélie fait son 1^er^ pas (l'équivalent de 10 sauts de grenouille), la grenouille fait 3 sauts : Aurélie est donc à $70 - 10 + 3 = 63$ sauts de la grenouille.
Au 2^ème^ pas, Aurélie est donc à $63 - 10 + 3 = 56$ sauts de la grenouille.
Au 3^ème^ pas, Aurélie est donc à $56 - 10 + 3 = 49$ sauts de la grenouille.
Et ainsi de suite.
Au 10^ème^ pas, Aurélie est donc à $7 - 10 + 3 = 0$ saut de la grenouille.

Aurélie attrape la grenouille en 10 pas.

380 Grenouille (5)

Énigme

La grenouille de Rémi a décidé de monter l'escalier de 13 marches qui mène de la cave au grenier.
À chacun de ses bonds, elle grimpe de une ou de deux marches.

De combien de façons différentes possibles peut-elle atteindre le grenier ?

« La grenouille », Championnat de France de Jeux Mathématiques et Logiques

Un escalier de 13 marches, c'est bien haut.
Un escalier de 1 marche, il y a 1 manière de le gravir.
Pour un escalier de 2 marches, il y a 2 manière de le gravir :
$2 = 1 + 1$ ou $2 = 2$.
Pour un escalier de 3 marches, 3 manières :
$3 = 1 + 1 + 1 = 2 + 1 = 1 + 2$.
Pour un escalier de 4 marches, 5 manières :
$4 = 1 + 1 + 1 + 1 = 2 + 1 + 1 = 1 + 2 + 1 = 1 + 1 + 2 = 2 + 2$.

En général, les façons de gravir n marches se répartissent en deux catégories : celles où le dernier saut est de deux marches et celles où le dernier saut est d'une marche.
Dans le premier cas, il a fallu d'abord gravir $n - 2$ marches. Dans le second cas, il a fallu d'abord gravir $n - 1$ marches.
D'où la règle : le nombre de façons de gravir n marches est égal au nombre de façons de gravir $n - 2$ marches plus le nombre de façons de gravir $n - 1$ marches.
Si X_n est le nombre cherché, alors $X_n = X_{n-1} + X_{n-2}$ avec $X_1 = 1$ et $X_2 = 2$.
D'où le tableau suivant :

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X_n	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377

Pour un escalier de 13 marches, on trouve donc 377 façons de la gravir.

La suite des nombres X_1, X_2, X_3, ... qui intervient ici s'appelle la « suite de Fibonacci ».

381 Grenouille (6)

Énigme

Dans un marais, les crapauds disent toujours la vérité et les grenouilles mentent toujours.
Quatre amphibiens affirment :
Bubu : « Momo et moi sommes d'une espèce différente.
Coco : — Lolo est une grenouille.
Lolo : — Coco est une grenouille.
Momo : — Parmi nous quatre, il y a au moins deux crapauds. »

Combien d'entre eux sont des grenouilles ?

« Calendrier mathématique 2016, Un défi quotidien », Énigme du mardi 27 janvier, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Coco et Lolo ne peuvent pas être deux grenouilles car sinon ils diraient la vérité : ils ne peuvent pas être tous les deux des crapauds car sinon ils mentiraient.
Ainsi, l'un des deux est un crapaud et l'autre est une grenouille.

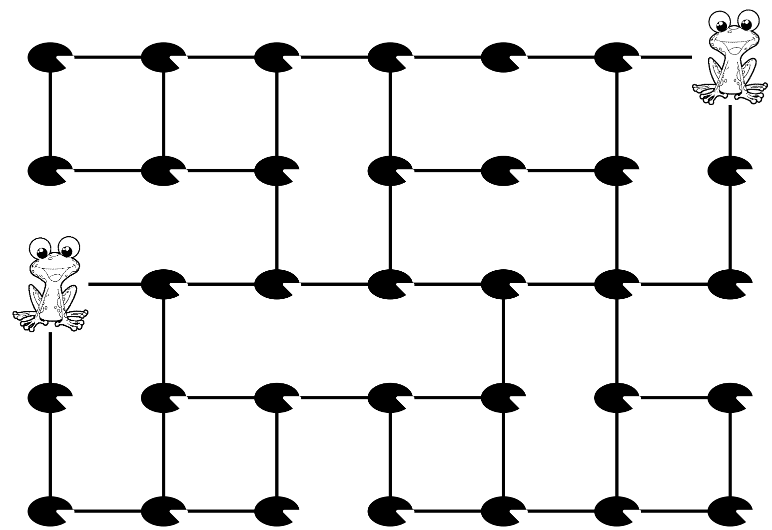
Si Bubu était un crapaud, alors d'une part Momo serait une grenouille et d'autre part il ne mentirait pas, ce qui n'est pas possible.
Bubu est donc une grenouille et Momo est alors une grenouille.

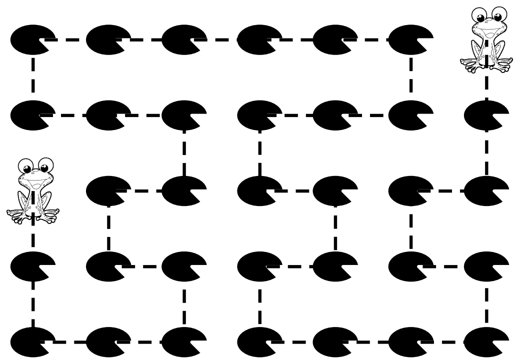
Il a donc finalement trois grenouilles : Lolo ou Coco, Bubu et Momo.

382 Grenouille (7)

Énigme

Trouver le chemin qui permet de relier les deux grenouilles en passant par tous les nénuphars et sans repasser deux fois par le même.





383 Grenouille (8)

Énigme

Sur l'île de Koakoa, les grenouilles sont toujours soit vertes, soit bleues. Le nombre de grenouilles bleues a augmenté de 60 % pendant que le nombre de grenouilles vertes a diminué de 60 %.
Il se trouve qu'ainsi les proportions de chacune des deux sortes de grenouilles ont été échangées.

De quel pourcentage a diminué le nombre total de grenouilles de l'île ?

A) 0 % B) 20 % C) 30 % D) 40 % E) 50 %

Kangourou des mathématiques, Épreuve « Lycées, sauf série S », 2014

Réponse B.

Soient b le nombre initial de grenouilles bleues et v le nombre initial de grenouilles vertes.

Alors le nombre final de grenouilles bleues est $1,6\,b$ et celui de vertes est $0,4\,v$.

L'échange des proportions se traduit par : $\dfrac{0,4\,v}{1,6\,b} = \dfrac{b}{v}$
Ce qui donne $v^2 = 4\,b^2$ et $v = 2\,b$.

Le nombre total de grenouilles au départ est $v + b = 3\,b$.
Le nombre total de grenouilles à la fin est $1,6\,b + 0,4\,v = 2,4\,b$.
$\dfrac{2,4\,b - 3\,b}{3\,b} = \dfrac{-0,6}{3} ==_0, 2$: le nombre de grenouilles a diminué de $20\,\%$.

384 Grenouille (9)

Énigme

Lors d'un concours de beauté, des grenouilles sont notées de 0 à 20 par un jury de crapauds.
Voici les notes obtenues par les 21 candidates :

2	3	5	6	6	6	7
8	9	9	9	10	10	12
12	12	15	16	16	18	19

Pour la renommée du concours, le président du jury décide d'augmenter la moyenne de 1 point.
Par souci de discrétion, il doit changer le moins de notes possibles et ne doit modifier ni la médiane, ni l'étendue.

Conseiller le président du jury pour le choix de ces nouvelles notes.

« Miss plouf », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2013

- Il y a 21 candidates.
- La moyenne est égale à 10.
- L'étendue est égale à 17.
- La médiane est égale à la onzième valeur ordonnée, c'est-à-dire 9.

Pour obtenir une moyenne égale à 11, le jury doit attribuer 21 points supplémentaires.

Essayons de modifier seulement deux notes. On voit très vite que l'on doit attribuer au moins 11 points à une note inférieure ou égale à la médiane, et la médiane se trouve donc changée. On ne peut donc pas ajouter 21 points en changeant uniquement deux notes.

En modifiant trois notes, plusieurs solutions sont possibles.

Voici une solution, basée sur l'égalité $21 = 6 + 6 + 9$.

- On supprime un 3 et on remplace par un 9 ;
- on supprime un 10 et on remplace par un 16 ;
- on supprime un 10 et on remplace par un 19.

2	5	6	6	6	7	8
9	9	9	9	12	12	12
15	16	16	16	18	19	19

Voici une autre solution, basée sur l'égalité $21 = 2 + 9 + 10$.

- On supprime un 2 et on remplace par un 4 ;
- on supprime un 10 et on remplace par un 19 ;
- on supprime un 10 et on remplace par un 20.

3	4	5	6	6	6	7
8	9	9	9	12	12	12
15	16	16	18	19	19	20

Les caractéristiques statistiques données plus haut sont gardées.

385 Grenouille (10)

Énigme

Dans sa belle mare, Pierre a moins de 10 grenouilles.
Si vous en voyez deux, vous aurez exactement une chance sur deux qu'elles soient toutes les deux albinos.

Combien Pierre a-t-il de grenouilles, et combien sont albinos ?

« Téléshopping », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2013

Notons a le nombre de grenouille albinos et g le nombre total de grenouilles.

La probabilité que la première grenouille soit albinos est $\dfrac{a}{g}$.

Sachant que la première grenouille est albinos, la probabilité que la seconde grenouille soit aussi albinos est $\dfrac{a-1}{g-1}$.

Donc la probabilité que les deux grenouilles soient albinos est $\dfrac{a\,(a-1)}{g\,(g-1)}$.

Cette probabilité est aussi égale à $\dfrac{1}{2}$.

Il suffit donc de trouver deux entiers a et g qui vérifient l'égalité suivante :

$$\frac{a\,(a-1)}{g\,(g-1)} = \frac{1}{2}$$

Après quelques multiplications, on trouve deux entiers solution : $a = 3$ et $g = 4$.

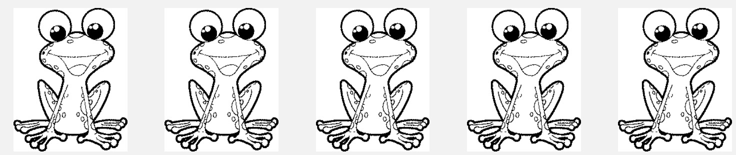
Dans la mare, il y a 4 grenouilles dont 3 albinos.

386 Grenouille (11)

Énigme

Fred est dompteur-raniculteur.
En s'alignant, ses cinq grenouilles savantes ne forment que des nombres entiers.

Deux Mille Neuf Cent(s) Trente



Quelle est la probabilité qu'au spectacle de ce soir Omar observe un nombre pair ?

« J'y croa pas ! », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2013

Avec un peu de patience et beaucoup de rigueur (pour ne rien oublier), nous allons lister tous les nombres que peuvent former nos charmantes grenouilles, brillamment domptées par Fred.

1. 1 239	**9.** 32 900	**17.** 200 039
2. 1 932	**10.** 32 109	**18.** 209 030
3. 2 139	**11.** 39 102	**19.** 230 009
4. 2 930	**12.** 39 200	**20.** 239 000
5. 9 132	**13.** 102 039	**21.** 900 032
6. 9 230	**14.** 109 032	**22.** 902 030
7. 30 209	**15.** 132 009	**23.** 930 002
8. 30 902	**16.** 139 002	**24.** 932 000

On compte 24 nombres possibles différents, dont 16 sont pairs.
La probabilité qu'Omar obtienne un nombre pair est égale à $p = \dfrac{16}{24} = \dfrac{2}{3}$.

387 Grenouille (12)

Énigme

Zermito, la célèbre grenouille masquée qui protège le marais, décide pour impressionner les prédateurs et les faire fuir, d'inscrire sur les feuilles de nénuphar son emblème : une ligne brisée en forme de « Z » dont les sommets sont sur les côtés d'un triangle, qui mesurent 10 cm, 8 cm et 6 cm.
Cette ligne partage ce triangle en quatre triangles de même aire.

Proposer trois possibilités pour cet emblème.

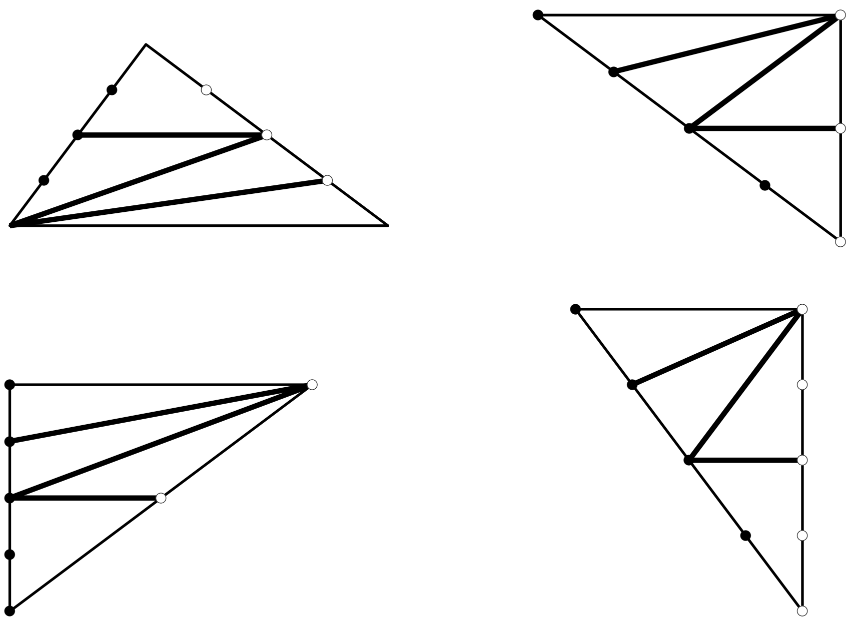
« Y'a pas de Côaaaa ! », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2013

On peut partager un triangle en deux triangles de même aire en traçant tout simplement une médiane.

En renouvelant cette opération dans les deux nouveaux triangles, on obtient quatre triangles d'aires identiques.

Il ne reste plus qu'à choisir les médianes et le sens des triangles pour former des « Z ».

Voici quelques exemples possibles pour l'emblème de Zermito.



Remarque. Ce triangle est un triangle rectangle.

388 Grenouille (13)

Énigme

La grenouille Géraldine veut savoir si son prince l'aime.
Pour cela, elle arrache les pétales d'une marguerite.
« Il m'aime », dit-elle en arrachant le premier pétale.
« Un peu », en arrachant le deuxième.
« Beaucoup » pour le troisième.
« À la folie » pour le quatrième.
« Pas du tout » pour le cinquième.
Elle recommence à « Il m'aime » pour le sixième et ainsi de suite.
Elle dit « À la folie » lorsqu'elle enlève le tout dernier pétale de sa marguerite.
Elle a dit exactement 7 fois « Pas du tout ».

Combien de pétales la marguerite avait-elle au début ?

« La grenouille Géraldine », Rallye mathématique de l'Allier, Manche finale, 2008-2009

$(7 \times 5) + 4 = 39$

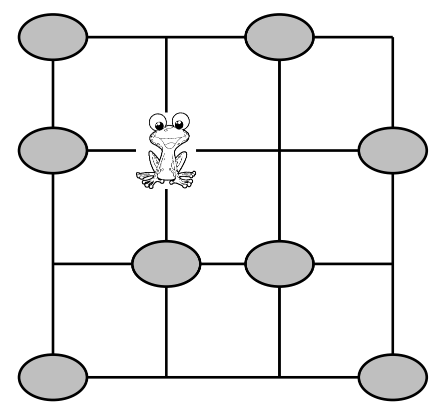
La marguerite a 39 pétales.

389 Grenouille (14)

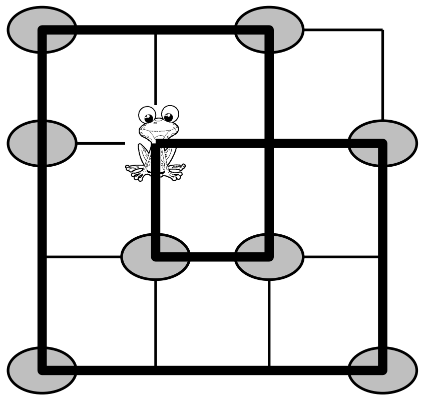
Énigme

Au parc de Mathville se trouve un étang paisible décoré d'une pierre blanche et de huit pierres grises.
Gertrude la grenouille y vit et elle en est la reine.
Un crapaud qui aimerait bien devenir le roi de l'étang lance un défi à la grenouille.
Elle doit se déplacer sur toutes les pierres de l'étang sans tomber à l'eau pour demeurer la reine.
La grenouille peut uniquement se déplacer de gauche à droite ou de droite à gauche et de haut en bas ou de bas en haut.
De plus, elle ne doit jamais sauter par-dessus une pierre, ni retourner sur une pierre où elle s'est déjà posée.
Gertrude a besoin de ton aide pour y arriver.

Quel chemin doit-elle emprunter afin de visiter toutes les pierres et de revenir à son point de départ ?



« La grenouille », Rallye Concours AQJM, 22$^{\text{ème}}$ championnat, Finale, `www.semainedesmaths.ulaval.ca`

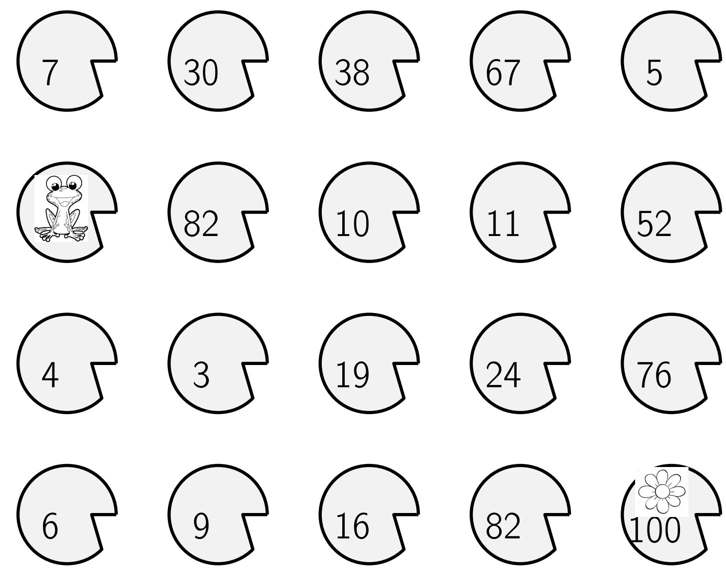


390 Grenouille (15)

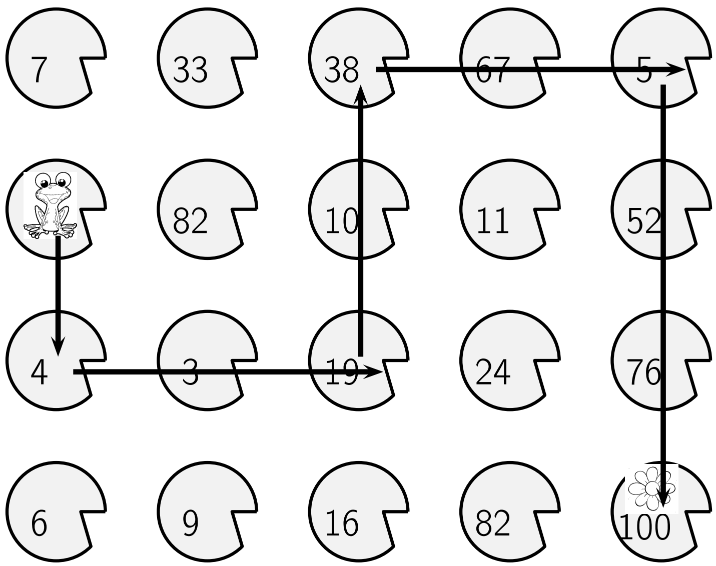
Énigme

La grenouille saute de nénuphar en nénuphar.
Elle doit rejoindre la fleur.
Elle peut se déplacer ↑ ou ↓ pour arriver sur un nénuphar pair.
Elle peut se déplacer ← ou → pour arriver sur un nénuphar impair.

Indique son chemin pour rejoindre la fleur.



« Géraldine et la fleur », *Énigmes mathématiques pour les moins de 10 ans*, Niveau CE, Éd. Pole, 2003



391 Grenouille (16)

Énigme

Un bœuf observe une grenouille qui saute de nénuphar en nénuphar.
Sur la mare, il y a un grand nénuphar et un petit nénuphar.
Dès que le bœuf beugle, la grenouille fait 3 sauts.
Si elle est sur le grand nénuphar, elle choisit à chaque fois entre sauter élégamment vers le petit nénuphar ou faire un saut périlleux au-dessus du grand nénuphar.
Si elle est sur le petit nénuphar, elle saute élégamment vers le grand nénuphar.

De combien de manières différentes peut-elle faire ses trois sauts si elle se trouve au départ sur le grand nénuphar ?
De combien de manières différentes peut-elle faire ses trois sauts si elle se trouve au départ sur le petit nénuphar ?

« Le bœuf et la grenouille »,
Rallye mathématique de Lyon, Sujets Niveau 1, 2009

- Elle se trouve au départ sur le grand nénuphar.

	Après le saut 1	Après le saut 2	Après le saut 3
Grand	Grand	Grand	Grand
Grand	Grand	Grand	Petit
Grand	Grand	Petit	Grand
Grand	Petit	Grand	Grand
Grand	Petit	Grand	Petit

Elle dispose de 5 manières différentes.

- Elle se trouve au départ sur le petit nénuphar.

	Après le saut 1	Après le saut 2	Après le saut 3
Petit	Grand	Grand	Grand
Petit	Grand	Grand	Petit
Petit	Grand	Petit	Grand

Elle dispose de 3 manières différentes.

392 Grenouille (17)

Énigme

Géraldine la grenouille a devant elle un escalier aux marches numérotées de 1 à 20.

Elle fait un bond de deux marches pour commencer (elle se trouve ainsi sur la marche n° 2).

Avant de faire un bond, elle regarde le numéro de la marche sur laquelle elle se trouve :

- si le numéro est dans la table de multiplication par 2, elle fait alors un bond de 3 marches ;
- si le numéro est dans la table de de multiplication par 3, elle fait alors un bond de 2 marches ;
- si le numéro est dans la table de de multiplication par 5, elle fait alors un bond de 4 marches.

Lorsqu'elle a le choix, elle décide de la règle à appliquer.

Sinon elle fait simplement un bond d'une marche.

En combien de bonds, au minimum, arrivera-t-elle en haut de cet escalier de 20 marches ?

« 4. L'escalier », 19$^{\text{ème}}$ Championnat des Jeux Mathématiques et logiques, Finale, 2005

En 8 sauts :

$\rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 9 \rightarrow 11 \rightarrow 12 \rightarrow 15 \rightarrow 19 \rightarrow 20$

393 Grenouille (18)

Énigme

La grenouille Géraldine veut passer de l'autre côté de la mare.
Elle saute d'un nénuphar à un nénuphar voisin, horizontalement ou verticalement.
Elle ne peut sauter que sur un nénuphar portant un nombre premier.

Indique le chemin de Géraldine.

Remarque : un nombre premier est un nombre qui n'est multiple que de 1 et de lui-même.
Exemples : 7 est premier car on peut seulement écrire $7 = 7 \times 1$, mais 6 n'est pas premier car on peut écrire $6 = 3 \times 2$.

6	10	20	12	5	11	29
→ 3	13	15	53	41	18	43
9	7	16	19	21	4	37
12	23	31	2	14	8	17 →

« 8. Marre de la mare », 18ème Championnat des jeux mathématiques et logiques, Demi-finale, 2004

6	10	20	12	5	11	29
3	13	15	53	41	18	43
9	7	16	19	21	4	37
12	23	31	2	14	8	17

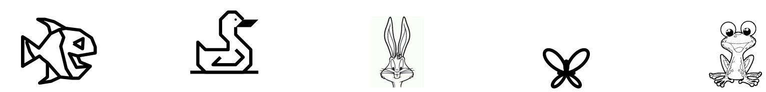
394 Grille d'animaux

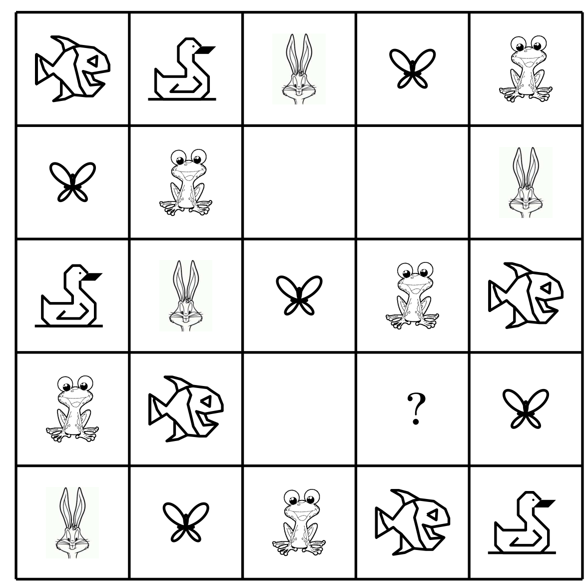
Énigme

Ondine remplit la grille avec cinq sortes d'animaux.
Chaque animal doit apparaître exactement une fois dans chaque ligne et dans chaque colonne.

Pour finir la grille, quel animal Ondine doit-elle mettre dans la case avec un point d'interrogation ?

A) B) C) D) E)

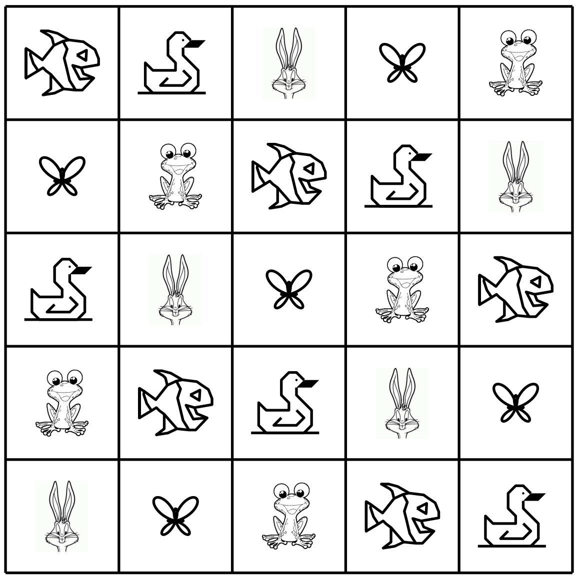




Kangourou des mathématiques, Sujet E, 2018, nº 13

Réponse **C**

Ondine doit mettre un lapin à la place du point d'interrogation (c'est la seule des cases restantes pour laquelle aucun des 4 autres lapins n'est dans la même ligne ou la même colonne).



395 Grillon

Énigme

Le grillon Verdino a obtenu la médaille d'or cette année aux Olympiades dans l'épreuve du saut en hauteur.
Au début de l'épreuve, la barre a été placée à une certaine hauteur puis elle a été montée progressivement.
La première fois la barre a été montée de la moitié de la hauteur initiale ; la deuxième fois d'un tiers de la hauteur du saut précédent ; la troisième fois d'un quart de la hauteur du saut précédent, et ainsi de suite.
Verdino a sauté 7 fois.
Verdino a passé chaque fois la barre au premier essai et il a été le seul à la passer, lors de son 7ème saut, alors qu'elle était placée à 60 cm de hauteur.
C'est ainsi qu'il a gagné sa médaille d'or.

À quelle hauteur la barre a-t-elle été placée au début de l'épreuve ?

« 14. Le grillon sauteur », 26ème Rallye mathématique transalpin, Épreuve I, Cat. 7, 8, 9, 10, Mars-avril 2018

On désigne par x la hauteur du premier saut.

Les hauteurs des sept sauts sont respectivement :

1. x

2. $x + \frac{1}{2}\,x = \frac{3}{2}\,x$

3. $\frac{3}{2}\,x + \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}\,x = 2\,x$

4. $2\,x + \frac{1}{4} \times 2\,x = \frac{5}{2}\,x$

5. $3\,x$

6. $\frac{7}{2}\,x$

7. $4\,x$

Or cette dernière hauteur est égale à 60 m.

Donc $4\,x = 60$.

Par conséquent, $x = 15$.

La barre a été placée à 15 cm au début de l'épreuve.

396 Guêpe (1)

Énigme

Dans son magazine favori, Jeanne a trouvé une formule donnant le « poids idéal » (en kilogrammes), en fonction du tour de taille (en centimètres).
Malheureusement, Jeanne a perdu la formule ; elle se souvient seulement qu'il faut ajouter 10, diviser par 10, multiplier par 10 et soustraire 10, mais elle ne sait absolument plus dans quel ordre.
Jeanne décide donc d'effectuer tous les calculs possibles puis de calculer la moyenne de tous les résultats obtenus.
Elle utilise une simple petite calculatrice solaire (sans priorités), en entrant ses opérations à la suite les unes des autres, et sans utiliser d'autres symboles.

Jeanne ayant un tour de taille de 108 cm, quel « poids idéal » trouvera-t-elle ?

« Taille de guêpe »,
6$^{\text{ème}}$ championnat des jeux mathématiques et logiques

Il existe vingt-quatre façons d'entrer les quatre opérations sur la calculette :

1. $+10 - 10 \times 10 \div 10$
2. $+10 - 10 \div 10 \times 10$
3. $-10 + 10 \times 10 \div 10$
4. $-10 + 10 \div 10 \times 10$
5. $\times 10 \div 10 + 10 - 10$
6. $\times 10 \div 10 - 10 + 10$
7. $\div 10 \times 10 + 10 - 10$
8. $\div 10 \times 10 - 10 + 10$
9. $+10 \times 10 \div 10 - 10$
10. $+10 \div 10 \times 10 - 10$
11. $-10 \times 10 \div 10 + 10$
12. $-10 \div 10 \times 10 + 10$
13. $\times 10 + 10 - 10 \div 10$
14. $\times 10 - 10 + 10 \div 10$
15. $\div 10 + 10 - 10 \times 10$
16. $\div 10 - 10 + 10 \times 10$
17. $+10 \times 10 - 10 \div 10$
18. $+10 \div 10 - 10 \times 10$
19. $-10 \times 10 + 10 \div 10$
20. $-10 \div 10 + 10 \times 10$
21. $\times 10 + 10 \div 10 - 10$
22. $\times 10 - 10 \div 10 + 10$
23. $\div 10 + 10 \times 10 - 10$
24. $\div 10 - 10 \times 10 + 10$

Les opérations $+10$ et -10 appliquées successivement s'annihilent, de même que $\times 10$ et $\div 10$.
On en déduit que, dans les seize premiers cas, le résultat affiché par la calculette sera identique au nombre de départ, c'est-à-dire 108.
Pour les huit derniers calculs, on obtient deux fois 198, deux fois 117, deux fois 99 et deux fois 18.
Le « poids idéal » trouvé par Jeanne est donc $\dfrac{16 \times 108 + 2 \times 198 + 2 \times 117 + 2 \times 99 + 2 \times 18}{24}$, soit 108 kg.

397 Guêpe (2)

Énigme

Quand un groupe de guêpes décident d'envahir une caverne remplie d'insectes, elles se placent en rangées.
Il y a alors N guêpes dans la première rangée, $N+1$ dans la deuxième, $N+4$ dans la troisième et $N+9$ dans la quatrième.
Un jour, le tiers des guêpes était dans la quatrième rangée.

Combien y avait-il de guêpes en tout ?

« 42. Caverne d'insectes », `http://www.charleries.net/`

Quand N augmente de 1, le nombre de guêpes dans chaque rangée augmente de 1 et le total augmente de 4.
Le total doit être divisible par 3.
S'il y a une guêpe dans la première rangée, la dernière rangée a 10 guêpes et le total est 18.
Le total suivant est $18 + 12 = 30$.

Si la quatrième rangée a 13 guêpes, le total suivant est égal à 30 + 12 = 42.
Si la quatrième rangée a 16 guêpes, le total suivant est égal à 42 + 12 = 54.
Si la quatrième rangée a 19 guêpes, le total suivant est égal à 54 + 12 = 66.

La quatrième rangée a 22 guêpes, soit le tiers de 66.

On peut compter 66 guêpes en tout.

398 Hamster (1)

Énigme

John le fermier va nourrir ses hamsters, élevés dans deux parcs différents. À eux 4 pintes de graines dans chaque parc !
Sa réserve de graines est une cuve ouverte contenant justement 8 pintes de graines. Mais il ne trouve à sa disposition qu'un récipient contenant 5 pintes et un autre de 3 pintes.

Comment va-t-il répartir ses graines, en ne se servant que de ces trois récipients ?

Ce problème n'est qu'un habillage différent d'un problème de transvasement proposé en 1612 par Claude Gaspard Bachet, sieur de Méziriac, dans ses *Problèmes plaisants et délectables*.

Voici les deux solutions du problème par son auteur, suivant qu'il commence par verser dans le récipient de 5 pintes ou dans celui de 3 pintes (la première solution demande une manipulation de moins).

8	5	3
8	0	0
3	5	0
3	2	3
6	2	0
6	0	2
1	5	2
1	4	3
4	4	0

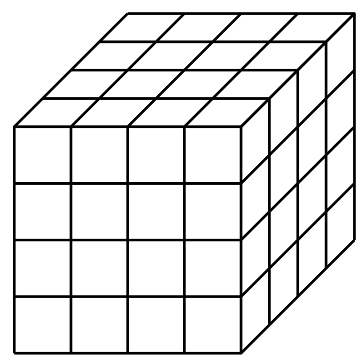
8	5	3
8	0	0
5	0	3
5	3	0
2	3	3
2	5	1
7	0	1
7	1	0
4	1	3
4	4	0

399 Hamster (2)

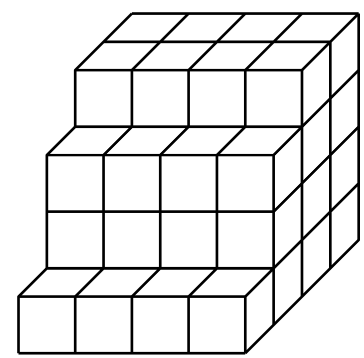
Énigme

On considère deux jeux que l'on trouve dans la cage de hamsters et que l'on peut représenter par les objets ci-dessous.
Ces deux objets sont constitués de petits cubes tous identiques.

1. Quelle fraction du volume de l'objet 1 a-t-on enlevée pour obtenir le volume de l'objet 2 ?
2. 12 cL de peinture sont nécessaires pour peindre l'objet 1. Combien en faut-il pour peindre l'objet 2 ?



Objet 1



Objet 2

« 3. Les hamsters s'amusent ! », *Concours Bombyx*, Finale, $6^{\text{ème}}$, 2016

On considère que l'unité est le « petit » cube.

1. L'objet 1 a un volume de $4 \times 4 \times 4 = 64$ unités.
Pour obtenir l'objet 2, on a enlevé 16 petits cubes.
$\dfrac{16}{64} = \dfrac{1}{4}$: on a enlevé un quart du volume de l'objet 1 pour obtenir le volume de l'objet 2.

2. Il faut 12 cL de peinture pour peindre 96 faces de petits cubes ($6 \times 4 \times 4 = 96$).
Soit 1 cL pour 8 faces de petits cubes.
Dans l'objet 2, il y a 88 faces de petits cubes à peindre ($16 + 16 + 12 + 12 + 16 + 16 = 88$).
Il faudra donc 11 cL de peinture ($88 \div 8 = 11$).

400 Hamster (3)

Énigme

Mon chien est plus vieux que mon hamster, et mon hamster est plus jeune que mon chat, qui est lui-même plus vieux que mon chien.

Quel animal est le plus vieux ?

« 1. Le plus vieux », 21$^{\text{ème}}$ Championnat des jeux mathématiques et logiques, Finale, Jour 1, 2007

C'est mon chat.

(Mon chat est plus vieux que mon chien qui est plus vieux que mon hamster.)

401 Hareng

Énigme

Un hareng part à 20 h de Boulogne.

À quelle heure arrivera-t-il à Douvres, sachant qu'il fait du 10 nœuds et que la distance de Boulogne à Douvres est de 45 kilomètres ?

(Un nœud correspond à un mille marin (soit 1 852 mètres) par heure.)

« La vitesse du hareng », *Arithmétique appliquée et pertinente*, Jean-Louis Fournier, Éditions Payot & Rivages, 1993

De Boulogne à Douvres, il y a :
$45 \div 1,852 \approx 24,298$ milles

Le hareng va donc mettre :
$24,298 \div 10 = 2,429\,8$ heures

Soit 2 heures 25 minutes et 47 secondes.

Il arrivera à 22 heures 25 minutes et 47 secondes.

402 Hérisson (1)

Énigme

Le hérisson dit à des amis : « Si j'avais ramassé deux fois plus de pommes, j'en aurai 24 de plus que ce que j'ai vraiment. »

Combien le hérisson a-t-il de pommes ?
A) 48 B) 24 C) 42 D) 12 E) 36

« Les pommes », Série 2**,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse B.

Le hérisson dit « *ce que j'ai* + *24* = *le double de ce que j'ai* = *ce que j'ai* + *ce que j'ai* » donc *ce que j'ai* = 24

403 Hérisson (2)

Énigme

Le hérisson hiberne du 1er novembre au 1er avril.
L'ours brun hiberne 5 mois.
La marmotte hiberne 30 semaines.
Le loir hiberne 200 jours.
Le kangourou n'hiberne pas.

Lequel de ces cinq animaux hiberne le plus longtemps ?
A) le hérisson B) l'ours brun C) la marmotte
D) le loir E) le kangourou

Kangourou des mathématiques, 2017, Sujet C, n° 8

Réponse **C**

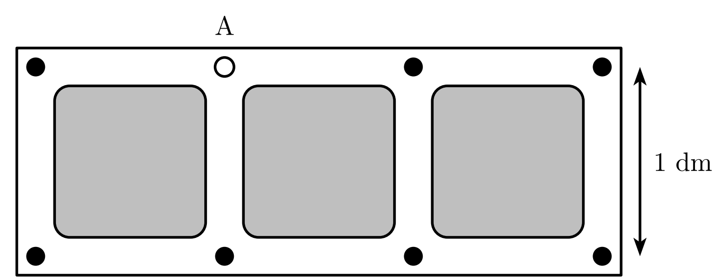
Le hérisson et l'ours hibernent 5 mois, soit moins de 155 jours, le loir hiberne 200 jours.
C'est donc la marmotte qui hiberne le pus longtemps en hibernant 210 jours ($30 \times 7 = 210$).

404 Hérisson (3)

Énigme

Un hérisson se promène dans les allées de ce jardin en partant de A.
Il peut passer plusieurs fois par le même carrefour, mais il ne doit pas emprunter plus d'une fois la même allée.
Il ne revient pas obligatoirement au point A.

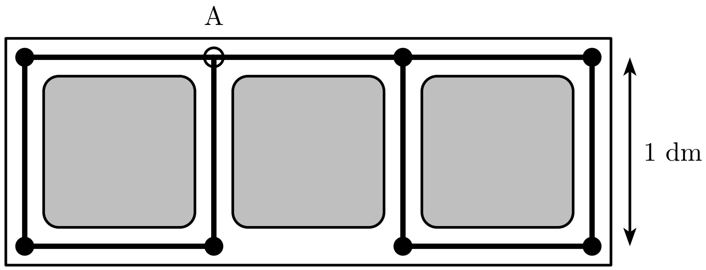
Quelle distance parcourra-t-il, au maximum ?



« 2. Le hérisson », 24ème Championnat des Jeux Mathématiques et logiques, Demi-finale suisse, 2010

Il parcourra au maximum 9 mètres.

Voici un exemple de parcours long de 9 mètres :



405 Héron

Énigme

Castor a quatre amis : une souris, une loutre, un lapin et un héron.
Malheureusement, il a du mal à se souvenir de leurs prénoms.
Castor vous explique que :

- les prénoms sont Adia, Andréa, Alain et Aman ;
- le prénom de la souris comporte deux voyelles exactement ;
- le prénom de la loutre ne comporte pas de « r » ;
- le prénom du lapin comporte moins de lettes que celui de la loutre.

Quel est le prénom du héron ?

« Le prénom du héron », Concours *Castor informatique*, 2011

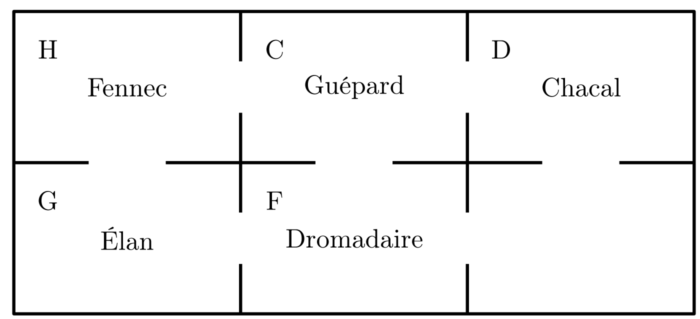
- Le prénom de la souris comporte deux voyelles exactement ; un seul prénom a deux voyelles : « Aman ».
- Le prénom de la loutre ne comporte pas de « r » ; elle ne s'appelle donc pas « Andréa ». Elle s'appelle soit « Adia » soit « Alain ».
- Le prénom du lapin comporte moins de lettres que celui de la loutre ; ce n'est pas « Andréa », trop long. C'est le plus court des deux prénoms restants, c'est « Adia ».
- La loutre s'appelle donc « Alain ».
- Il reste donc le prénom « Andréa », c'est celui du héron.

406 Hippopotame

Énigme

Ce soir-là, pendant le spectacle, un court-circuit avait plongé dans le noir la ménagerie.
De plus, l'aide-dompteur était nouveau.
La répartition des animaux le lendemain matin est donnée ci-dessous.
Pendant que l'hippopotame rend visite au vétérinaire, l'aide dompteur doit ramener chaque animal dans sa cage (le chacal en C, le dromadaire en D, l'élan en E, ...).
Une trappe permet à l'animal de passer dans une cage voisine de celle où il se trouve.
Il ne peut pas y avoir plus d'un animal par cage.

Quel nombre minimal de changements de cage faut-il opérer pour que chacun des cinq animaux retrouve la sienne ?



« Quel animal pour qui ? », Rallye mathématique 2014-2015, Épreuve 1 — CE2, Académie de Versailles

Déplacement 1 : le dromadaire se déplace vers la droite.

Déplacement 2 : l'élan se déplace vers la droite.

Déplacement 3 : le fennec se déplace vers le bas.

Déplacement 4 : le guépard se déplace vers la gauche.

Déplacement 5 : le chacal se déplace vers la gauche.

Déplacement 6 : le dromadaire se déplace vers le haut.

Déplacement 7 : l'élan se déplace vers la droite.

Déplacement 8 : le fennec se déplace vers la droite.

Déplacement 9 : le guépard se déplace vers le bas.

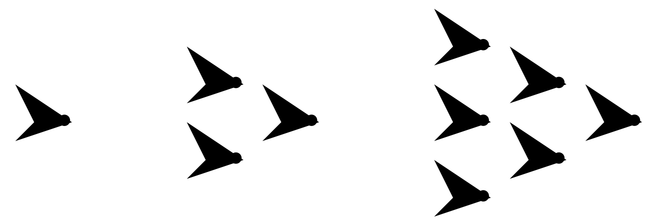
Le chacal fera au minimum 1 déplacement. Le fennec fera au minimum 2 déplacements (soit en passant par C, soit en passant par G), le guépard aussi (soit en passant par F, soit en passant par H). Le dromadaire en fera 2 (soit en passant par E, soit en passant par C) et l'élan 2 (en passant par F). Ce qui en tout fait 9 déplacements.

407 Hirondelle (1)

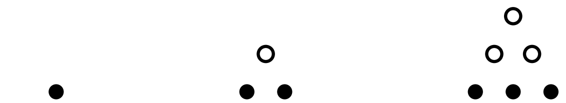
Énigme

Jeannot voit des hirondelles passer et repasser dans le ciel.
« Tu as vu, Papi, les hirondelles volent en triangle...
Ça alors, en volant dans l'autre sens, elles ont réussi à se séparer en deux autres triangles !
— C'est vrai, dit Pépé, il arrive même qu'elle puissent former de trois façons différentes deux triangles ! »

Si ce nombre d'hirondelles est inférieur à 300, à quel nombre fait référence Pépé ?



On définit la suite T de nombres triangulaires de la façon suivante : $T_1 = 1$, $T_2 = 3$, $T_3 = 6$, $T_4 = 10$, etc. Ces nombres peuvent être représentés comme ci-dessous :



$T_1 = 1$ $T_2 = 3$ $T_3 = 6$

Le problème consiste donc à trouver un nombre triangulaire T_p inférieur ou égal à 300 qui puisse s'écrire comme deux sommes de deux nombres triangulaires T_m et T_n .

Dans le tableau ci-dessous, chaque entier n est suivi du nombre triangulaire T_n correspondant.

1	1	5	15	9	45	13	91	17	153	21	231
2	3	6	21	10	55	14	105	18	171	22	253
3	6	7	28	11	66	15	120	19	190	23	276
4	10	8	36	12	78	16	136	20	210	24	300

Le lecteur pourra établir les résultats suivants où les nombres triangulaires sont rangés dans l'ordre croissant :

m	n	p	T_p	m	n	p	T_p	m	n	p	T_p
2	2	3	6	8	10	13	91	6	20	21	231
3	5	6	21	5	14	15	120	12	17	21	231
5	6	8	36	9	13	16	136	9	21	23	276
4	9	10	55	11	14	18	171	11	20	23	276
6	9	11	66	14	14	20	210	14	18	23	276

Le nombre triangulaire T_{23} , égal à 276, est la solution cherchée :
$T_{23} = T_9 + T_{21} = T_{11} + T_{20} = T_{14} + T_{18}$.

Il y a 276 oiseaux.

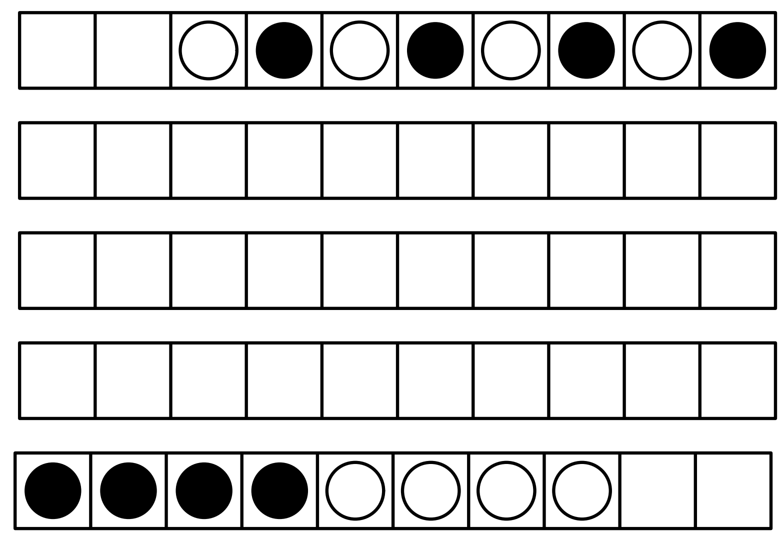
Remarque. Il est parfois possible de continuer la décomposition. Par exemple, le tableau ci-dessus donne $T_{11} = T_6 + T_9$ et $T_{20} = T_{14} + T_{14}$. On déduit : $T_{23} = T_6 + T_9 + T_{14} + T_{14}$. De plus, $T_6 = T_3 + T_5$ et $T_3 = T_2 + T_2$. Donc $T_{23} = T_2 + T_2 + T_5 + T_9 + T_{14} + T_{14}$.

408 Hirondelle (2)

Énigme

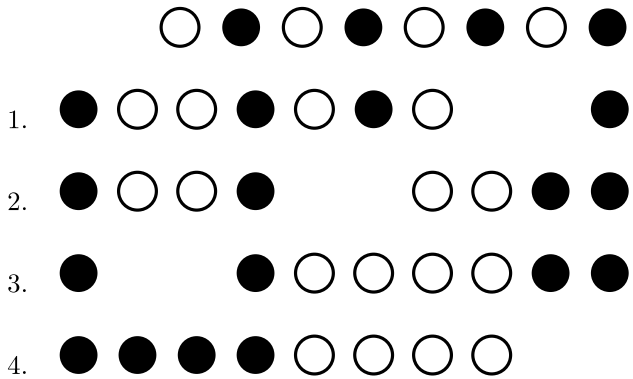
Quatre hirondelles mâles et quatre hirondelles femelles sont alignées sur un fil : il y a un mâle puis une femelle puis un mâle puis une femelle puis etc.
Est-ce le printemps qui les rend joyeuses ?
Les hirondelles se mettent à changer de place !
Lorsque deux hirondelles situées l'une à côté de l'autre changent de place, elles se mettent deux places vides, sans changer leur ordre relatif.

Trouver les étapes successives permettant de placer côte à côte les quatre hirondelles mâles et aussi côte à côte les quatre hirondelles femelles.



Ce problème est une adaptation d'un problème connu sous le nom de « problème de Tait ». Tait, savant anglais avait donné ce problème dans lequel il utilisait quatre « souverains » et quatre « shiling ».

Il faut 4 étapes pour arriver au bout :



409 Hirondelle (3)

Énigme

Des hirondelles se reposent sur des fils télégraphiques.
Cinq s'envolent, puis trois reviennent.
Il y en a alors douze sur les fils.

Combien d'hirondelles y avait-il au début sur les fils ?
A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 14

« Sur le fil », Série 8*,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **E**

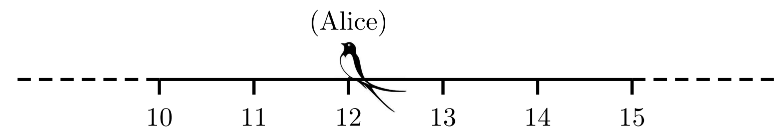
5 hirondelles se sont envolées et seulement 3 sont revenues.
Il y en a donc 2 de moins sur le fil qu'au début.
Comme il y en a maintenant 12, c'est qu'au début il y en avait $12+2 = 14$.

410 Hirondelle (4)

Énigme

Trois hirondelles (Alice, Babette et Claudie) se reposent le long de la ligne des nombres.
Alice se trouve sur le nombre 12, Babette sur le nombre 34 et Claudie juste au milieu entre Alice et Babette.

Sur quel nombre se trouve Claudie ?
A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24



« 9. 11. Trois hirondelles », Série 9**,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **D**

$34 - 12 = 22$.
Il y a 22 unités entre Alice et Babette.
La moitié de 22 est 11.
Claudie est donc 11 nombres après Alice.
$12 + 11 = 23$.
Claudie est sur le 23.
(Et on a bien $23 + 11 = 34$.)

411 Hirondelle (5)

Énigme

Six couples d'hirondelles ont élu domicile, comme chaque printemps, dans des nids situés sous la toiture de la grange de la ferme.
Chaque couple (le mâle et la femelle) a cinq petits (en moyenne).
En automne, les petits ont grandi et ils sont devenus de jeunes adultes.
Avant de regagner les pays chauds pour y passer l'hiver, ils se gavent tous de mouches (c'est leur repas préféré) pendant les quarante jours précédant ce long voyage.
Chaque hirondelle gobe, en moyenne, 25 mouches par jour.

Combien de mouches ces hirondelles ont-elles avalées ?

« 4. Au-dessus de la grange », *Concours Bombyx*, Quart de finale, CM2, 2010

Six couples d'hirondelles et leurs 5 petits par nid, cela fait 12 parents et 30 petits donc 42 oiseaux.
$(42 \times 25) \times 40 = 42\,000$
Ces hirondelles ont avalé 42 000 mouches.

412 Hirondelle (6)

Énigme

Alors qu'Arthur et Benoît se promènent dans les vignes, il commence à se faire tard.
En passant près d'un petit plan d'eau, ils observent le va-et-vient des hirondelles en train de se délecter de petites mouches.
« Au fait, dit Arthur à Benoît, j'ai une devinette à te proposer : Une hirondelle gobe, en moyenne, vingt-cinq mouches par jour.
— J'ai noté !, répond en souriant Benoît.
— Chaque couple d'hirondelles a, en moyenne, cinq petits par couvée. On suppose les petits devenus assez grands pour se nourrir par leurs propres moyens.
— Aïe ! Ça se complique !, soupire Benoît.

— Voilà ma question, poursuit imperturbablement Arthur : combien chaque couple d'hirondelles et leurs petits gobent-ils de mouches pendant les quarante jours précédant leur départ vers les pays chauds pour y passer l'hiver ? »

« 1. Devinette d'Arthur sur les hirondelles », *Concours Bombyx*, Demi-finale, CM2, 2008

25 mouches par jour et par hirondelle.
Une famille est constituée de 7 hirondelles.
$25 \times 7 = 175$
Une famille gobe 175 mouches en un jour.
$175 \times 40 = 7\,000$
Chaque couple d'hirondelles et leurs petits gobent 7 000 mouches pendant les quarante jours précédant leur départ vers les pays chauds.

413 Hyène

Énigme

Sept zèbres, treize hyènes et deux lions se retrouvent seuls dans Maths-Savane.
Les hyènes peuvent manger les zèbres.
Les lions peuvent manger les hyènes et les zèbres.
Maths-Savane est fantastique :

- si une hyène mange un zèbre, alors elle se transforme en lion ;
- si un lion mange une hyène, alors il se transforme en zèbre ;
- si un lion mange un zèbre, alors il se transforme en hyène.

Quelque temps plus tard, aucun animal ne peut en manger un autre, un équilibre est atteint.
Le nombre d'animaux restants est le plus grand possible.

Quel est-il ?

« 8. La savane », 29ème Championnat des Jeux Mathématiques et logiques, Finale, Jour 1, 2015

	Zèbres	Hyènes	Lion
	7	13	2
a fois	-1	-1	$+1$
b fois	$+1$	-1	-1
c fois	-1	$+1$	-1
Résultat final	$7-a+b-c$	$13-a-b+c$	$2+a-b-c$

Après chaque opération, le nombre de zèbres et le nombre de hyènes restent de même parité.

En fonction de la situation de départ, l'équilibre est atteint lorsque chacun de ces deux nombres est 0.
En les additionnant à la fin, $20-2\,a=0$ donne $a=10$.
Puis $b-c=3$.

Le nombre de lions à la fin, $2+a-b-c=2+a-(b-c)-2\,c=9-2\,c$, est le plus grand possible pour $c=0$.

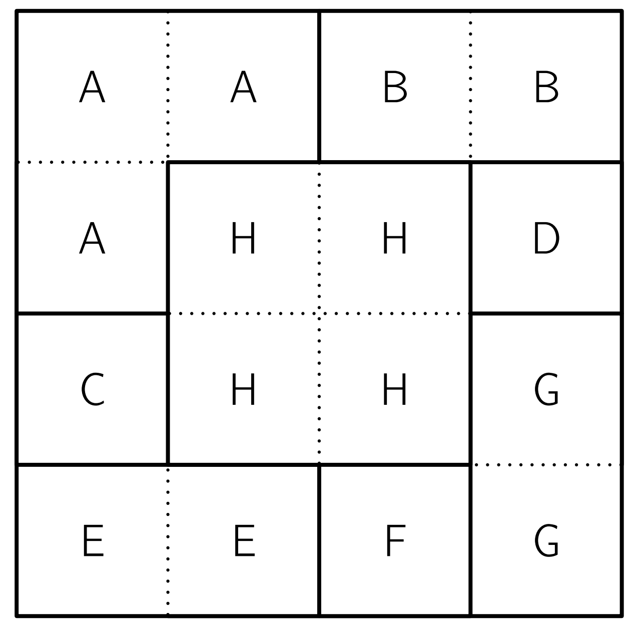
Il reste donc 9 animaux.

414 Imagier

Énigme

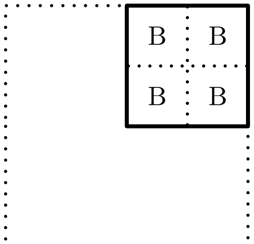
Marguerite réalise un imagier d'animaux pour son petit frère Pierrot, sous forme de cartes.
Elle colle chaque image sur un morceau de carton fin carré puis, au dos, elle écrit seize fois l'initiale de l'animal.
Elle pose ensuite la carte sur le tas de cartes déjà réalisées ; chaque carte recouvre en partie celle qu'elle vient de poser.
Elle a déjà construit une carte avec un âne, un bélier, un canard, un dindon, un escargot, une fourmi, une grenouille et une hirondelle.

Retrouve l'ordre dans lequel elle a posé les huit cartes.

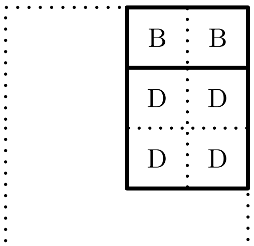


D'après un défi du Tournoi de St Michel en l'Herm, 1993

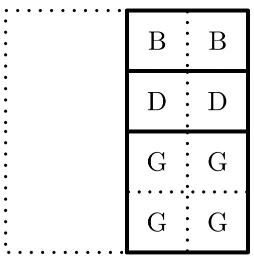
1. Bélier



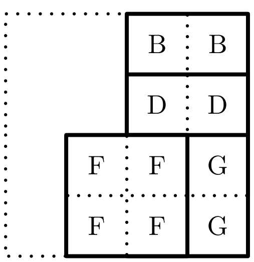
2. Dindon



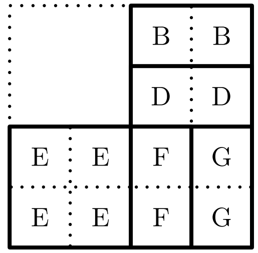
3. Grenouille



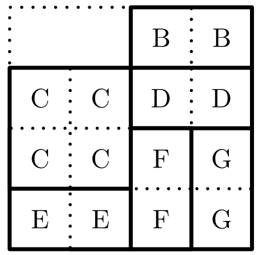
4. Fourmi



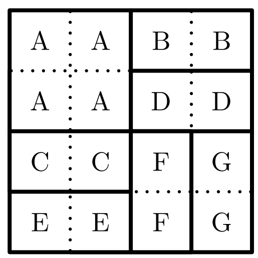
5. Escargot



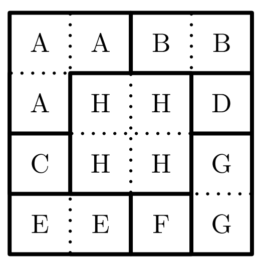
6. Canard



7. Âne



8. Hirondelle

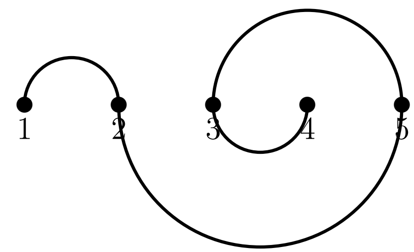


415 Isard

Énigme

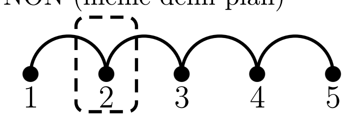
Gaspard l'isard dispose de cinq endroits alignés, régulièrement espacés, pour se poser à la fin d'un vol.
Assez curieusement, Gaspard aime bien aller dans les cinq endroits en allant d'un endroit à un autre en décrivant un demi-cercle !
De plus, il repart d'un endroit en changeant de demi-plan de vol délimité par l'alignent et n'aime pas couper sa ligne de col.
(Un exemple de vol est donné ci-dessous)

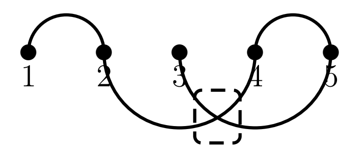
Déterminer l'ensemble de tous les vols possibles partant de l'endroit 1.



1 2 5 3 4

NON (même demi-plan)

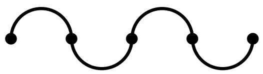




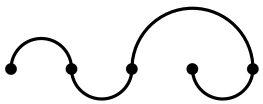
NON (coupure de la ligne de vol)

D'après « Les enroulements et les spirales », *Avec des nombres et des lignes, Récréations mathématiques*, André Sainte-Laguë, p. 152, Éd. Vuibert, 1937

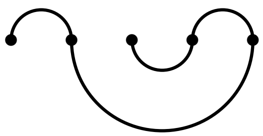
Il y a 10 vols solutions (aux symétries près).



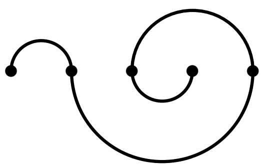
1 2 3 4 5



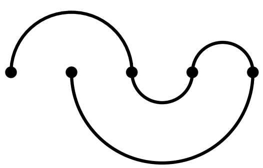
1 2 3 5 4



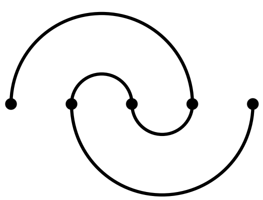
1 2 5 4 3



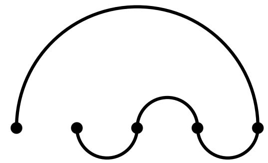
1 2 5 3 4



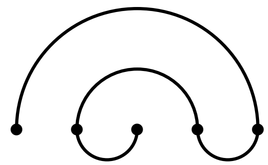
1 3 4 5 2



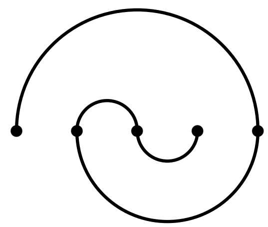
1 4 3 2 5



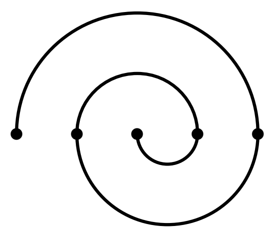
1 5 4 3 2



1 5 4 3 2



1 5 2 3 4



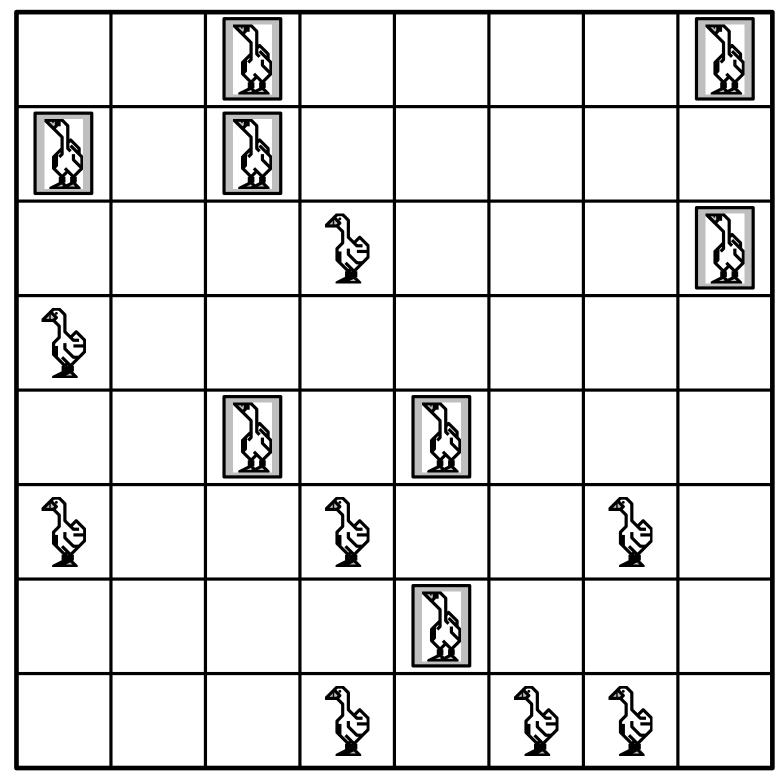
1 5 2 4 3

416 Jars

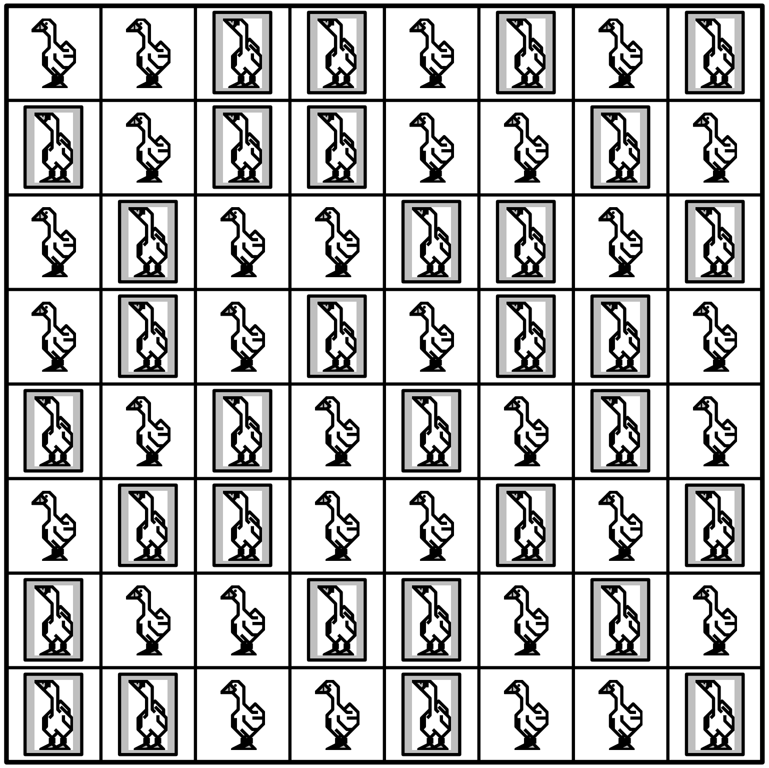
Énigme

Compléter la grille suivante avec des jars et des oies sachant que :

1. il y a autant d'oies  et de jars  dans chaque ligne et chaque colonne ;
2. il n'y a pas plus de deux oies ou jars l'un à côté de l'autre ou l'un en-dessous de l'autre ;
3. il n'y a pas deux lignes ou deux colonnes identiques.



Le principe de ce jeu est celui du *takuzu*.



		1					1
1		1					
			0				1
0							
		1		1			
0			0			0	
				1			
			0		0	0	

0	0	1	1	0	1	0	1
1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0	1

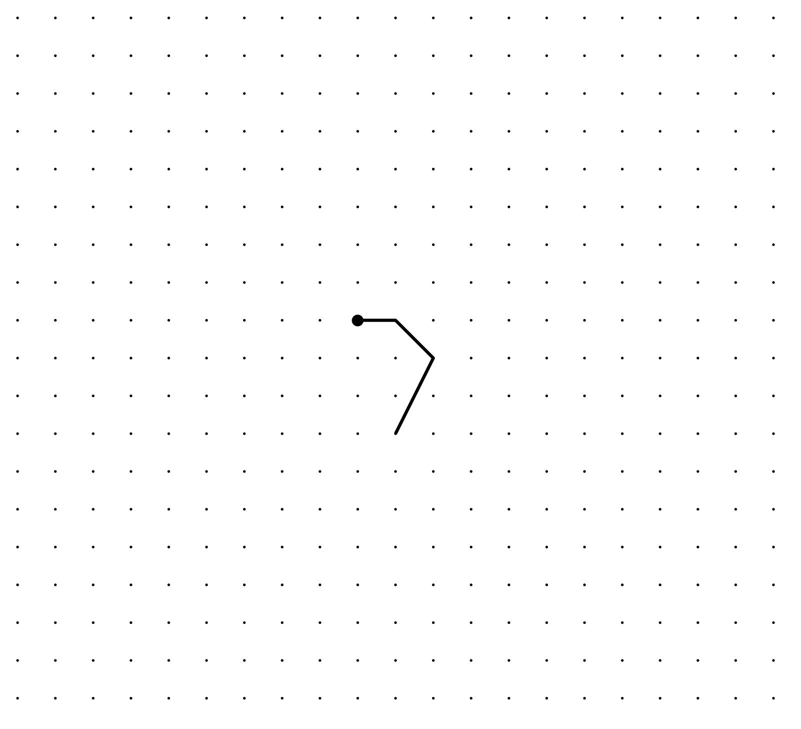
417 Kangourou (1)

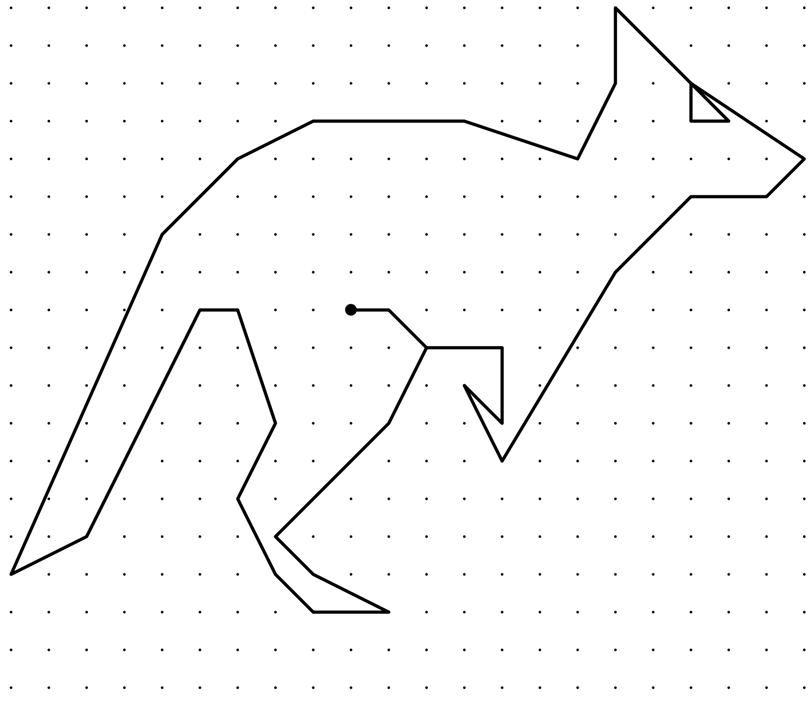
Énigme

Eymeric te donne son dessin de kangourou sous forme du codage ci-dessous.
Le premier nombre du couple donne le déplacement horizontal (négatif vers la gauche et positif vers la droite) et le second, le déplacement vertical (négatif vers le bas et positif vers le haut) à faire depuis le dernier point.

Le début est fait ; termine le tracé.

- (1,0) (1,−1) (−1,−2) (−3,−3) (1,−1) (2,−1) (−2,0) (−1,1) (−1,2) (1,2) (−1,3) (−1,0) (−3,−6) (−2,−1) (4,9) (2,2) (2,1) (4,0) (3,−1) (1,2) (0,2) (2,−2) (1,−1) (−1,0) (0,1) (3,−2) (−1,−1) (−2,0) (−2,−2) (−3,−5) (−1,2) (1,−1) (0,2) (−2,0)





418 Kangourou (2)

Énigme

Un kangourou a dans sa poche 3 chaussettes blanches, 2 chaussettes noires et 5 chaussettes grises.
Sans regarder, il veut en prendre une paire.

Quel nombre minimum de chaussettes lui faut-il sortir pour être sûr qu'il en a bien deux de la même couleur ?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 7 E) 10

Kangourou des mathématiques, Catégorie Benjamins, 1996, n° 12

Réponse C.

Il y a trois couleurs différentes de chaussettes.

Le kangourou doit donc prendre une chaussette de chaque couleur, plus une.

Il doit donc prendre au minimum 4 chaussettes.

419 Kangourou (3)

Énigme

Un kangourou est enrhumé.
Il utilise des mouchoirs carrés de 25 cm de côté..
En huit jours, il a utilisé 3 m^2 de tissu.

Combien a-t-il, en moyenne, utilisé de mouchoirs par jour ?

A) 1 B) 3 C) 6 D) 18 E) 24

Kangourou des mathématiques, Catégorie Benjamins, 1996, n° 20

Réponse C.

3 m^2 sont égaux à 30 000 cm^2.

L'aire d'un mouchoir est égale à $25 \times 25 = 625$ cm^2.

Le kangourou a donc utilisé en 8 jours un nombre de mouchoirs égal à $30\,000 \div 625$, c'est-à-dire 48.

Il a donc utilisé, en moyenne, $48 \div 8 = 6$ mouchoirs par jour.

420 Kangourou (4)

Énigme

Au départ, il y a plusieurs kangourous dans un enclos.
Un kangourou dit « nous sommes 6 kangourous dans cet enclos » puis saute hors de l'enclos.
Puis, chaque minute, un kangourou dit « tous ceux qui sont sortis avant moi sont des menteurs », et saute hors de l'enclos, jusqu'à ce que l'enclos soit vide.

Combien de kangourous ont dit la vérité ?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Kangourou des maths, 2004, Épreuve Cadets, n° 18

Réponse B.

S'il y a 6 kangourous dans l'enclos, le premier dit la vérité et tous les autres mentent.
S'il y a un autre nombre de kangourous dans l'enclos, le premier kangourou ment, mais le deuxième dit la vérité en disant que celui qui l'a précédé a menti.
Et donc tous les kangourous suivants vont mentir.
Donc, dans tous les cas, un seul kangourou dit la vérité.

421 Kangourou (5)

Énigme

Plus de 800 kangourous ont couru la *Kangourou Hop*.
35 % étaient des femelles et il y avait 252 kangourous mâles de plus que de kangourous femelles.

Combien au total y avait-il de kangourous dans la course ?

A) 802 B) 810 C) 822 D) 824 E) 840

Kangourou des mathématiques, Épreuve « 4ème - 3ème », 2017

Réponse E.

35 % étaient des femelles, donc 65 % étaient des mâles.

Les 252 kangourous mâles de plus que les femelles correspondent donc à 65 % − 35 % soit 30 % du nombre total de kangourous.

Le nombre total de kangourous est donc $\dfrac{252 \times 100}{30}$, soit 840.

422 Kangourou (6)

Énigme

Un kangourou va parcourir un cercle où sont disposées dans le sens des aiguilles d'une montre : une poire (en position 1) et six pommes (aux positions 2, 3, 4, 5, 6 et 7).
Le kangourou choisit un fruit, le mange, puis avance de 7 fruits restants, dans le sens des aiguilles d'une montre, mange le fruit sur lequel il tombe, avance de 7 fruits restants et ainsi de suite jusqu'à manger le dernier fruit.

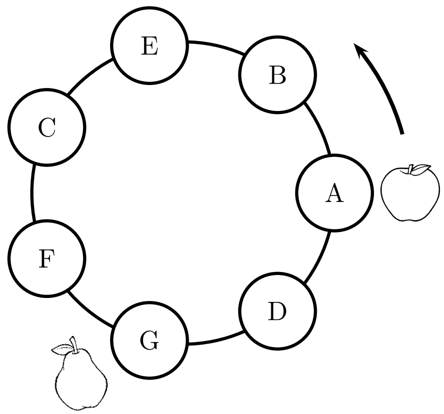
Quel est le numéro de la pomme par laquelle il doit commencer, pour finir son repas par la poire ?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

Kangourou des mathématiques, Épreuve « Lycée », 2009

Réponse B.

En commençant à la pomme A (voir dessin ci-dessous), les fruits successivement mangés seront B, C, D, E, F et G.



Si la poire (en G) porte le numéro 1, alors la pomme par où commencer se situe deux fruits plus loin dans le sens des aiguilles d'une montre et porte le numéro 3.

423 Kangourou (7)

Énigme

Le kangourou Jumpy s'est entraîné pour les Olympiades.
Son saut le plus long à l'entraînement a été de 50 dm 50 cm et 50 mm.
Le saut avec lequel il a remporté la médaille d'or était encore meilleur de 123 cm.

Quelle est la longueur du saut avec lequel il a gagné ?

A) 6 m 78 cm	B) 5 m 73 cm	C) 5 m 55 cm
D) 11 m 28 cm	E) 7 m 23 cm	

« Le saut gagnant ! », Série 7***,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **A**

50 dm = 5 m et 50 mm = 5 cm
Donc son saut le plus long à l'entraînement a été de 5 m 55 cm.

123 cm = 1 m 23 cm
Donc le saut avec lequel il a remporté la médaille d'or a été de 5 m 55 cm + 1 m 23 cm = 6 m 78 cm.

424 Kangourou (8)

Énigme

Kangourou veut fabriquer une couverture « en patchwork » formée de carrés de tissus (10 carrés dans la largeur et 15 dans la longueur).
À chaque point de rencontre de 4 carrés, Kangourou veut coudre un bouton.

Combien de boutons devra-t-il coudre ?
A) 150 B) 104 C) 126 D) 140 E) 135

« Des boutons ! », Série 3***,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **C**

Il y a $10 - 1 = 9$ séparations de carrés dans la largeur et $15 - 1 = 14$ dans la longueur.
Cela fait 9×14 points de rencontre, soit 126.

425 Kangourou (9)

Énigme

Sophie dessine des kangourous avec quatre crayons de couleur utilisés toujours dans le même ordre :
un bleu, un vert, un rouge, un noir,
un bleu, un vert, un rouge, un noir, etc.

De quelle couleur est le 17$^{\text{ème}}$ kangourou ?

A) bleu B) vert C) rouge
D) noir E) on ne peut pas savoir

« Bleu, vert, rouge, noir », Série 7*,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **A**

Les couleurs alternent suivant un cycle de quatre couleurs.
Comme $17 = 4 \times 4 + 1$, le dix-septième kangourou sera bleu comme le premier.

426 Kangourou (10)

Énigme

La famille Kangourou (le père, la mère et leur fils) loue un canoë à trois places.

De combien de manières différentes peuvent-ils s'asseoir dans le canoë l'un derrière l'autre ?
A) 9 B) 8 C) 6 D) 4 E) 3

« 5. 6. Le canoë », Série 5*,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **C**

En notant P le père, M la mère et F le fils, on a les six ordres possibles :
PMF, PFM, MPF, MFP, FPM et FMP.

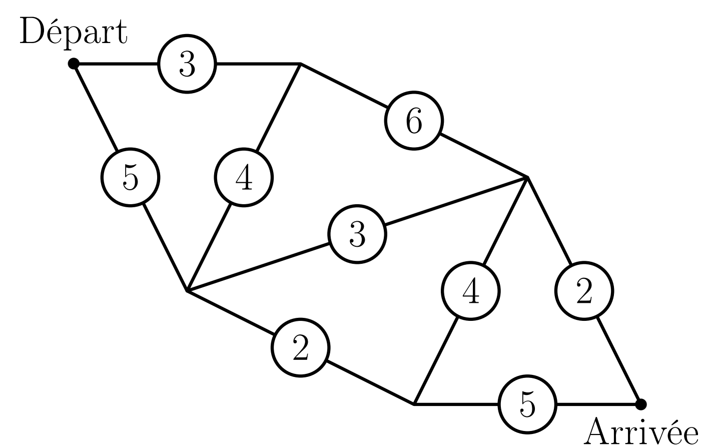
427 Kangourou (11)

Énigme

Du « Départ » à l'« Arrivée », le kangourou choisit le chemin où il aura à sauter le moins d'obstacles possibles.
Le nombre placé sur un chemin indique le nombre d'obstacles sur ce chemin.

Combien devra-t-il en sauter ?

A) 11 B) 8 C) 10 D) 18 E) 6



« 2. 8. Obstacles », Série 2*,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **C**

On peut arriver aux deux premières intersections directement ou en utilisant l'autre départ possible et le segment de quatre obstacles ; ici le plus court chemin est toujours le chemin direct et on peut donc ignorer le segment joignant les deux premières intersections.
En raisonnant de même à partir de l'« Arrivée », on écarte le deuxième segment de quatre obstacles.
Il ne reste que quatre chemins possibles : $3 + 6 + 2 = 11$ (« direct » en haut), $3 + 6 + 3 + 2 + 5 = 19$ (le « zig-zag »), $5 + 2 + 5 = 12$ (« direct » en bas) et $5 + 3 + 2 = 10$ (par la « diagonale »), qui est le chemin avec le moins d'obstacles.

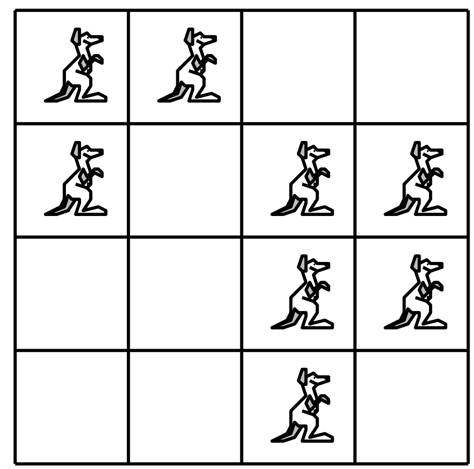
428 Kangourou (12)

Énigme

Huit cases de la grille ci-dessous sont occupées par des kangourous. On voudrait qu'il y ait exactement deux kangourous par les ligne et par colonne.

Quel est le plus petit nombre de kangourous devant sauter d'une case à une autre (pas forcément voisine) ?

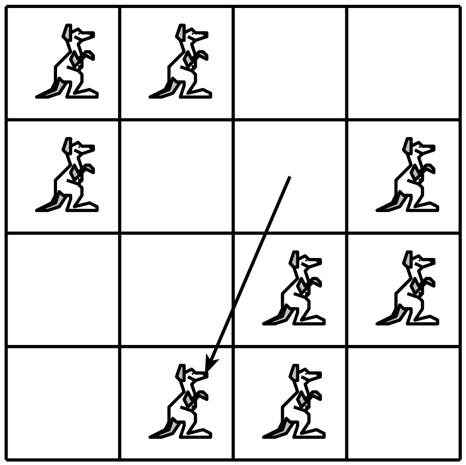
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



« 9. 6. Deux kangourous », Série 9*,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **B**

Il suffit de faire bouger un seul kangourou : le kangourou de la case située en deuxième ligne et troisième colonne doit sauter sur la case située en quatrième ligne et deuxième colonne.



429 Kangourou (13)

Énigme

Une boîte contient sept cartes.
Chacun des nombres de 1 à 7 est écrit sur une carte (un seul nombre sur chaque carte).
Le kangourou prend au hasard trois cartes dans la boîte ; puis le singe en prend deux et il en reste donc deux dans la boîte.
Alors le kangourou regarde ses cartes et, sûr de lui, dit au singe : « Je sais que la somme des nombres écrits sur tes cartes est un nombre pair. »

Quelle est donc la somme des nombres écrites sur les cartes prises par le kangourou ?
A) 10 B) 12 C) 6 D) 9 E) 15

Kangourou des mathématiques, Collèges - Lycées, 2008

Réponse **B**

La somme d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre impair.

Si le kangourou est sûr que la somme des nombres écrits sur les deux cartes du singe est un nombre pair, c'est qu'il est sûr, après avoir pris ses trois cartes, que les quatre cartes qui restaient étaient soit toutes paires soit toutes impaires.

Comme parmi les nombres de 1 à 7, il y a trois nombres pairs (2, 4 et 6) et quatre nombre impairs (1, 3, 5 et 7), c'est que le kangourou a pris les trois cartes portant les nombres pairs.

$2 + 4 + 6 = 12$. La somme cherchée est 12.

430 Kangourou (14)

Énigme

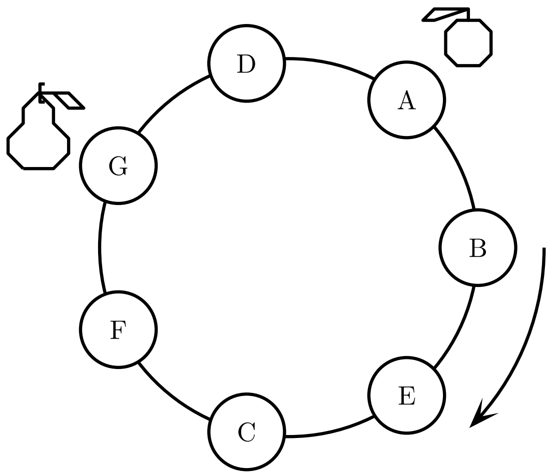
Un kangourou va parcourir un cercle où sont disposés dans le sens des aiguilles d'une montre une poire (en position 1) et six pommes (aux positions 2, 3, 4, 5, 6 et 7).
Le kangourou choisit un fruit, le mange puis avance de 7 fruits restants, dans le sens des aiguilles d'une montre, mange le fruit sur lequel il tombe, avance de 7 fruits restants et ainsi de suite jusqu'à manger le dernier fruit.

Quel est le numéro de la pomme par laquelle il doit commencer pour finir son repas par la poire ?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

Concours Kangourou des mathématiques,« Épreuve Juniors », 2009

Réponse **B**

En commençant à la pomme A (voir dessin ci-dessous), les fruits successivement mangés seront B, C, D, E, F et G.



Si la poire (en G) porte le numéro 1, alors la pomme par où commencer se situe deux fruits plus loin dans le sens des aiguilles d'une montre et porte le numéro 3.

431 Kangourou (15)

Énigme

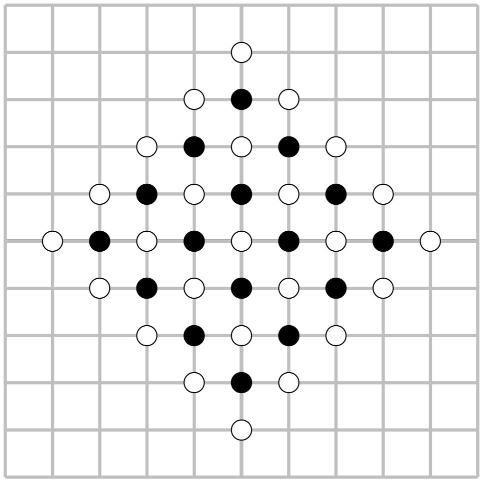
Un kangourou est assis à l'origine d'un système de coordonnées orthonormé.
Il peut sauter d'une unité verticalement ou horizontalement dans les deux sens des axes.

Sur combien de points peut se retrouver le kangourou après 10 sauts ?
A) 121 B) 100 C) 400 D) 441 E) 396

Concours Kangourou des mathématiques,« Épreuve Juniors », 2009

Réponse **A**

Après chaque saut, les positions possibles du kangourou sont à l'intérieur de carrés dont les côtés suivent les diagonales du quadrillage.
Sur l'exemple ci-dessous, le kangourou peut se trouver sur l'un des 4×4 points noirs après 3 sauts et sur l'un des 5×5 points noirs après 4 sauts.



Ainsi, après n sauts, le kangourou peut se trouver sur $(n+1)^2$ points différents.
Après 10 sauts, il peut donc se retrouver sur 11^2, soit 121 points.

432 Kangourou (16)

Énigme

2 009 kangourous qui sont soit clairs soit sombres comparent leurs tailles.
On constate qu'un certain kangourou clair est plus grand qu'exactement huit kangourous sombres, qu'un autre kangourou clair est plus grand qu'exactement neuf kangourous sombres, qu'un autre kangourou clair est plus grand qu'exactement dix kangourous sombres, et ainsi de suite jusqu'au dernier kangourou clair qui est plus grand que tous les kangourous sombres.

Quel est le nombre de kangourous clairs ?
A) 1 000 B) 1 001 C) 1 002 D) 1 003
E) cette situation est impossible

Concours Kangourou des mathématiques,« Épreuve Étudiants », 2009

Réponse **B**

Soit n le nombre de kangourous clairs et k_1 , k_2 , ..., k_n leurs tailles dans l'ordre.
Chacun étant plus grand qu'un nombre différents de kangourous sombres, tous les kangourous clairs ont des tailles différents : $k_2 < k_2 < \cdots < k_n$.
Plaçons maintenant les kankpirous sombres.
Il y en a huit de taille inférieure à k_1 et il y a un kangourou sombre entre k_1 et $_2$, un entre k_2 et k_3 , et ainsi de suite jusqu'à k_n .
Il y a donc $8 + (n - 1)$ kangourous sombres.
Et $2\,009 = n + 8 + (n - 1)$, soit $n = 1\,001$.
Il y a 1 001 kangourous clairs.

433 Kangourou (17)

Énigme

Les 24 animaux de Lola sont de trois sortes : des vaches, des chats et des kangourous.
Trois quarts ne sont pas des vaches et deux tiers ne sont pas des chats.

Combien Lola a-t-elle de kangourous ?
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Concours Kangourou des mathématiques, 2019, Sujet C

Réponse **D**

Un quart des animaux sont des vaches, soit 6.
Et un tiers sont des chats, soit 8.
Les autres animaux sont les kangourous et il y en a $24 - 6 - 8$, soit 10.

434 Kangourou (18)

Énigme

La somme des âges d'un groupe de kangourous est 36 ans.
Dans deux ans, la somme de leurs âges sera 60 ans.

Combien y a-t-il de kangourous dans ce groupe ?
A) 10 B) 12 C) 15 D) 20 E) 24

Concours Kangourou des mathématiques, 2019, Sujet B

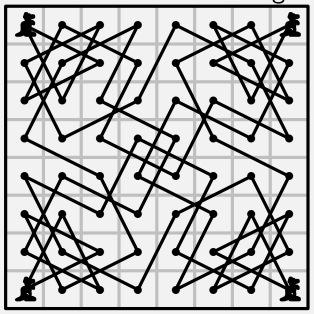
Réponse **B**

En deux ans, la somme des âges a augmenté de $60 - 36 = 24$ ans. Chaque kangourou ayant deux ans de plus, le nombre de kangourous est $24 \div 2$, soit 12.

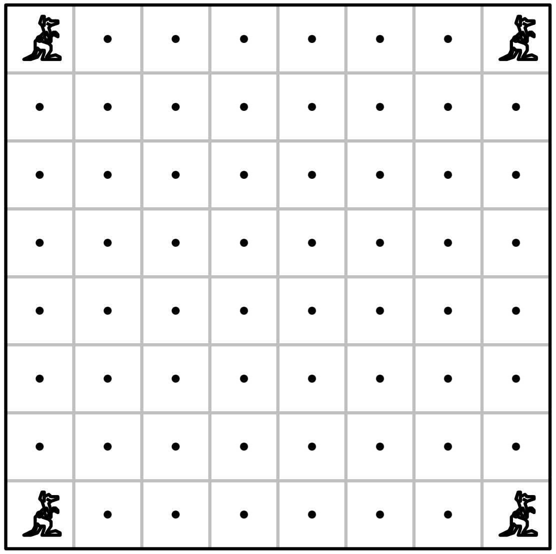
435 Kangourou (19)

Énigme

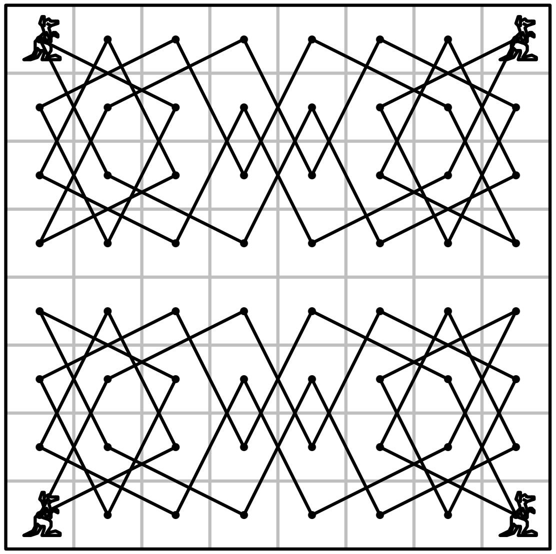
Chacun des quatre kangourous est allé faire son saut du matin, et en seize sauts consécutifs de cavalier n'a visité que quinze champs différents et est revenu dans son coin.
Aucun champ n'a été visité par plus d'un des kangourous.
Le diagramme montre comment ils ont arrangé les choses.



Ce que vous êtes invité à faire est de montrer comment ils auraient pu exécuter l'exploit sans qu'aucun kangourou ne traverse la ligne horizontale qui divise le carré en deux parties égales.



« 337. Les quatre kangourous »,
Amusements in Mathematics, Henry Ernest Dudeney, 1917



436 Kangourou (20)

Énigme

Un papa Kangourou vit avec ses 3 enfants.
Ils décident de tout en votant.
Mais, chacun dispose d'un nombre de voix égal à son âge.
Le père a 36 ans, les enfants ont 13, 6 et 4 ans, ce qui fait que le père gagne toujours.

Dans combien d'années, au plus tôt, les enfants seront-ils sûrs de remporter tous les votes s'ils sont d'accord entre eux ?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 13 E) 14

Kangourou des mathématiques, 2020, Sujet B, n° 17

Chaque année, les enfants gagnent 3 voix au total, alors que le papa Kangourou en gagne une seule.
Les enfants rattrapent ainsi 2 voix par année.
Ils ont à rattraper $36 - (13 + 6 + 4)$, soit 13 voix.
Cela arrivera dans 7 ans.
Le papa aura alors 43 ans et les enfants auront 20, 13 et 11 ans, soit 44 ans à eux trois.

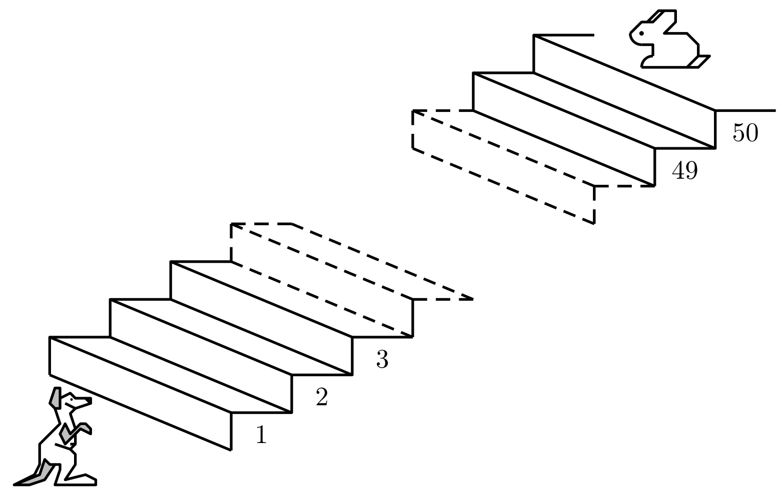
Réponse C

437 Kangourou (21)

Énigme

Un kangourou et un lapin sont en bas et en haut d'un escalier de 50 marches comme le montre la figure.
Chaque seconde, le kangourou monte 7 marches et le lapin en descend 3.

Sur quelle marche vont-ils se rencontrer ?
A) la 28 B) la 35 C) la 36 D) la 41 E) la 42



Kangourou des mathématiques, 2020, Sujet E, n° 15

À chaque seconde, le kangourou et le lapin se rapprochent de $7 + 3$ soit 10 marches.
Puisqu'ils sont, au début, éloignés de 50 marches, ils se trouveront sur la même marche au bout de 5 secondes.
Et alors, le kangourou aura monté 7×5 soit 35 marches.
Le numéro cherché est donc 35.
(Remarque : le lapin, lui, aura descendu 3×5 soit 15 marches et on a bien $50 - 15 = 35$.)

Réponse B

438 Kangourou (22)

Énigme

Une mère kangourou quitte la tanière avec son petit dans la poche et traverse la clairière pour atteindre le cours d'eau.
Elle avance régulièrement en faisant des bonds de 8 m chacun.
Elle revient ensuite par le même chemin, toujours avec des bonds de 8 m.
À mi-chemin, cependant, elle s'arrête, laisse le bébé quitter la poche et continue le chemin en sautant avec lui jusqu'à la tanière, avec des sauts réguliers de 4 m chacun.
Finalement, la mère kangourou a fait pour l'aller et le retour 135 bonds en tout, entre les bonds de 8 m et ceux de 4 m.

Combien de mètres a parcouru le petit kangourou en sautant sur ses propres pattes ?

« 14. Des bonds de kangourou », 25$^{\text{ème}}$ Rallye mathématique transalpin, Finale, Cat. 7, 8, 9, 10, Mai 2017

Méthode 1

Puisque la mère kangourou suit le même trajet à l'aller et au retour, la distance parcourue est la même à l'aller et au retour.
La mère va faire sur la deuxième moitié du trajet retour des bonds moitié moins longs que ceux réalisés jusque-là et que donc pour rejoindre la tanière, elle fera sur ce tronçon le double de nombre de bonds de celui qu'elle a fait sur la première moitié du trajet retour.
À l'aller, tout comme sur la deuxième moitié du trajet retour, le nombre de bonds de la maman kangourou correspond au double du nombre de bonds effectués sur la première moitié du trajet retour. En tout, il y a donc 5 fois ce dernier nombre.
On déduit que, sur une moitié du trajet, on peut faire $135 \div 5 = 27$ bonds de 8 m ou 54 ($= 27 \times 2$) bonds de 4 m.
On conclut que le petit kangourou a sauté seul sur une distance de 54×4 m $= 216$ m.

Méthode 2

Le parcours est formé de quatre parties dont les trois premières sont chacune parcourues en faisant le même nombre de bonds et la dernière en en faisant le double.
On procède ensuite par essais organisés. Par exemple :
$15 + 15 + 15 + 30 = 75$; $25 + 25 + 25 + 50 = 125$;
$26 + 26 + 26 + 52 = 130$; $27 + 27 + 27 + 54 = 135$.
Le petit kangourou a sauté seul sur 54×4 m $= 216$ m.

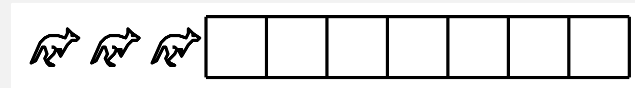
Méthode 3

On désigne par N désigne le nombre de bonds de 8 m faits à l'aller, $N \div 2$ est alors le nombre de bonds effectués dans la première moitié du trajet retour $N = 2\,N \div 2$ et $N = 2\,N \div 2$ est le nombre de bonds faits dans la deuxième moitié du trajet retour.
On a alors $2\,N + \frac{1}{2}\,N = 135$. D'où $N = 135 \div 2,5 = 54$.
Donc le petit kangourou parcourt $54 \div 2 \times 8 = 216$ m.

439 Kangourou (23)

Énigme

La figure montre 3 kangourous et 7 cases alignées.



De combien de manières peut-on placer les 3 kangourous dans 3 cases différentes sans avoir 2 kangourous dans 2 cases voisines ?
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

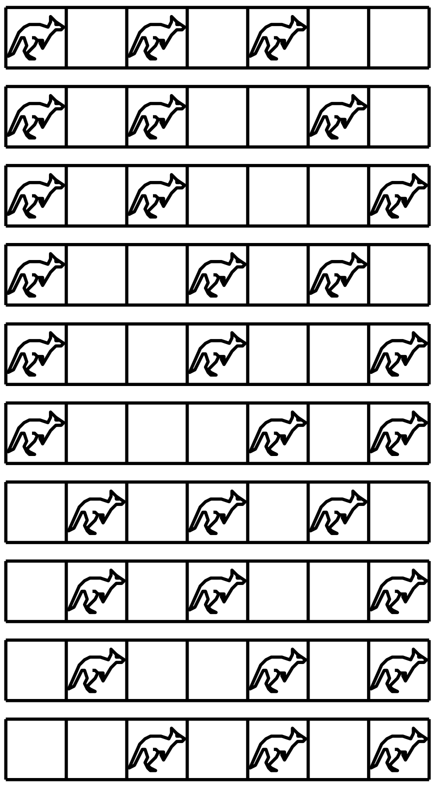
Kangourou des mathématiques, Sujet B, 2015, n° 24

Réponse **D**

Numérotons les cases de 1 à 7 (de la case blanche la plus à gauche, numérotée 1, à la case gris foncé la plus à droite numérotée 7).

- Il y a 6 placements possibles avec un kangourou dans la case 1, les autres étant dans 3 et 5, ou 3 et 6, ou 3 et 7, ou 4 et 6, ou 4 et 7, ou 5 et 7.
- Il y a 3 placements possibles avec un kangourou dans la case 2, les autres étant dans 4 et 6, ou 4 et 7, ou 5 et 7.
- Il n'y a qu'un placement possible sans kangourou dans les deux premières cases : ils ont alors dans 3, 5 et 7.

Au total, il y a 10 manières de placer les kangourous comme indiqué.



440 Kangourou (24)

Énigme

Dans un groupe de kangourous, les trois plus lourds pèsent 60 % du poids total du groupe et les deux plus légers 25 %.

Combien y a-t-il de kangourous dans le groupe ?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 15 E) 20

Kangourou des mathématiques, Sujet C, 2010, n° 20

Réponse **A**

Le poids pour le reste du groupe, en dehors des 3 les plus lourds et des 2 les plus légers représente $100\,\% - 60\,\% - 25\,\%$, soit $15\,\%$ du poids total. Ces $15\,\%$ étant inférieurs au poids des deux plus légers, ce ne peut être que le poids d'un seul kangourou.
Et il y a donc en tout, $3 + 2 + 1$, soit 6 kangourous.

441 Kangourou (25)

Énigme

Neuf kangourous sont exceptionnels : ce sont les seuls à être argentés ou dorés.
Lorsque trois de ces kangourous se rencontrent par hasard, il y a deux chances sur trois qu'aucun ne soit argenté.

Combien de kangourous exceptionnels sont dorés ?
A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 8

Kangourou des mathématiques, Série S, 2014, n° 23

Réponse **E**

Une « rencontre » entre 3 kangourous est un ensemble de 3 kangourous.
Le nombre total de « rencontres » possibles est $\dfrac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2}$.
Soit k le nombre de kangourous dorés ; le nombre total de « rencontres » possibles avec uniquement des kangourous dorés est $\dfrac{k \times (k-1) \times (k-2)}{3 \times 2}$.
La probabilité que deux kangourous dorés se rencontrent est donc :
$\dfrac{k \times (k-1) \times (k-2)}{9 \times 8 \times 7} = \dfrac{2}{3}$.
D'où $k \times (k-1) \times (k-2) = 8 \times 7 \times 6$.
Et $k = 8$.

442 Kangourou (26)

Énigme

Huit kangourous sont placés en ligne comme dessiné.
Dès que deux kangourous sont nez à nez, ils doivent échanger leur place, en continuant à regarder dans la même direction : on appelle cet échange un *hophop*.

Combien de *hophops* auront eu lieu quand plus aucun *hophop* ne sera possible ?

A) 2 B) 10 C) 12 D) 13 E) 16

Kangourou des mathématiques, Série P, 2017, n° 20

Réponse **D**

Seulement trois kangourous se dirigent vers la gauche.
Pour n'être plus nez à nez avec un kangourou se dirigeant vers la droite, le premier devra échanger avec trois kangourous et chacun des deux derniers avec cinq kangourous.
Il y aura donc $3+5+5$, soit 13 échanges.

443 Kangourou (27)

Énigme

Dans l'enclos, il y a des koalas, des kangourous roux et des kangourous gris.
Un huitième des animaux de l'enclos sont des koalas.
Trois septièmes des kangourous sont gris.

Quelle fraction des animaux de l'enclos représentent les kangourous roux ?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{3}{7}$

Kangourou des mathématiques, Série J, 2017, n° 10

Réponse **A**

Si un huitième des animaux sont des koalas alors sept huitièmes sont des kangourous.
Et si trois septièmes des kangourous sont gris alors quatre septièmes des kangourous sont roux.
Les kangourous roux représentent donc $\dfrac{7}{8} \times \dfrac{4}{7}$, soit $\dfrac{1}{2}$ de l'ensemble des animaux de l'enclos.

444 Kangourou (28)

Énigme

Dans un parc, il y a 100 kangourous, 45 mâles et 55 femelles.

Quelle est la probabilité d'avoir une femelle et un mâle en choisissant au hasard deux kangourous de ce parc ?

A) $\dfrac{1}{2}$ B) $\dfrac{1}{4}$ C) $\dfrac{3}{5}$ D) $\dfrac{9}{20}$ E) $\dfrac{11}{20}$

Kangourou des mathématiques, 2017, Sujet P, n° 24

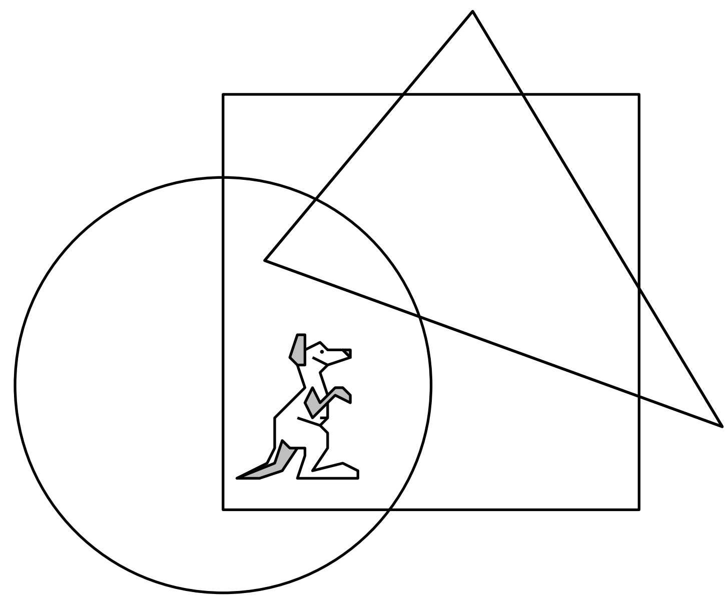
Réponse **A**

Le nombre de manières de choisir un mâle et une femelle est 45×55.
Le nombre total de possibilités de choisir deux kangourous est $\dfrac{100 \times 99}{2}$.
La probabilité cherchée vaut donc :
$\dfrac{2 \times 45 \times 55}{100 \times 99} = \dfrac{2 \times 5 \times 9 \times 5 \times 11}{2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 9 \times 11} = \dfrac{1}{2}$.

445 Kangourou (29)

Énigme

Où se trouve le kangourou ?
A) Á l'intérieur du cercle et du triangle mais hors du carré.
B) Á l'intérieur du cercle et du carré mais hors du triangle.
C) Á l'intérieur du triangle et du carré mais hors du cercle.
D) Á l'intérieur du cercle mais hors du carré et du triangle.
E) Á l'intérieur du carré mais hors du cercle et du triangle.



Kangourou des mathématiques, Écoliers, 2009, n° 2

Réponse **B**

Á l'intérieur du cercle et du carré mais hors du triangle.

446 Kangourou (30)

Énigme

Mathilde a dessiné 36 kangourous en utilisant trois crayons de couleur. 25 kangourous contiennent du jaune, 28 du brun et 20 du noir ; il n'y a que 5 kangourous qui contiennent les trois couleurs.

Combien de kangourous unicolores Mathilde a-t-elle dessinés ?

A) aucun	B) 4	C) 12
D) 31	E) On ne peut pas savoir	

Kangourou des mathématiques, Étudiants, 2008, n° 23

Réponse **B**

Soit x le nombre de kangourous que Mathilde a dessinés avec une seule couleur.
On a 5 kangourous avec trois couleurs et donc $36 - 5 - x$ kangourous avec deux couleurs.
En comptant, de deux manières, le nombre de couleurs, on a :
$x + 2\,(31 - x) + 3 \times 5 = 25 + 28 + 20 = 73$.
Et $x = 4$.

447 Kangourou (31)

Énigme

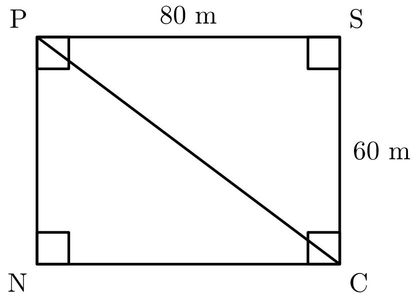
Dans le parc des kangourous, le cyprès, le noyer, le platane et le sapin sont les sommets d'un rectangle.
La distance du sapin au cyprès est 60 mètres, celle du noyer au cyprès est 80 mètres.
Le platane est plus proche du sapin que du cyprès.

Quelle est la distance du platane au cyprès ?
A) 80 m B) 100 m C) 120 m D) 140 m
E) il est impossible de le savoir sans davantage d'informations

Kangourou des mathématiques, 2018, Sujet C, n° 17

Réponse **B**

Les arbres sont placés comme le montre la figure ci-dessous (ou symétriquement).



La distance entre le platane et le cyprès (PC) est donc la longueur de l'hypoténuse du triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit sont 80 m (PS) et 60 m (SC).
Cette distance est donc 100 m.

448 Kangourou (32)

Énigme

Des cartes sont alignées comme ceci :

R	A	G	N	U	U	K	O	O

Le but du jeu est de former le mot « KANGOUROU ».
Un coup consiste à échanger deux cartes quelconques.

Quel nombre minimum de coups faut-il pour obtenir « KANGOUROU » ?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Kangourou des mathématiques, 2014, Sujet E, nº 14

Réponse **B**

Il y a 6 lettres qui ne sont pas à leur place.
On ne peut donc pas réussir en moins de 3 coups.
Et on peut arriver au mot KANGOUROU en 3 coups :

- on échange les cartes R et K et on obtient KAGNUUROO (1$^{\text{er}}$ coup),
- puis on échange G et N pour obtenir KANGUUROO (2$^{\text{ème}}$ coup),
- enfin on échange le premier U avec le dernier O et on obtient le mot KANGOUROU (3$^{\text{ème}}$ coup).

449 Kangourou (33)

Énigme

Il y a 15 animaux dans le parc : des koalas, des autruches et des kangourous.
On en compte 10 qui ne sont pas des koalas et 8 qui ne sont pas des autruches.

Combien y a-t-il de kangourous dans le parc ?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 10

Kangourou des mathématiques, 2019, Sujet C, n$^{\text{o}}$ 17

Si 10 animaux ne sont pas des koalas, c'est que $15 - 10$ soit 5 animaux sont des koalas.
Si 8 animaux ne sont pas des autruches, c'est que $15 - 8$ soit 7 animaux sont des autruches.
Il y a donc $15 - 5 - 7$ soit 3 kangourous.

Réponse C

450 Kangourou (34)

Énigme

Un kangourou a remarqué que, chaque hiver, son poids augmente de 5 % et que, chaque été, il diminue de 4 kg.
Au printemps et en automne, son poids ne varie pas.
Au printemps 2008, il pèse 100 kg.

Combien pesait-il durant l'automne 2004 ?
A) 92 kg B) 93 kg C) 94 kg D) 96 kg E) 98 kg

Kangourou des mathématiques, 2008, Sujet E, n° 19

Réponse **A**

En une année complète (hiver, printemps, été et automne), le poids du kangourou augmente de 1 kg ($+5+0-4+0=1$).
Si au printemps 2008 il pèse 100 kg, il pèsera, après avoir perdu 4 kg l'été qui suit, 96 kg à l'automne 2008.
4 années plus tôt, durant l'automne 2004, il pesait 4 kg de moins puisqu'il a pris 1 kg par an.
$96-4=92$. Il pesait donc alors 92 kg.

451 Kangourou (35)

Énigme

Le gardien du zoo peint le mot **KANGOUROU** sur une pancarte.
Il peint une lettre chaque jour.
Il commence un jeudi.

Quel jour peindra-t-il la dernière lettre ?

A) mardi	B) mercredi	C) jeudi
D) vendredi	E) samedi	

Kangourou des mathématiques, 2011, Sujet B, n° 3

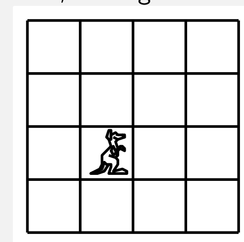
Réponse **D**

K	jeudi
A	vendredi
N	samedi
G	dimanche
O	lundi
U	mardi
R	mercredi
O	jeudi
U	vendredi

452 Kangourou (36)

Énigme

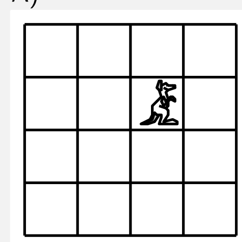
Sur le quadrillage ci-dessous, le kangourou est à sa position de départ.



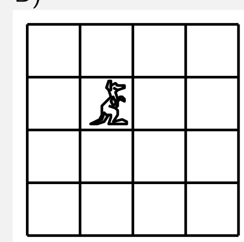
Il saute d'une case à droite puis d'une case vers le haut, puis d'une case à gauche.

Quelle dessin montre sa position finale ?

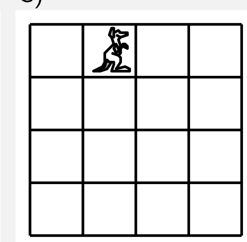
A)



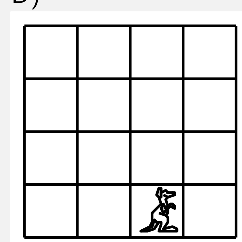
B)



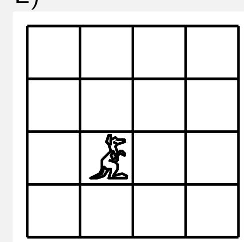
C)



D)

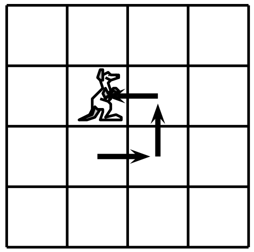


E)



Kangourou des mathématiques, 2011, Sujet E, n° 3

Réponse **B**



453 Kangourou (37)

Énigme

Un kangourou fait 4 bonds en 6 secondes.

En combien de secondes fait-il 10 bonds ?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

Kangourou des mathématiques, 2007, Sujet Benjamins, n° 5

Réponse **C**
Il fait 4 bonds en 6 secondes.
Il fait donc 2 ($= 4 \div 2$) bonds en 3 ($= 6 \div 2$) secondes.
Il fait donc 10 ($= 5 \times 2$) bonds en 15 ($= 5 \times 3$) secondes.

454 Kangourou (38)

Énigme

Quatre kangourous ont des tailles différentes.
A dit : « Je ne suis ni le plus grand ni le plus petit.
B dit : — Je ne suis pas le plus petit.
C dit : — Je suis le plus grand.
D dit : — Je suis le plus petit. »
Un a menti et les trois autres ont dit la vérité.

Qui est le plus grand ?
A) A B) B C) C D) D
E) pour le savoir, il faut plus d'informations

Kangourou des mathématiques, 2018, Sujet P, n^o 24

Réponse **B**

Si A est le seul menteur, alors C et D disent vrai et A ne mentirait pas : impossible.
Si B est le seul menteur, alors il est le plus petit, mais D aussi : impossible.
Si C est le seul menteur, alors D est le plus petit, B est le plus grand car ce ne peut être ni A ni C (ces derniers sont alors $2^{\text{ème}}$ et $3^{\text{ème}}$ en taille sans qu'on ne sache l'ordre).
Si D est le seul menteur, personne ne peut être le plus petit : impossible.
Finalement C ment et B est le plus grand.

455 Kangourou (39)

Énigme

À cloche-pied du pied gauche, Kangourou fait des bonds de 2 m.
À cloche-pied du pied droit, Kangourou fait des bonds de 4 m.
Quand il saute à pieds joints, il fait des bonds de 7 m.

Quel est le nombre minimum de bonds que Kangourou doit faire pour parcourir 1 000 m pile ?

A) 140 B) 144 C) 175 D) 176 E) 150

Kangourou des mathématiques, 2006, Épreuve Cadets, Sujet C, n° 13

Réponse **B**

$1\,000 = 7 \times 142 + 6$; $6 = 4 + 2$
Pour parcourir 1 000 m en le minimum de sauts, Kangourou doit faire 142 sauts à pieds joints, un saut à cloche-pied du pied droit et un saut à cloche-pied du pied gauche, soit 144 sauts.

456 Kangourou (40)

Énigme

À la réunion des mamans kangourous, 60 % des mamans sont venues avec un seul bébé dans la poche, 20 % avec 2 bébés dans la poche et les 5 mamans kangourous restantes avaient 3 bébés dans la poche.

Combien de bébés en tout ont assisté à la réunion ?
A) 25 B) 37 C) 40 D) 85 E) 115

Kangourou des mathématiques, 2006, Épreuve Cadets, Sujet C, n° 14

Réponse **C**

$100\,\% - 60\,\% - 20\,\% = 20\,\%$: les 5 mamans restantes représentent $20\,\%$ du nombre de mamans kangourous venues à la réunion.
Il y avait donc 25 mamans et le nombre de bébés est égal à :
$25 \times \left(\dfrac{60}{100} + 2 \times \dfrac{20}{100}\right) + 5 \times 3 = 15 + 10 + 15 = 40.$

457 Kangourou (41)

Énigme

Une mère kangourou et son bébé Jumpy sautent autour d'un stade de périmètre 330 m.
Chaque seconde, Jumpy fait un bond de 2 m, sa mère fait un bond de 5 m.
Ils partent du même point et dans la même direction.
Après 25 secondes, Jumpy se fatigue et s'arrête alors que sa mère continue de sauter.

Dans combien de temps repassera-t-elle à la hauteur de Jumpy ?
A) 15 s B) 24 s C) 51 s D) 66 s E) 76 s

Kangourou des mathématiques, 2005, Épreuve Juniors, n° 14

Réponse **C**

Jumpy s'arrête à 50 mètres du départ.
Sa mère est alors 75 mètres devant lui.
Elle le retrouvera 255 mètres plus loin, soit 51 secondes plus tard.

458 Kangourou (42)

Énigme

Deux kangourous, Kang et Rourou partent ensemble, du même endroit, dans la même direction.
Ils font un saut par seconde.
Kang fait des bonds réguliers de 6 m de long.
Rourou fait un premier bond de 1 m, le second de 2 m, le troisième de 3 m et ainsi de suite.

Combien de bonds faut-il à Rourou pour rejoindre Kang ?
A) 10 s B) 11 s C) 12 s D) 13 s E) 14 s

Kangourou des mathématiques, 2016, Sujet C, n° 18

Réponse **B**

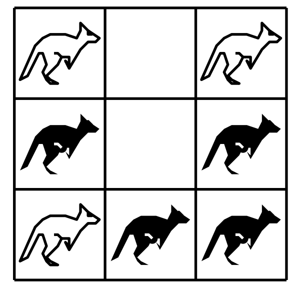
Après 5 bonds, Rourou a un retard de $5+4+3+2+1$, soit 15 m.
Les 6 bonds des deux kangourous sont de la même longueur.
Puis Rourou se rapproche de 1 m (au septième bond), puis de 2 m, puis de 3 m, puis de 4 m, puis de 5 m (au onzième bond).
Rourou rejoindra donc Kang après le 11ème bond.

459 Kangourou (43)

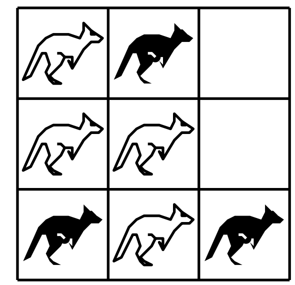
Énigme

Dans quelle figure le nombre de kangourous noirs est-il plus grand que le nombre de kangourous blancs ?

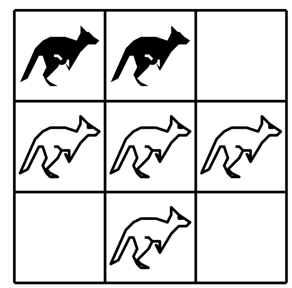
A)



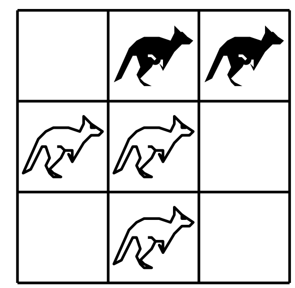
B)



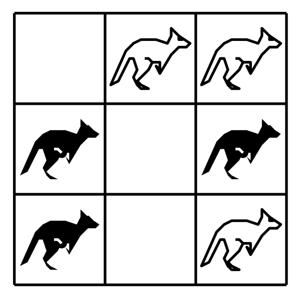
C)



D)



E)



Kangourou des mathématiques, 2013, Sujet E, nº 1

Réponse **A**

Il y 4 kangourous noirs et 3 blancs dans la figure A.
Dans les figure B, C et D, ce sont les blancs les plus nombreux.
Dans la figure E, il y a autant de noirs que de blancs.

460 Kangourou (44)

Énigme

Un kangourou effectuant deux sauts en une seconde et demie (1,5 s) court à une vitesse de 12 km/h, c'est-à-dire qu'il parcourt douze mille mètres en une heure.

Quel est le nombre de sauts qui permet à ce kangourou de parcourir cent mètres ?

« 4. sauts du kangourou », *Concours Bombyx*, Quarts de finale, $4^{\text{ème}}$, 2007

C'est un problème de proportionnalité entre le nombre de sauts effectués, la durée en seconde du parcours et la distance parcourue en mètres.
Une heure vaut 3 600 secondes.

Nombre de sauts	2		
Durée en secondes	1,5	3 600	
Distance en mètres		12 000	100

Il suffit donc de remplir la dernière colonne de ce tableau pour avoir la réponse.
Pour parcourir 100 m, le kangourou effectue 40 sauts.

461 Kangourou (45)

Énigme

Maman Kangourou avait offert cinq boules noires et sept boules blanches à son bébé lorsqu'il était encore dans sa poche.
Aujourd'hui, Bébé Kangourou s'est enfin décidé à sortir.
Mais déjà il pleure : il a pris une boule noire et il en voulait une blanche.
Maman Kangourou plonge alors sa patte dans sa poche et en sort quelques-unes, sans les voir.

Combien doit-elle en sortir, au minimum, pour être certaine d'avoir au moins une boule blanche ?

« 15. Kangourou », 16$^{\text{ème}}$ Championnat des jeux mathématiques et logiques, Finale suisse, 2002

Il reste quatre boules noires (et sept boules blanches) dans la poche.
Elle doit prendre au minimum cinq boules ($5 = 4 + 1$).

462 Kangourou (46)

Énigme

En Australie, de 79 à 88, il est tombé, en moyenne, 631 mm d'eau ; de 80 à 89, ce sont 601 mm qui sont tombés, toujours en moyenne, sur ce pays.
L'année 89 y a été très sèche, puisqu'il n'a plu que 450 mm.

Alors, en 79, les kangourous souffrirent-ils de la sécheresse ?

« É10. Les kangourous ont soif »,
Exos-Malices, Quatrième-troisième-seconde, ACL-Éditions, 1997

Avec des notations évidentes, les données disent :

$$\begin{cases} x_{79} + x_{80} + \cdots + x_{88} = 6\,310 \\ x_{80} + x_{81} + \cdots + x_{89} = 6\,010 \end{cases}$$

Par différence, il vient : $x_{79} - x_{89} = 300$, d'où $x_{79} = 750$.
En 79, les bébés kangourous virent beaucoup d'eau !

463 Kangourou (47)

Énigme

Il y a 5 groupes de kangourous, chaque groupe n'étant composé que de mâles ou que de femelles.
Les groupes sont de 9, 15, 17, 19 et 21 kangourous.
En réunissant 4 de ces groupes, on compte 3 fois plus de femelles que de mâles.

De combien de kangourous se compose le groupe resté à l'écart ?
A) 9 B) 15 C) 17 D) 19 E) 21

Question 18, *Concours Kangourou*, Sujet J, 2021

Réponse **E**

Avec les nombres donnés, les quatre groupes réunis doivent être 1 groupe de mâles et 3 de femelles.

Et s'il y a 3 fois plus de femelles que de mâles, c'est que les mâles représentent un quart du total.

Examinons les possibilités dans un tableau :

Groupe écarté	Total de kangourous réunis	Quart du total des réunis
celui de 9	$81 - 9 = 72$	18
celui de 15	$81 - 15 = 66$	impossible
celui de 17	$81 - 17 = 64$	16
celui de 19	$81 - 19 = 62$	impossible
celui de 21	$81 - 21 = 60$	15

Dans la dernière colonne, seul 15 est l'effectif d'un groupe.

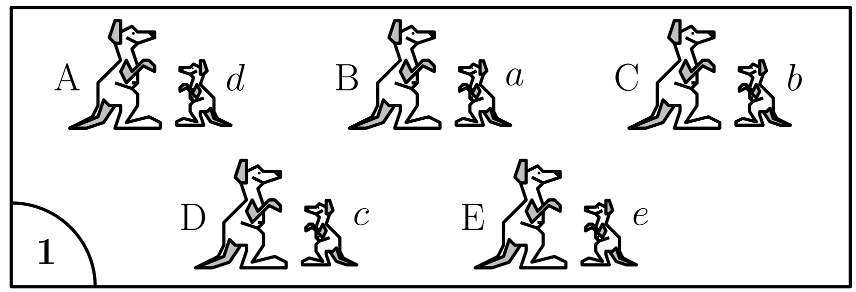
Donc le groupe écarté est celui de 21 kangourous.

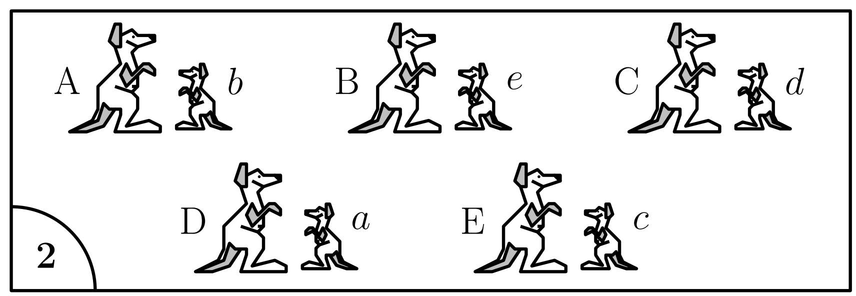
464 Kangourou (48)

Énigme

a, b, c, d et e sont les petits des mamans A, B, C, D et E, chaque maman ayant un petit.
Sur la première image, il y a exactement deux petits à côté de leur maman. Sur la deuxième image, il y a exactement trois petits à côté de leur maman.

Qui est la maman de a ?
A) A B) B C) C D) D E) E





Concours Kangourou, Sujet S, Question 23, 2021

Réponse **D**

Il y a cinq couples « petit et sa maman » sur l'ensemble des des images (deux sur la première, trois sur la seconde).
Comme les couples sur les deux images sont toutes différents, c'est donc que chacun des cinq petits (a, b, c, d et e) est avec sa maman sur l'une ou l'autre des images.
Et donc la maman de a est donc B ou D.
Si c'est B, alors la maman de e, n'étant pas B, est E et la maman de c, n'étant pas E, est D.
Mais c'est impossible car cela ferait trois couples « petit et sa maman » sur la première image.
La maman de a est donc D.
(Les autres couples « petit et sa maman » sont e B, c E, b C et d A.)

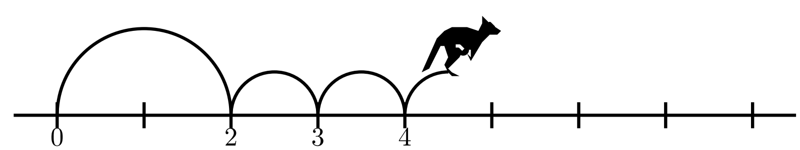
465 Kangourou (49)

Énigme

Kanga fait toujours le même grand saut suivi de deux petits sauts, puis recommence.
La figure montre ses premiers sauts sur la droite des nombres.
Elle commence à 0 et finit à 16.

Combien de sauts fait-elle pour arriver à 16 ?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 12 E) 16



Kangourou des mathématiques, Série E, Question 7, 2022

Réponse **D**

De 0 à 4, Kanga fait 3 bonds (un grand et deux petits).
De 4 à 8, Kanga fait 3 bonds (un grand et deux petits).
De 8 à 12, Kanga fait 3 bonds (un grand et deux petits).
De 12 à 14, Kanga fait 3 bonds (un grand et deux petits).

Elle a fait en tout $3 + 3 + 3 + 3 = 12$ sauts.

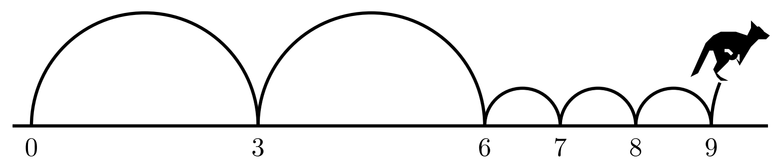
466 Kangourou (50)

Énigme

Kangy saute sur les nombres entiers d'une droite graduée.
Il fait toujours deux grands sauts suivis de trois petits (voir dessin) et répète systématiquement cette même séquence.
Il commence son parcours à 0.

Sur lequel de ces nombres va-t-il passer ?

A) 82 B) 83 C) 84 D) 85 E) 86



Kangourou des mathématiques, Série C, Question 3, 2022

Réponse **C**

Chaque cycle de sauts s'étend sur 9 unités.
Le plus grand multiple de 9 inférieur ou égal à 82 (la plus petite des cinq valeurs proposées) est 81.
À partir de ce nombre 81...

- en faisant le premier saut, il arrive au nombre $81 + 3 = 84$;
- en faisant les deux premiers sauts, il arrive au nombre $81 + 3 + 3 = 87$;
- en faisant les trois premiers sauts, il arrive au nombre $81 + 3 + 3 + 1 = 88$;
- en faisant les quatre premiers sauts, il arrive au nombre $81 + 3 + 3 + 1 + 1 = 89$;
- en faisant les cinq sauts, il arrive au nombre $81 + 3 + 3 + 1 + 1 + 1 = 90$.

Seul 84 fait partie des propositions.
Kangy passera donc sur le nombre 84.

467 Kangourou (51)

Énigme

Les âges d'un groupe de kangourous sont 2, 4, 5, 6, 8 et 10 ans.
La somme des âges de quatre d'entre eux est 22 ans.

Quels sont les âges des deux autres ?

A) 2 et 8 ans B) 4 et 5 ans C) 5 et 8 ans
D) 6 et 8 ans E) 6 et 10 ans

Kangourou des mathématiques, Série E, Question 10, 2022

Réponse **C**

La somme des six âges est $2 + 4 + 5 + 6 + 8 + 10 = 35$ ans.
Puisque la somme des âges de quatre d'entre eux est 22 ans, la somme des âges des deux autres est $35 - 22 = 13$ ans.
Parmi les cinq propositions données, une seule permet d'obtenir cette somme : 5 et 8 ans.

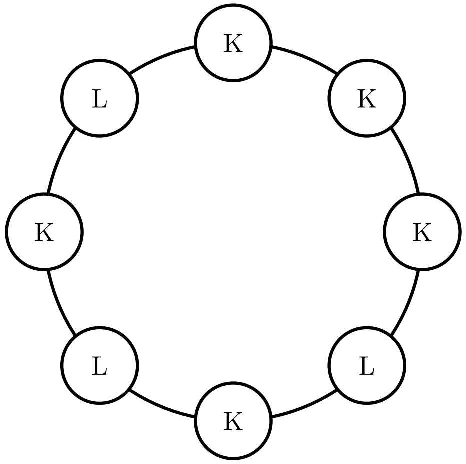
468 Kangourou (52)

Énigme

Trois lièvres font la ronde avec des kangourous.
Trois des kangourous sont côte à côte, mais aucun des lièvres n'est à côté d'un autre lièvre.
Quel est le nombre minimum de kangourous dans cette ronde ?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Question 14, *Concours Kangourou*, Sujet C, 2023

Réponse C



469 Koala (1)

Énigme

Quand il ne dort pas, Koko le koala mange 5 feuilles par heure. Hier, il a dormi 20 heures sur 24.

Combien de feuilles Koko a-t-il mangées hier ?

A) 0 B) 10 C) 20 D) 40 E) 100

Kangourou des mathématiques, Série E, 2014, n° 4

Réponse **C**

Koko n'a pas dormi pendant $24 - 20 = 4$ heures.
Il a donc mangé $5 \times 4 = 20$ feuilles.

470 Koala (2)

Énigme

Le koala tient trois branches d'eucalyptus et, sur chacune, il y a 20 feuilles.
Il commence par manger quelques feuilles de la première branche puis, sur la deuxième, il mange autant de feuilles qu'il n'en reste sur la première branche.
Sur la troisième branche, il mange 2 feuilles.

Combien de feuilles lui reste-t-il en tout ?
A) 20 B) 22 C) 28 D) 32 E) 38

Question 15, *Concours Kangourou*, Sujet E, 2021

Réponse E

La somme des feuilles des première et deuxième branches est égale au nombre de feuilles sur chacune des feuilles, soit 20.

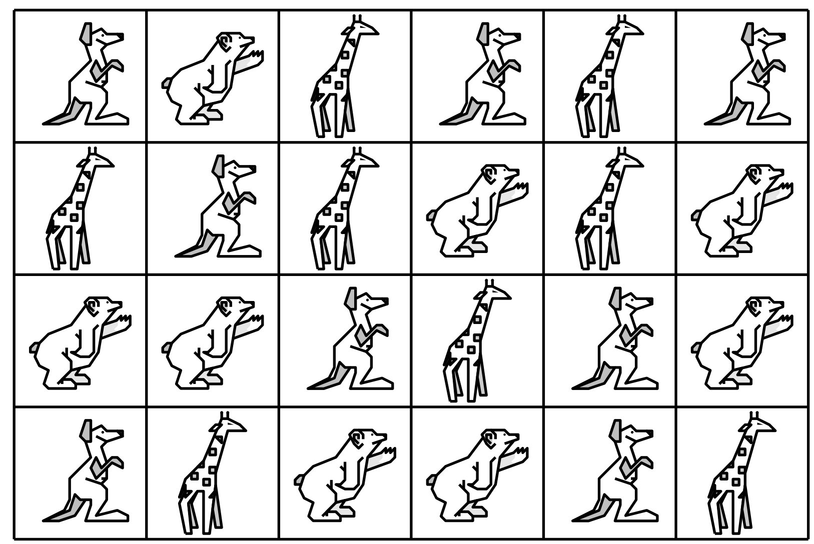
Il en mange 2 sur la troisième branche : il a donc mangé en tout $20+2 = 22$ feuilles.

Comme il y a en tout $3 \times 20 = 60$ feuilles, il lui en reste en tout $60-22 = 38$.

471 Labyrinthe (1)

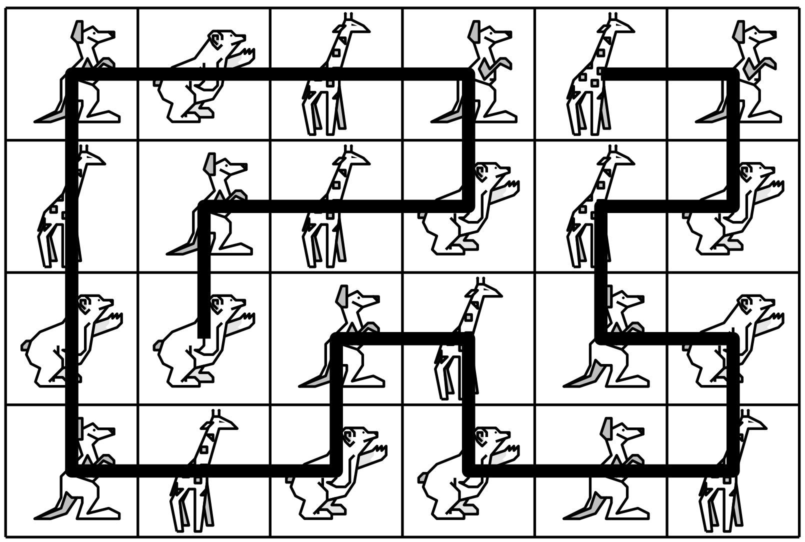
Énigme

Un problème de labyrinthe !
En démarrant d'un animal, en se déplaçant horizontalement ou verticalement, il s'agit de trouver le plus long chemin possible à travers le zoo.
De plus, le chemin doit répéter une séquence de trois animaux, sans faire de boucle.



D'après « Le tribunal des animaux », *Magiques mathématiques !*, C. A. Pickover, Dunod

Voici un chemin possible, traversant 24 zones, qui répète la séquence suivante :

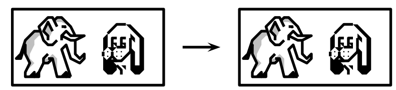


472 Labyrinthe (2)

Énigme

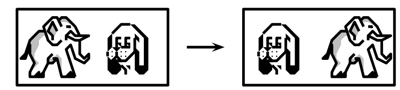
Un problème de labyrinthe !
Tu dois commencer dans une case et créer un chemin continu dans le tableau qui doit traverser toutes les cases. Tu peux aller à gauche, à droite, en haut, en bas, mais ton chemin ne doit pas se recouper.
Deux paires successives d'animaux doivent être différentes *(figure 1)* mais tu peux aller vers une case contenant les mêmes animaux dans un ordre différent *(figure 2)* ou vers un ensemble complètement différent *(figure 3)*.

NON



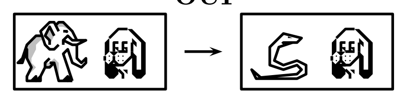
(figure 1)

OUI

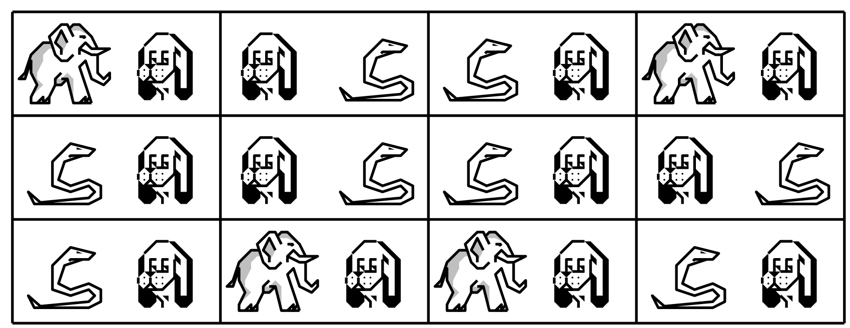


(figure 2)

OUI

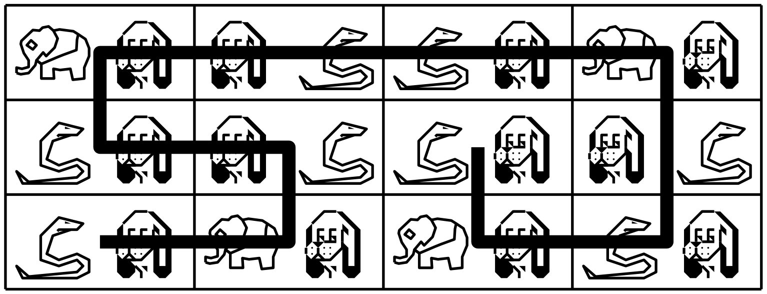


(figure 3)



D'après « Toto, M. Plex et l'éléphant », *Magiques mathématiques !*, C. A. Pickover, Dunod

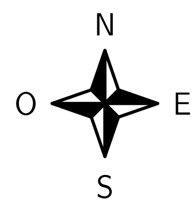
Voici un chemin possible :



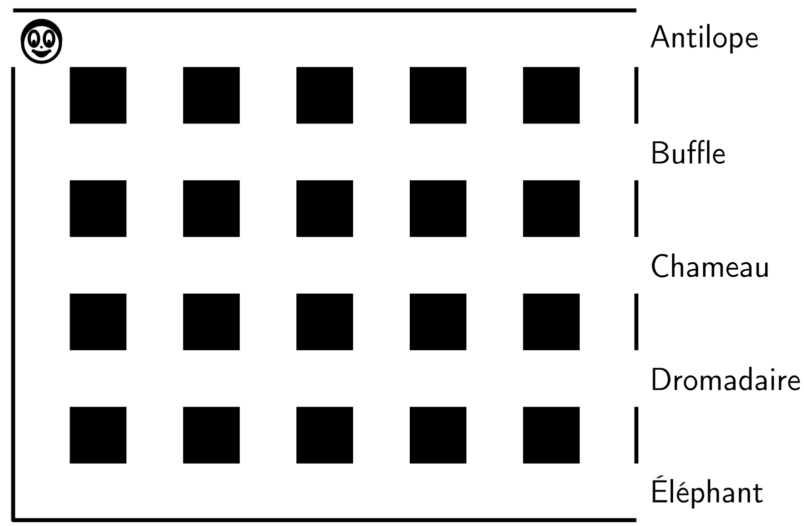
473 Labyrinthe (3)

Énigme

Tristan doit traverser le labyrinthe du zoo en suivant le message ci-dessous.
Vers quel animal arrive-il en sortant du labyrinthe ?

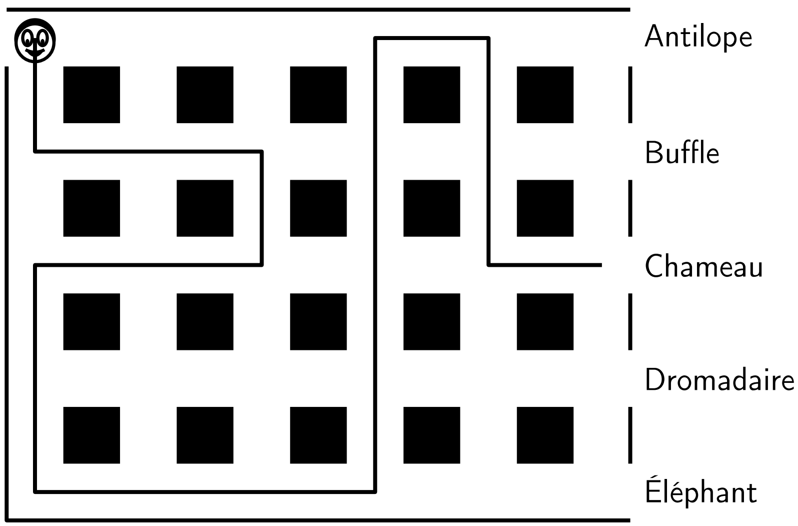


S1 E2 S1 O2 S2 E3 N4 E1 S2 E1



« Promenade au zoo », Rallye mathématique des écoles de Bourgogne et Franche-Comté, Étape 2, 2018

Il arrive vers le chameau :

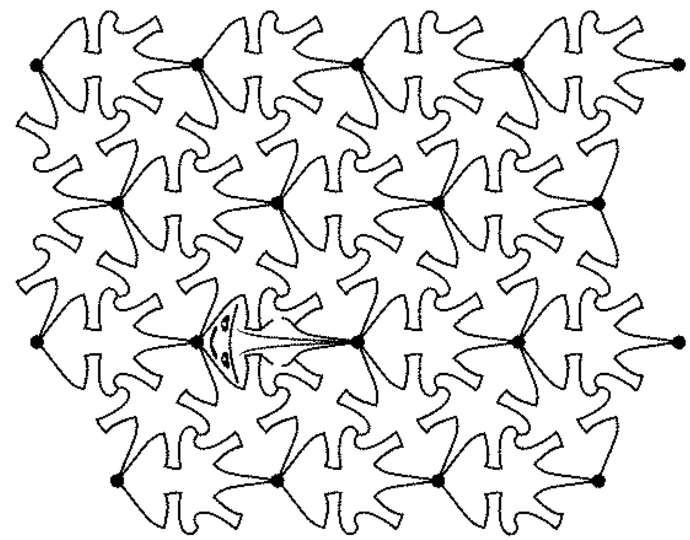


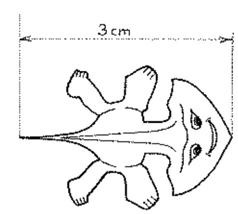
474 *Lacertus planus gregaris*

Énigme

Voici un nid de reptiles d'une espèce rare : le *lacertus planus gregaris*. Ils sont plats, ils ont tous exactement la même silhouette, la même taille, et la propriété remarquable de pouvoir s'assembler sans laisser d'interstice.
L'individu qui a ouvert les yeux mesure exactement 3 centimètres de la pointe de son menton à l'extrémité de sa queue effilée.

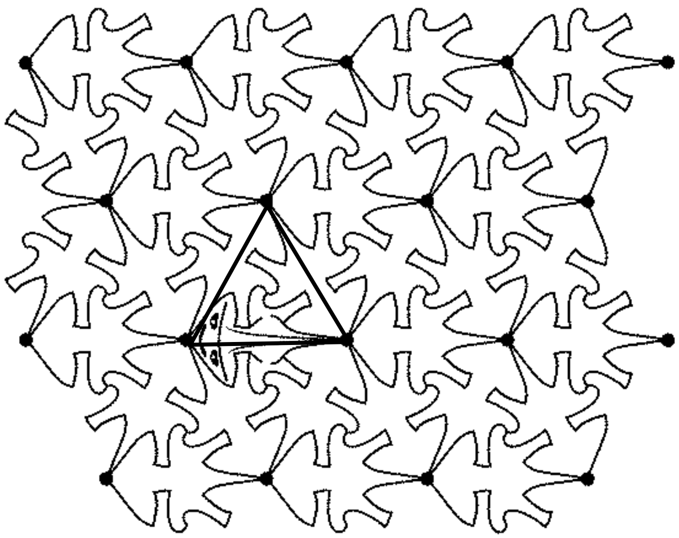
Calculer l'aire de ce sympathique spécimen.





« Nid de reptiles », Rallye mathématique sans frontières, Préparation, $3^{\text{ème}}$-2^{nde}, 1997

Trois demi-reptiles choisis forment un triangle équilatéral de 3 cm de côté.



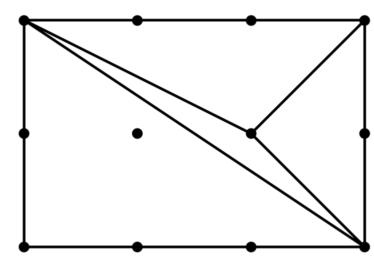
L'aire d'un reptile est donc, en cm^2, égale à $\dfrac{2}{3} \times \left(\dfrac{3}{2} \times \dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right) = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

475 Lama

Énigme

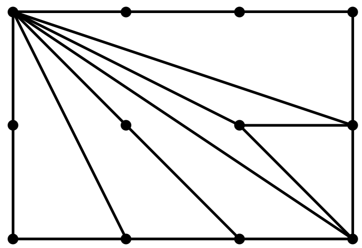
Le rectangle représente un pâturage.
Chacun des douze noeuds du quadrillage régulier 2×3 représente un poteau.
Le rectangle doit être découpé en triangles non plats représentant chacun un enclos pour 1 lama.
Chacun des trois sommets de chaque triangle doit être un nœud du quadrillage.
Deux triangles ne doivent jamais être superposables, même après retournement recto-verso.
La figure donne l'exemple d'un découpage pour 4 lamas.

Pour combien de lamas au maximum un découpage est-il possible ?



« 6. Les lamas », 27$^{\text{ème}}$ Championnat des jeux mathématiques et logiques, Finale, Jour 1, 2013

Un découpage est possible pour 7 lamas au maximum.



476 Lapin (1)

Énigme

Un homme met un couple de lapins dans un lieu isolé de tous les côtés par un mur.

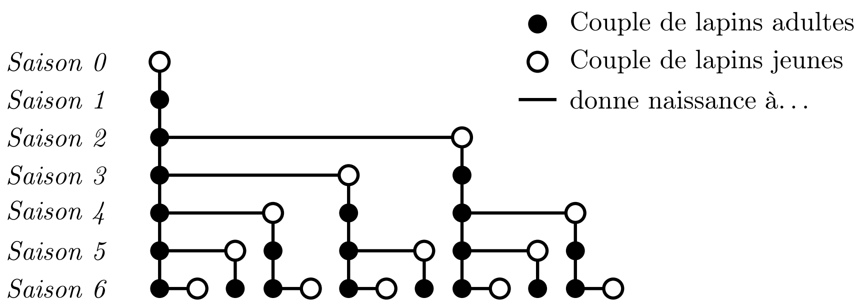
Combien de couples obtient-on en un an si chaque couple engendre tous les mois un nouveau couple à compter du troisième mois de son existence ?

Dans cette population (idéale), on suppose que :

- au début du premier mois, il y a juste une paire de lapins ;
- les lapins ne procréent qu'à partir du début du troisième mois ;
- chaque début de mois, toute paire susceptible de procréer engendre effectivement une nouvelle paire de lapins ;
- les lapins ne meurent pas.

La suite donnant le nombre de lapins appelée « de Fibonacci ». Elle doit son nom à Leonardo Fibonacci, un mathématicien italien du XIII^{e} siècle qui a posé ce problème dans l'un de ses ouvrages, le *Liber Abaci*.

Notons F_n le nombre de couples de lapins au début du mois n.
Jusqu'à la fin du deuxième mois, la population se limite à un couple (ce que l'on note : $F_1 = F_2 = 1$).
Dès le début du troisième mois, le couple de lapins a deux mois et il engendre un autre couple de lapins. On note alors $F_3 = 2$.
Plaçons-nous maintenant au mois n et cherchons à exprimer ce qu'il en sera deux mois plus tard $(n+2)$: F_{n+2} désigne la somme des couples de lapins au mois $n+1$ et des couples nouvellement engendrés.
Or n'engendrent au mois $(n+2)$ que les couples pubères, c'est-à-dire ceux qui existent deux mois auparavant.
On a donc : $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ pour tout entier n strictement positif.
On choisit alors de poser $F_0 = 0$, de manière que cette équation soit encore vérifiée pour $n = 0$.
On obtient ainsi la forme récurrente de la suite de Fibonacci : chaque terme de cette suite est la somme des deux termes précédents ; pour obtenir chacun de ces deux termes, il faut faire la somme de leurs termes précédents. . . et ainsi de suite, jusqu'à ce que ces deux termes soient les deux termes initiaux, F_0 et F_1 , qui sont connus.



Saison	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Couples	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

On obtient 144 couples.

477 Lapin (2)

Énigme

Un lapin a déjà fait 77 sauts quand un kangourou part à sa poursuite. Pendant que le lapin fait 13 sauts, le kangourou en fait 9, et 3 sauts de kangourou font autant de distance que 8 sauts de lapin.

Combien de fois le kangourou devra-t-il sauter avant de rattraper le lapin ?

« Sauts de lapin », Rallye Mathématique Sans Frontières Midi-Pyrénées

3 sauts de kangourou équivalent à 8 sauts de lapin.
Donc 9 sauts de kangourou équivalent à $8 \times 3 = 24$ sauts de lapin.
De plus, pendant que le kangourou fait 9 sauts, le lapin en fait 13.
Donc tous les 9 sauts, le kangourou rattrape $24 - 13 = 11$ sauts de lapin.
Le retard du kangourou est de 77 sauts de lapin et $77 = 7 \times 11$.
Il faut donc que le kangourou fasse $7 \times 9 = 63$ sauts pour rattraper le lapin.

478 Lapin (3)

Énigme

Un petit lapin et une petite lapine sont nés de la même portée.
Dans cette portée, lui, Jeannot, a eu deux fois plus de « sœurs » que de « frères ». Mais elle, Blanchette, a eu deux fois plus de « frères » que de « sœurs ».

De combien de jeunes se composait cette portée ?

« Lapinos », *Les jeux du Kangourou des collèges*, 1995

Supposons qu'il y ait dans la portée m mâles et f femelles.

Jeannot a donc $m-1$ frères et f sœurs.
La première information donne :

$$2\,(m-1) = f$$

De même, on a :

$$2\,(f-1) = m$$

Ainsi,

$$2\,(2\,(m-1)-1) = m$$

Par conséquent :

$$4\,m - 6 = m$$

C'est-à-dire :

$$3\,m = 6$$

D'où l'on tire :

$$m = 2$$

D'où l'on a :

$$f = 2 \times (2-1) = 2$$

Il y a quatre jeunes dans la portée : deux mâles et deux femelles.

479 Lapin (4)

Énigme

Mme Vubass a un clapier carré partagé en 9 cases.
Dans celle du milieu, elle ne met pas de lapin car cette place n'est pas facilement accessible.
Dans les autres, elles a prévu la répartition suivante, c'est-à-dire 29 pour chaque rangée du bord :

4	15	10
15		15
10	15	4

Pour surveiller ses lapins, elle se contente de compter le nombre d'animaux dans les 4 rangées du bord et, dès qu'elle trouve 29 par rangée, elle est rassurée.
Aucune case cependant ne peut être vide sans qu'elle s'en aperçoive.
Maître Renard, en personnage futé qu'il est, a réussi a voler des lapins tous les jours pendant 7 jours sans que Mme Vubass s'en aperçoive.

Comment les lapins étaient-ils répartis au bout de ces 7 jours ?
Et combien en a-t-il pris par jour ?

« Mes beaux lapins », Quart de finale, Rennes, Lycée, 1990

Il y a 29 lapins dans dans chacune des 4 rangées mais 88 en tout (et non pas $29 \times 4 = 116$) ! En effet, les lapins situés aux extrémités sont dans deux rangées perpendiculaire.

On appelle ℓ (avec $\ell > 0$) le nombre de lapins que Maître Renard va déplacer le premier jour. On a alors la configuration suivante :

$4+\ell$	$15-2\,\ell$	$10+\ell$
$15-2\,\ell$		$15-2\,\ell$
$10+\ell$	$15-2\,\ell$	$4+\ell$

La somme dans chaque rangée est donc 29 mais le nombre de lapins est maintenant $88 - 4\,\ell$: Maître Renard a pris $4\,\ell$ lapins !

Au bout de 7 jours, le nombre de lapins dans la case centrale de chaque rangée est $15 - 14\,\ell$. Or ce nombre doit être positif donc $\ell = 1$.

La situation au bout de 7 jours est donc le suivante :

11	1	17
1		1
17	1	11

Maître Renard a pris $7 \times 4 \times 1$, soit 28 lapins.

480 Lapin (5)

Énigme

Le patriarche Rougeaud a organisé une grande fête de retrouvailles.
Il a compté 20 couples de lapins et 10 lapins seuls.
Chaque lapin a dit SALUT à chacun des autres, sauf à son ou à sa partenaire.

Combien de fois le mot SALUT a-t-il été prononcé ?

« Retrouvailles de lapins », Défi 36 de la série C du site Récréomath

Il y a en tout $20 \times 2 + 10 = 50$ lapins.

Pour commencer, on considère qu'aucun lapin n'est en couple.

Dans ce cas, chacun des 50 lapins dit SALUT à 49 lapins.

Il y a alors $50 \times 49 = 2\,450$ SALUT.

Comme les 20 lapins en couples (c'est-à-dire 40 lapins) ne se saluent pas, on retranche 40 au nombre de SALUT. $2\,450 - 40 = 2\,410$.

En tout, le mot SALUT a été prononcé 2 410 fois.

481 Lapin (6)

Énigme

Albin a construit neuf enclos pour ses lapins.
Son inventaire lui révèle que, dans quatre enclos donnés, il y a 12, 15, 17 et 18 lapins.
Il y a le même nombre de lapins dans chaque rangée horizontale, verticale et diagonale.

De combien de lapins Albin est-il propriétaire ?

	12	
18		
17		15

« Lapins d'Albin », Défi 55 de la série A du site Récréomath

Comme $15 - 12 = 3$ et que $18 - 15 = 3$, la différence entre les termes successifs de la diagonale du 17 est aussi 3.

On écrit 20 au centre et 23 dans le coin supérieur droit.

Comme la somme dans cette diagonale est 60, la somme dans chaque rangée est 60.

Il y a trois rangées horizontales (ou verticales) et $60 \times 3 = 180$.

Albin est propriétaire de 180 lapins.

Complément. La configuration des enclos est la suivante.

25	12	23
18	20	22
17	28	15

482 Lapin (7)

Énigme

1. Trente-six cailloux sont disposés en un carré 6×6.
   Angélie a placé une carotte sur chaque caillou.
   Un lapin part d'un caillou ; il se déplace horizontalement et verticalement. Il mange chaque carotte qu'il atteint.

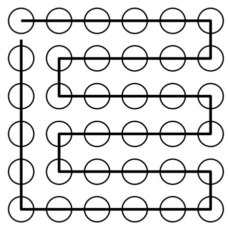
   Montrez qu'un lapin peut manger toutes les carottes, peu importe son point de départ.

2. Magloire dispose 25 roches en un carré 5×5.
   Un lapin peut se déplacer d'une roche à une autre voisine horizontalement ou verticalement.

   Montrez que le lapin peut fouler toutes les roches mais, ce faisant, ne peut pas terminer sa course au point de départ.

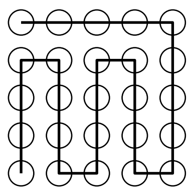
« Lapin d'Angélie » et « Un lapin frustré »,
`http://www.recreomath.qc.ca/`

1. Dans l'exemple ci-dessous, le lapin part du coin supérieur gauche et passe par tous les cailloux.



Comme il peut atteindre le caillou de départ, peu importe le point de départ, le lapin peut toucher à tous les cailloux et manger toutes les carottes.

2. Le lapin peut fouler toutes les roches. En voici un exemple :



La notation (L, C) indique que L est la ligne et C est la colonne.
Le lapin se déplace de (1,1) à (1, 2) ou à (2, 1), de (1, 2) à (1, 1), à (1, 3) ou à (2, 2), etc.
D'une roche à l'autre, la somme des coordonnées passe de paire à impaire ou de impaire à paire. Selon cette règle d'alternance, si au départ la somme est paire, elle devra être aussi paire à la 25$^{\text{ème}}$ roche.
Si, au départ, la somme est impaire, elle devra être aussi impaire à la 25$^{\text{ème}}$ roche.
Le passage de la 25$^{\text{ème}}$ roche à la première ne peut pas se faire, car elles ont la même parité.
En conséquence, le lapin ne peut pas terminer sa course au point de départ.

483 Lapin (8)

Énigme

Océanne a acheté 40 lapins.
Elle place 5 lapins par enclos, soit 15 par côté.

5	5	5
5		5
5	5	5

Au cours de la nuit, 4 lapins changent d'enclos.
Pourtant, au matin, Océanne compte 16 lapins sur chaque côté de trois enclos.

Comment les lapins pouvaient-ils être répartis au matin ?

« Lapins d'Océanne », `http://www.charleries.net/`

Les lapins pouvaient être répartis ainsi :

6	4	6
4		4
6	4	6

484 Lapin (9)

Énigme

Chaque jour, Pétronille donne la même quantité totale de carottes à ses lapins, peu importe leur nombre.
Le premier jour, elle donne cinq carottes à chacun et il lui reste neuf carottes.
Pendant la nuit, deux lapins vont batifoler et ne reviennent pas.
Au matin, elle donne six carottes à chacun et il lui reste encore neuf carottes.
Pendant la nuit, cinq lapins reviennent au bercail.
Au matin, elle donne alors quatre carottes à chacun et il lui reste encore neuf carottes.

Au minimum, combien y avait-il de lapins le troisième jour ?

« Lapins de Pétro », `http://www.recreomath.qc.ca/`

La quantité de carottes par sac est un nombre divisible par 5, 6 et 4.

Le plus petit commun multiple de 4, 5 et 6 est 60. Pétro a donné 60 carottes par jour.

Le troisième jour, le nombre de lapins est $60 \div 4 = 15$.

485 Lapin (10)

Énigme

Tibbar le lapin aime les choux et les carottes, il ne mange que ça. Chaque jour il mange soit 2 choux et 3 carottes soit 1 chou et 5 carottes.
La semaine dernière Tibbar a mangé 27 carottes.

Combien a-t-il mangé de choux la semaine dernière ?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Réponse E.

Tibbar mange les carottes par groupe de 5 ou de 3.

On doit donc pouvoir écrire 27 comme somme d'un multiple de 5 et d'un multiple de 3.

C'est impossible en prenant le multiple de 5 égal à 25, 20, 10 ou 5 ; et si on ne prend aucun jour à 5 carottes alors en 7 jours on ne peut pas atteindre 27 carottes.

La seule possibilité est : $27 = 15 + 12 = (4 \times 3) + (3 \times 5)$

Cela veut dire qu'il y a eu 4 jours avec 2 choux (et 3 carottes) et 3 jours avec un seul chou (et 5 carottes).

$(4 \times 2) + 3 = 11$

Tibbar a mangé 11 choux cette semaine-là.

486 Lapin (11)

Énigme

Trois lapins mangent des légumes dans mon jardin potager.
Chaque soir, le lapin blanc mange une carotte.
Chaque soir, le lapin marron mange un navet et, s'il n'y a plus de navet, il mange trois carottes.
Chaque soir, le lapin noir mange un chou ; s'il n'y a plus de chou, il mange trois navets et, s'il n'y a plus de navet, il mange cinq carottes.
Ce matin, Bernard a récolté une partie des légumes du potager.
Il a laissé, pour les lapins, 45 carottes, 21 navets et 5choux.

Pendant combien de jours ces lapins vont-ils pouvoir se nourrir tous les trois ?

« Les trois lapins », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Mai 2009, $6^{\text{ème}}$

Pendant les cinq premiers jours, le lapin blanc a mangé 5 carottes, le lapin marron 5 navets et le lapin noir les 5 choux.

Il reste alors 16 navets et, chaque soir, il en faut 3 pour le lapin noir et 1 pour le lapin marron.

Ils tiendront pendant 4 jours.

Il reste, à ce moment-là, 36 carottes car le lapin blanc en a mangé 9.

À partir du dixième jour, il faut 1 carotte pour le blanc, 3 carottes pour le marron et 5 carottes pour le noir, donc 9 par jour.

Ils tiendront 4 jours supplémentaires.

Les trois lapins vont pouvoir se nourrir pendant 13 jours.

487 Lapin (12)

Énigme

Cinq lapins, Aristide, Barnabé, Caligula, Dodu et Eustache, décident d'organiser une course.
Dame tortue a bien essayé de les suivre, mais sans succès.
Pour connaître leur ordre d'arrivée, elle doit se contenter des informations que les protagonistes veulent bien lui fournir.
Ces derniers, farceurs, l'informent que chacun d'entre eux va lui donner deux renseignements, un vrai et l'autre faux :
« Dodu était deuxième, et moi quatrième, lance Aristide.
— Dodu a fini premier, je n'ai été que deuxième, se plaint Caligula.
— Je suis arrivé brillant second et Dodu troisième, affirme Eustache.
— Ne les crois pas, j'ai fini dernier, Barnabé a gagné, rectifie Dodu. »
Avant que Barnabé ne s'exprime, la tortue a déjà trouvé le classement.

Quel est l'ordre d'arrivée des cinq lapins ?

« Les lapins farceurs », *Jeux mathématiques du* Monde, n° 198, 21 novembre 2000

Ordre d'arrivée : Barnabé, Caligula, Dodu, Aristide, Eustache

Des affirmations de Caligula et Eustache, on déduit que Dodu est premier ou troisième, selon que le deuxième soit Eustache ou Caligula.
Mais alors Dodu ne peut être deuxième.
C'est donc qu'Aristide est quatrième.
Dodu ne peut non plus être dernier.
C'est donc que Barnabé a gagné.
Ce n'est donc pas Dodu, il est troisième.
Et le classement est reconstitué.

488 Lapin (13)

Énigme

Mathilde a acheté 90 autocollants avec des dessins de petits lapins pour décorer sa maison.
Elle en colle quelques-uns sur la porte de son frigo.
Dans sa salle de bains, elle colle trois fois le nombre des autocollants qu'elle a collés sur son frigo.
Dans sa chambre, elle colle cinq fois le nombre des autocollants qu'elle a collés sur son frigo.
Elle les a ainsi tous collés.

Combien d'autocollants a-t-elle collés sur la porte du frigo ? Combien dans la salle de bains ? Et combien dans sa chambre ?

« Les autocollants », Rallye mathématique transalpin, Finale, 2013, Le nombre d'autocollants collés sur la porte du frigo est pris 3 fois pour la salle de bains et 5 fois pour la chambre.

Par conséquent, ce nombre est utilisé 9 fois.

Or $90 \div 9 = 10$.

Par conséquent, il y a 10 autocollants sur le frigo, 30 autocollants dans la salle de bains et 50 autocollants dans la chambre.

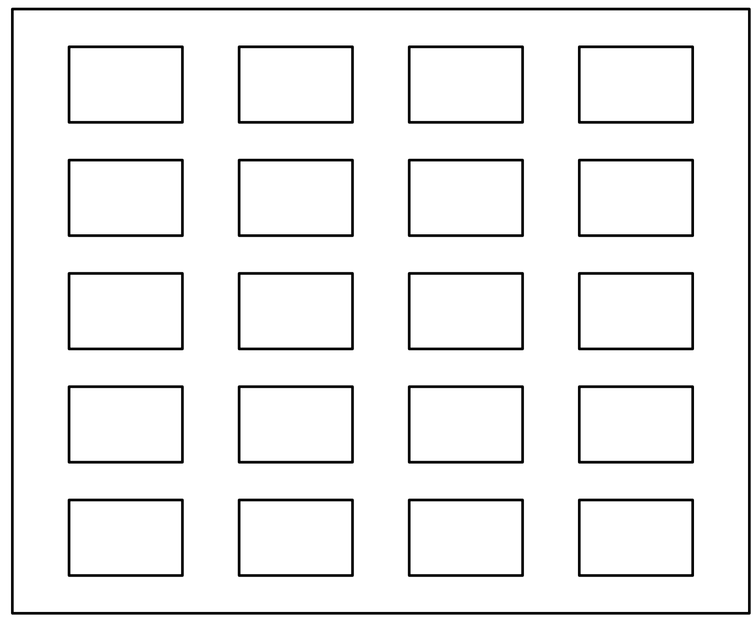
489 Lapin (14)

Énigme

Pierre nettoie son clapier et s'occupe de ses lapins.
Le clapier est composé de cinq niveaux de trois cages chacun.
Des cages contiennent chacune un lapin et les autres sont vides.
En ce moment,

1. au premier niveau, il y a trois cages avec un lapin ;
2. il y a aussi trois cages avec un lapin au quatrième niveau :
3. dans la colonne de gauche pour deux cages qui se suivent, l'une contient un lapin, l'autre non ;
4. dans la colonne de droite, il y a deux cages avec un lapin ;
5. au cinquième niveau, il y a une seule cage avec un lapin ;
6. au troisième niveau, toutes les cages ont un lapin ;
7. en tout, il y a treize cages avec un lapin.

Noircissez, dans le dessin du clapier, les cages que voit Pierre et qui ont un lapin.



D'après « Fenêtres éclairés », Rallye mathématique transalpin, Finale, 2014

L'information **6** permet de noircir toutes les cages du troisième niveau.

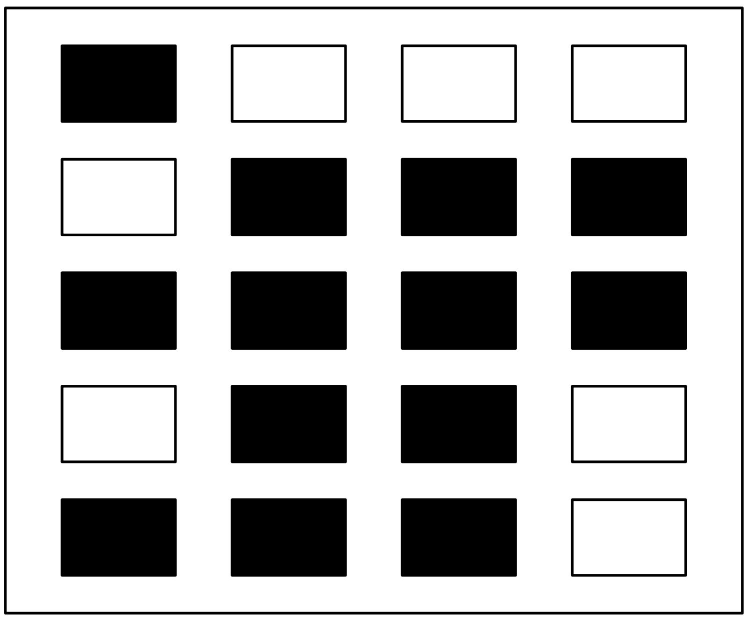
L'information **3** permet de noircir la première cage à gauche des premier et du cinquième niveaux. Les cages des deuxième et quatrième niveau resteront blanches.

L'information **2** permet ensuite de noircir toutes les cages du quatrième niveau à l'exception de la première.

L'information **4** permet ensuite de ne pas noircir d'autre cage de la colonne de droite. Les cages des premier, deuxième et cinquième niveau resteront blanches.

L'information **1** permet ensuite de noircir les deuxième et troisième cages du premier niveau.

L'information **7** permet ensuite de noircir les deux cages centrales du deuxième niveau.



490 Lapin (15)

Énigme

Il était une fois une ferme dans laquelle vivaient en nombre égal cochons, vaches, lapins et chevaux.
Survint une terrible épidémie et l'on entendit les plaintes des fermiers :
Le père : « Une vache sur cinq est morte !
La mère : — Il y a autant de chevaux morts que de cochons survivants.
Le fils : — La proportion des lapins survivants parmi les animaux encore en vie est de 5/14. »

La grand-mère passant par là demande : « Combien de lapins sont morts ? »

« La ferme apocalyptique », Rallye mathématique de l'académie de Nice, $3^{\text{ème}}$-2^{nde}, 2010

Les effectifs initiaux des cochons, vaches, lapins et chevaux sont égaux. Puisque la dernière information donne une proportion, on peut partir d'un effectif de 100 pour chaque animal.

Une vache sur cinq est morte : il reste 80 vaches.

Appelons c le nombre de cochons survivants.
Le nombre de chevaux survivants est égal au nombre initial de chevaux diminué du nombre de chevaux morts, c'est-à-dire $100 - c$.

Appelons ℓ le nombre de lapins survivants.
Le nombre total d'animaux survivants est $c+\ell+80+(100-c)$, c'est-à-dire $\ell + 180$.
L'énoncé donne : $\dfrac{\ell}{\ell + 180} = \dfrac{5}{14}$.
Donc $14\,\ell = 5\,\ell + 900$.
Donc $9\,\ell = 900$.
Donc $\ell = 100$.

Il y a le même nombre de lapins qu'au départ : il n'y a donc pas de lapin mort.

491 Lapin (16)

Énigme

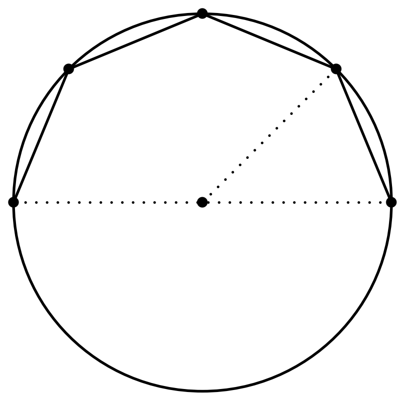
Jeannot Lapin ne se déplace que par sauts réguliers, tous d'une même longueur supérieure à 5 m.
Son terrain de jeu préféré est une petite pelouse circulaire de 10 m de diamètre.
Partant d'un point du bord, il atteint le point diamétralement opposé, en ayant fait exactement 4 sauts.
Après chaque saut, il se retrouve exactement sur le bord de la pelouse.
Il ne retombe jamais deux fois au même endroit.

Faites le dessin du trajet de Jeannot.
Quelle est la longueur de chacun des sauts ?

« Lapin sauteur », Rallye mathématique des collèges de Saône et Loire, $4^{\text{ème}}$-$3^{\text{ème}}$, 2008

Puisque Jeannot Lapin parcours un demi-cercle en quatre sauts, chaque demi-saut correspond à un huitième de cercle.

Le parcours de Jeannot Lapin sur la pelouse est le suivant :

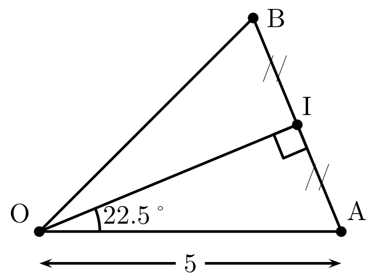


La longueur du saut est égale à celle du côté d'un octogone régulier de rayon 5 m.

On considère alors le triangle OAB vérifiant les trois conditions suivantes :

- OAB est isocèle en O ;
- $\mathrm{OA} = 5$;
- $\widehat{\mathrm{AOB}} = 45°$.

I est le milieu du segment [AB].



Le triangle OIA est donc rectangle en I avec $\mathrm{OA} = 5$ et $\widehat{\mathrm{AOI}} = 22,5°$.

Donc $\mathrm{IA} = 5 \sin 22,5°$.

Par conséquent, le saut a pour longueur $\mathrm{AB} = 10 \sin 22,5° \approx 3,83$ m.

Remarque. La valeur exacte de $\sin 22,5°$ est $\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.

492 Lapin (17)

Énigme

Le lapin de Pâques laisse des œufs dans un panier.
Daniel dit qu'il y a trente-cinq œufs dans le panier.
Hillary dit qu'il y en a vingt-neuf.
Joelle dit qu'il y en a vingt-huit.
Paul dit qu'il y en a trente-trois.
Richelle dit qu'il y en a trente œufs.
Une seule personne a bien deviné.
Une autre personne s'est trompée d'un œuf.
Une autre personne s'est trompée de deux œufs.
Une autre personne s'est trompée de trois œufs.
Une dernière personne s'est trompée de cinq œufs.

Qui a bien deviné ?

Énigme déposée sur `http://www.pedagonet.com/`

Supposons que Daniel ait raison : il y a 35 œufs dans le panier.
Une personne s'étant trompée de 1 œuf, celle-ci propose donc 34 ou 36.
Aucune de ces propositions n'a été faite.
Donc ce n'est pas Daniel qui a raison.

Supposons que Hillary ait raison : il y a 29 œufs dans le panier.
Une personne s'étant trompée de 2 œufs, celle-ci propose donc 27 ou 31.
Aucune de ces propositions n'a été faite.
Donc ce n'est pas Hillary qui a raison.

Supposons que Joelle ait raison : il y a 28 œufs dans le panier.
Une personne s'étant trompée de 3 œufs, celle-ci propose donc 25 ou 31.
Aucune de ces propositions n'a été faite.
Donc ce n'est pas Joelle qui a raison.

Supposons que Paul ait raison : il y a 33 œufs dans le panier.
Une personne s'étant trompée de 1 œufs, celle-ci propose donc 32 ou 34.
Aucune de ces propositions n'a été faite.
Donc ce n'est pas Paul qui a raison.

C'est donc Richelle qui a raison : il y a 30 œufs dans le panier.

De plus,

- Daniel est la personne qui s'est trompée de 5 œufs $(35 - 30 = 5)$;
- Hillary est la personne qui s'est trompée de 1 œuf $(30 - 29 = 1)$;
- Joelle est la personne qui s'est trompée de 2 œufs $(30 - 28 = 2)$;
- Paul est la personne qui s'est trompée de 3 œufs $(33 - 30 = 3)$.

493 Lapin (18)

Énigme

Trottin le lapin avait 20 carottes.
Il en a mangé 2 par jour.
Il a mangé la douxième un mercredi.

Quel jour était-on quand Trottin a mangé la première de ses 20 carottes ?

A) lundi	B) mardi	C) mercredi
D) jeudi	E) vendredi	

Kangourou des mathématiques, Sujet E, 2018

Le premier jour, Trottin mange les première et deuxième carottes.
On garde l'ordre et la parité : mercredi, Trottin mange les onzième et douzième carottes.
On remonte le temps :

- mardi, Trottin mange les neuvième et dixième carottes ;
- lundi, Trottin mange les septième et huitème carottes ;
- dimanche, Trottin mange les cinquième et sixème carottes ;
- samedi, Trottin mange les troisième et quatrième carottes ;
- vendredi, Trottin mange les première et deuxième carottes.

On était le vendredi quand Trottin a mangé la première de ses 20 carottes.

Réponse E

494 Lapin (19)

Énigme

Au marché, on échange un canard contre deux poules, un lapin contre une oie et trois canards, une oie contre deux canards et deux poules.

Combien d'oies aura-t-on en échange d'un lapin ?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

« Un lapin », Série 9***,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **A**

Une oie vaut deux canards et deux poules.
Or deux poules valent un canard.
Donc une oie vaut trois canards.
Or un lapin vaut une oie et trois canards.
Donc un lapin vaut deux oies.

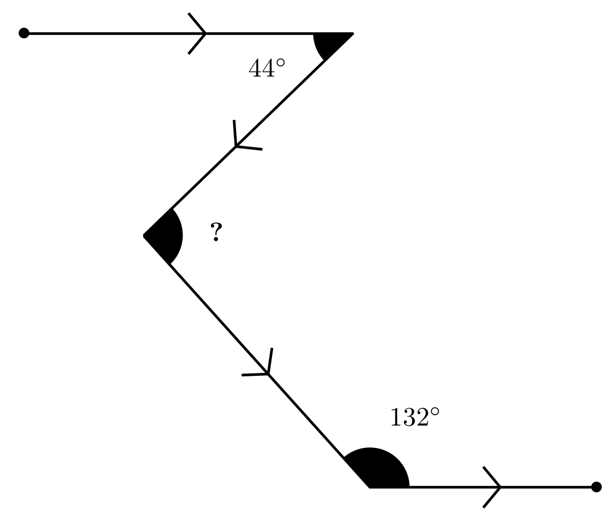
495 Lapin (20)

Énigme

Voici la course en zigzag du lapin poursuivi par le chien : il s'est dirigé vers l'est, a tourné brutalement à droite, a fait un nouveau virage à gauche, puis a encore tourné à gauche pour repartir vers l'est comme au début.

Combien mesure l'angle marqué d'un point d'interrogation ?

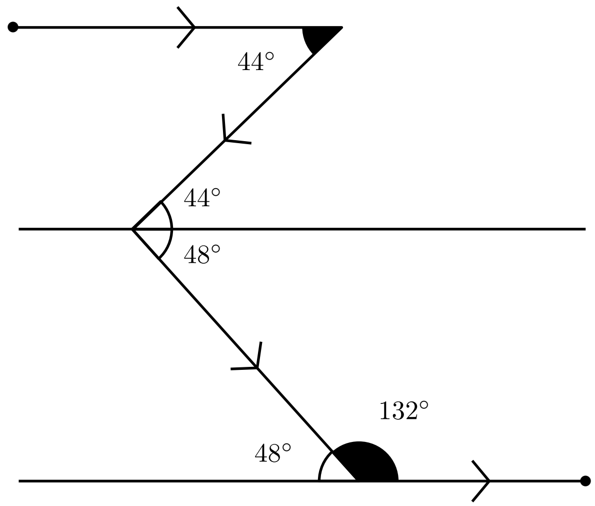
A) 48° B) 82° C) 88° D) 90° E) 92°



Kangourou des mathématiques, 2013, Sujet C, n° 15

Réponse **E**

Les trajectoires initiale et finale sont parallèles ; il faut penser à introduire une autre droite parallèle (voir figure).



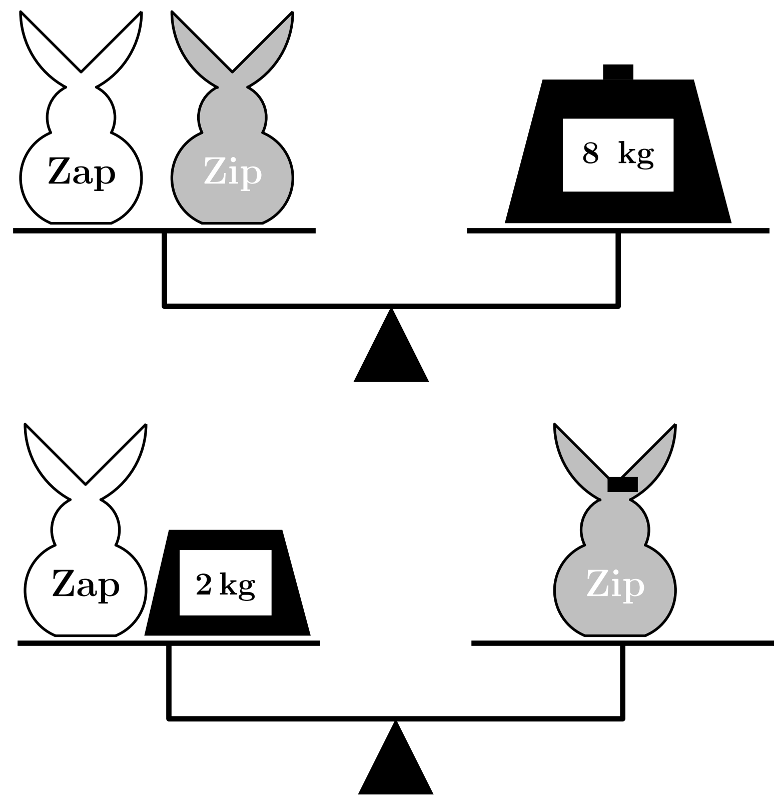
On utilise alors les propriétés des angles alternes-internes pour des droites parallèles coupées par une sécante (48° étant le supplémentaire de 132°).
L'angle cherché est égal à $44° + 48°$, soit 92°.

496 Lapin (21)

Énigme

Sur une balance, on a équilibré de deux manières les lapins Zap et Zip.

Combien pèse Zap ?
A) 2 kgA B) 3 kg C) 4 kg D) 5 kg E) 6 kg



Kangourou des mathématiques, 2015, Sujet B, n° 5

Réponse B

En remplaçant « Zip » par « Zap + 2 kg » dans le premier équilibre, o, trouve que « 2 Zap » pèsent 6 kg et donc Zap pèse 3 kg.

497 Lapin (22)

Énigme

La famille Lapin qui est constituée du papa lapin prénommé évidemment Jeannot, de la maman lapin et de leur cinq petits, a fait une escapade au jardin sur le tas de carottes que le fermier venait de récolter.
Les petits ont mangé dix carottes à eux tous car ils sont encore jeunes et le papa en a mangé six de plus que la maman.
En tout, ils ont mangé trente-deux carottes.

Combien de carottes Jeannot Lapin a-t-il mangées ?

« 1. Dans le jardin », *Concours Bombyx*, Quart de finale, CM2, 2010

$(32-10)-6=16$
$16 \div 2 = 8$
$8+6=14$
Jeannot Lapin a mangé 14 carottes.

498 Lapin (23)

Énigme

Trois lapins mangent des légumes dans mon jardin potager.
Chaque soir, le lapin blanc mange une carotte.
Chaque soir, le lapin marron mange un navet et, s'il n'y a plus de navet, il mange trois carottes.
Chaque soir, le lapin noir mange un chou ; s'il n'y a plus de chou, il mange trois navets et, s'il n'y a plus de navet, il mange cinq carottes.
Ce matin, Bernard a récolté une partie des légumes du potager.
Il a laissé, pour les lapins, 45 carottes, 21 navets et 5 choux.

Pendant combien de jours, ces lapins vont-ils pouvoir se nourrir tous les trois ?

« 3. Les trois lapins », *Concours Bombyx*, Finale $6^{\text{ème}}$, 2009

Pendant les cinq premiers jours, le lapin blanc a mangé 5 carottes, le lapin marron 5 navets et le lapin noir les 5 choux.
Il reste alors 16 navets et chaque soir, il en faut 3 pour le lapin noir et 1 pour le lapin marron.
Ils tiendront pendant 4 jours.
Il reste, à ce moment-là, 36 carottes car le lapin blanc en a mangé 9.
À partir du dixième jour, il faut 1 carotte pour le blanc, 3 carottes pour le marron et 5 carottes pour le noir, donc 9 par jour.
Ils tiendront 4 jours supplémentaires.
Les trois lapins vont pouvoir se nourrir pendant 13 jours.

499 Lapin (24)

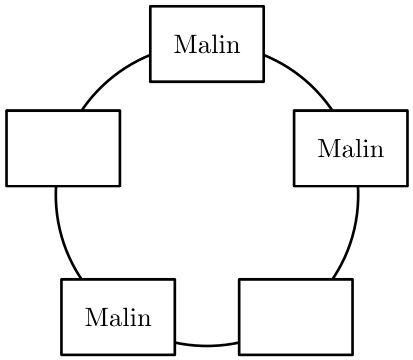
Énigme

Les lapins malins mentent toujours et tous les autres lapins disent toujours la vérité.
Alice observe une table ronde autour de laquelle 5 lapins se sont placés ; chacun d'eux regarde ses deux voisins et dit « je suis assis entre deux menteurs ».
Alice ne peut pas deviner quels lapins sont malins, mais elle devine combien de lapins sont malins.

Quel est le nombre total de lapins malins autour de la table ?

« 2. Les lapins malins », 31$^{\text{ème}}$ Championnat des jeux mathématiques et logiques, Finale internationale, 2017

- Il n'y a pas de menteur entre deux menteurs, sinon il dirait la vérité.
- Il n'y a pas trois menteurs à la suite.
- Il n'y a pas deux lapins disant la vérité à la suite, sinon ils mentiraient.



Il y a donc 3 lapins malins.

500 Lapin (25)

Énigme

Un lapin et un hérisson courent sur un circuit de longueur 550 m.
Ils partent en même temps du même endroit mais dans des directions opposées.
Chacun court à vitesse constante, le lapin à 10 m/s et le hérisson à 1 m/s.
Quand ils se rencontrent, le hérisson fait demi-tour et court derrière le lapin.
Le lapin s'arrête quand il arrive à leur point de départ.

Combien de temps attendra-t-il le hérisson ?

A) 45 s B) 50 s C) 55 s D) 100 s E) 505 s

Kangourou des mathématiques, Série J, 2022, n° 13

Réponse **A**

Commençons par déterminer le temps qu'il leur faudra pour se rencontrer.
Appelons d la distance parcourue par le lapin à leur rencontre.
Le hérisson aura parcouru la distance $550 - d$.

Le temps mis par le lapin pour aller au point de rencontre est $\dfrac{d}{10}$ et celui mis par le hérisson est $\dfrac{550 - d}{1}$.

Donc $\dfrac{d}{10} = 550 - d$.
Donc $d = 5\,500 - 10\,d$.
Donc $11\,d = 5\,500$.
Donc $d = \dfrac{5\,500}{11} = 500$ m.

Il reste donc au lapin et au hérisson $550 - 500 = 50$ m à parcourir.

Le lapin va parcourir cette distance en $50 \div 10 = 5$ s et le hérisson en $50 \div 1 = 50$ s.

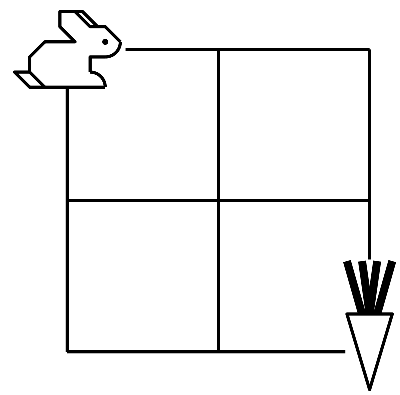
Le lapin va donc attendre le hérisson pendant $50 - 5 = 45$ s.

501 Lapin (26)

Énigme

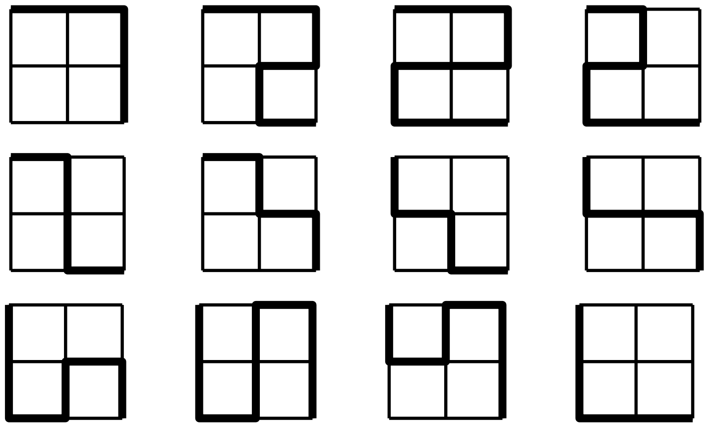
Le lapin veut rejoindre sa carotte.

Combien y a-t-il de chemins pour que le lapin puisse trouver sa carotte, sans passer deux fois au même endroit ?



Problème 6, Rallye mathématique de Loire-Atlantique, Première épreuve CM2/6^{e}, 2014

Il y a 12 chemins.



502 Léviathan

Énigme

La direction d'un zoo comprend un directeur, un directeur-adjoint et quatre chefs de service.
Le directeur décide de faire vivre dans son zoo un fascinant mais dangereux léviathan.
Il fait poser sur la porte d'accès à la zone du l'animal un certain nombre de serrures et distribue les clés de telle sorte que :

- il peut lui-même ouvrir la porte seul ;
- le directeur-adjoint ne peut ouvrir la porte qu'accompagné d'un chef de service, quel qu'il soit ;
- les chefs de service ne peuvent l'ouvrir que s'ils sont un groupe de trois.

Combien de serrures sont nécessaires ?

D'après *100 jeux numériques*, P. Berloquin, Éd. Le livre de poche

Examinons quelles clés ne sont pas données à chacun des responsables.

Le directeur, qui aura toutes les clés, n'est pas concerné.

Appelons A, B, C, D et E le directeur-adjoint et les chefs de service.

Le tableau ci-dessous contient, selon leurs numéros, les serrures dont les clés ne sont pas attribuées. Chacun possédera toutes les clés qui ne sont pas mentionnées dans sa colonne.

Pour que A ne puisse ouvrir la porte qu'avec l'un des autres, il doit lui manquer la clé de la serrure 1, que tous les autres possèdent.

De même, pour que chaque groupe de deux chefs de service ne puissent ouvrir, il doit leur manquer une même clé, que les autres possèdent.

Cela exige sept clés.

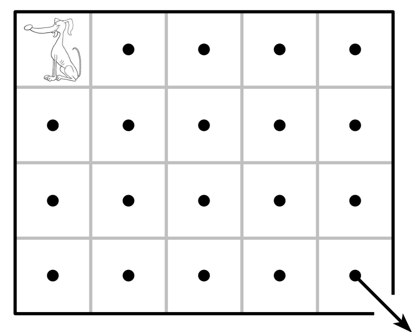
A	B	C	D	E
1	2	2	3	4
	3	5	5	6
	4	6	7	7

503 Lévrier

Énigme

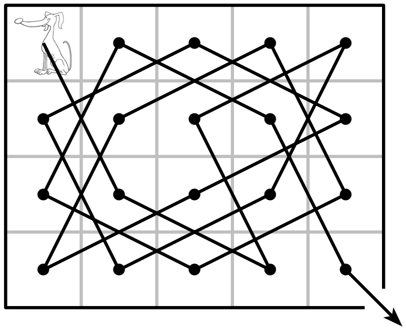
Dans ce défi, les vingt parcelles du chenil ne communiquent pas entre eux par des portes, mais sont séparés par un muret.
Il y a un seul occupant, un lévrier, qui vit dans le chenil dans le coin supérieur gauche.
Lorsqu'il a droit à sa liberté, il doit l'obtenir en visitant chaque parcelle une et une seule fois dans une série de mouvements de cavalier, se terminant dans le coin inférieur droit, qui est ouvert sur le monde.

Déterminer un parcours possible.



« 336. Le défi du lévrier »,
Amusements in Mathematics, Henry Ernest Dudeney, 1917

Duduney proposait en fait une solution et demandait de trouver le nombre de parcours possibles, qui est égal à 12.



504 Licorne

Énigme

Quand Alice entra dans la Forêt de l'Oubli, elle n'oublia pas tout, seulement certaines choses.
Elle avait tendance à oublier son nom, mais ce qu'elle se rappelait le moins souvent, c'était le jour de la semaine.
Le Lion et La Licorne étaient des visiteurs familiers de la Forêt de l'Oubli.
C'était d'étranges créatures.

- Le Lion mentait les lundis, les mardis et les mercredis mais disait la vérité tous les autres jours ;
- de son côté, la Licorne mentait les jeudis, les vendredis et les samedis mais disait la vérité tous les autres jours.

Un jour Alice rencontra le Lion et la Licorne prenant le frais, à l'ombre d'un grand arbre.
Ils lui dirent :
Le Lion : « Hier, c'était un de mes jours de mensonge.
La Licorne : — Moi aussi, hier était un de mes jours de mensonge. »

Alice, qui était décidément une enfant fort brillante, en déduisit aussitôt le jour de la semaine. Quel jour était-ce ?

100 jeux numériques, P. Berloquin, Éd. Le livre de poche

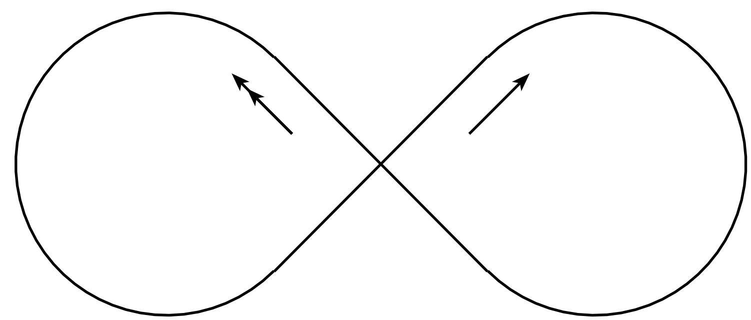
Les seuls jours où le Lion peut dire « j'ai menti hier » sont les lundis et les jeudis.
Pour la Licorne, ce sont les jeudis et les dimanches.
Donc les seuls jours où ils peuvent le dire ensemble sont les jeudis.

505 Lièvre (1)

Énigme

La piste du champiodrome a la forme suivante : deux arcs formant les trois-quarts d'un cercle, raccordés par les deux diagonales d'un carré, ces deux diagonales se coupant en un carrefour.
Au même instant, une tortue et un lièvre partent du carrefour, empruntant deux diagonales différentes menant à deux arcs de cercles différents (sur le dessin, une flèche pour la tortue, deux flèches pour le lièvre).
Les deux animaux courent à une vitesse constante, et la tortue met 363 secondes pour parcourir la distance parcourue par le lièvre en une seconde.
Après 1 991 rencontres (dépassements ou croisements au carrefour, hormis le départ), le lièvre abandonne.

Combien de fois avait-il croisé la tortue au carrefour ?



« Le lièvre et la tortue », Championnat de Jeux Mathématiques et logiques

Lorsque la tortue a parcouru une moitié du circuit, le lièvre a parcouru, lui, 363 demi-circuits, soit 181 fois le circuit complet plus une demi-boule. Il a dépassé la tortue 181 fois et se trouve au croisement, en position de croiser la tortue (les positions des deux protagonistes sont alors symétriques des positions de départ).
Lorsque la tortue effectue la deuxième moitié du circuit, le lièvre effectue à nouveau 363 demi-circuits, soit un demi-circuit plus 181 fois le circuit complet. Il a à nouveau dépassé la tortue 181 fois, et se retrouve dans la position de départ, c'est-à-dire en position de croiser la tortue.
Nous avons donc une alternance périodique de 181 dépassements suivies d'un croisement.
Or $1\,991 = 10 \times 182 + 171$.
Lorsque le lièvre abandonne, il a donc croisé 10 fois la tortue.

506 Lièvre (2)

Énigme

Trois lièvres de couleurs et d'âges différents vont et viennent dans des lieux différents.

- Âges : 3, 5 et 8 mois ;
- Couleurs : blanc, gris et roux ;
- Lieux : champ, forêt et prairie.

1. Le lièvre blanc se promène dans un lieu autre que le champ.
2. Le lièvre qui se promène en forêt n'est pas blanc.
3. Le lièvre gris n'a pas 8 mois et ne se promène pas dans la prairie.
4. Le lièvre de 5 mois n'est pas gris et se promène dans le champ.

Découvrez la couleur, l'âge et le lieu de promenade de chaque lièvre.

« Lièvres qui batifolent », `http://www.charleries.net/`

Le lièvre blanc a 8 mois et se promène dans la prairie.
Le lièvre gris a 3 mois et se promène dans la forêt.
Le lièvre roux a 5 mois et se promène dans le champ.

507 Lièvre (3)

Énigme

Trois lièvres et deux tortues attendent en rang pour voir une course de chats.
L'un des lièvres a une feuille de saule au cou, un autre une feuille de bouleau et le troisième une feuille d'érable ; une tortue a une médaille rouge sur la carapace et l'autre une médaille bleue.

1. Le lièvre à la feuille d'érable est entre deux tortues.
2. Le lièvre à la feuille de bouleau est voisin et à droite du lièvre à la feuille de saule.
3. La tortue à la médaille rouge est voisine et à droite du lièvre à la feuille de bouleau.

Dans quel ordre sont les cinq spectateurs ?

« Lièvres et tortues », `http://www.charleries.net`

On a de gauche à droite :

- le lièvre à la feuille de saule ;
- le lièvre à la feuille de bouleau ;
- la tortue à la médaille rouge ;
- le lièvre à la feuille d'érable ;
- la tortue à la médaille bleue.

508 Lièvre (4)

Énigme

Un lièvre fort en chiffres se promène sur le contour d'une plate-forme de grandeur 5×5.
Il part de la case numérotée 1 sur laquelle, il dit « 1 ».
Il saute d'une case à l'autre en se déplaçant successivement vers la droite, le bas, la gauche et le haut.
La longueur du saut est de deux ou trois unités selon l'axe de direction.
À chaque saut, le lièvre dit le nombre inscrit.
À son retour dans la case de départ, il dira « 41 ».
Voici le chemin parcouru :

1	3	5	7	9
38				12
35				15
32				18
29	27	25	23	21

Un autre jour, le lièvre se promène sur le contour d'une plate-forme de grandeur 10×10 en partant de la même case.
Il dit « 1 » au départ, puis « 181 » au retour sur cette case.
L'un des sauts a quatre unités de plus que l'autre.

Quelle est la longueur de chacun des deux sauts ?

Dans la grille donnée, le lièvre a parcouru 40 unités.

Dans le coin inférieur droit, il a parcouru 20 unités.

En effet, $1 + 2 \times 4 + 3 \times 4 = 21$ et $21 - 1 = 20$.

On a multiplié par 4 car la grille mesure 5 unités de côté.

Puisque le lièvre a dit « 181 » au retour et qu'il est parti de « 1 », il a avancé de 180 unités.

Rendu à la case du coin inférieur droit, il avait fait la moitié du chemin ; il avait avancé de 90 unités.

Comme la grille mesure 10 unités de côté, c'est par 9 qu'on peut diviser les deux longueurs de saut.

On calcule $90 \div 9 = 10$.

La longueur des deux sauts est de 10 unités.

Leur différence est 4.

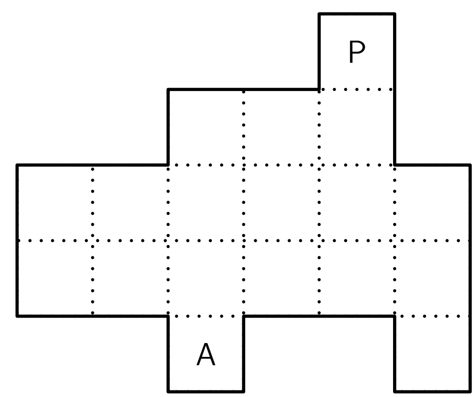
La longueur des sauts est de trois et de sept unités.

509 Lièvre (5)

Énigme

Un lièvre et son petit s'amusent sur le revêtement de tuiles ci-après.
Quand l'adulte franchit deux tuiles, le petit en franchit une seule.
L'adulte part de A et le petit de P en même temps.
Ils doivent à deux franchir toutes les tuiles et ne jamais passer plus d'une fois sur la même tuile.

Combien de tuiles ne pourront pas être touchées par les deux léporidés ?



« Lièvre et son petit »,
Récréations géométriques, Problème 89 B, Site Recreomath

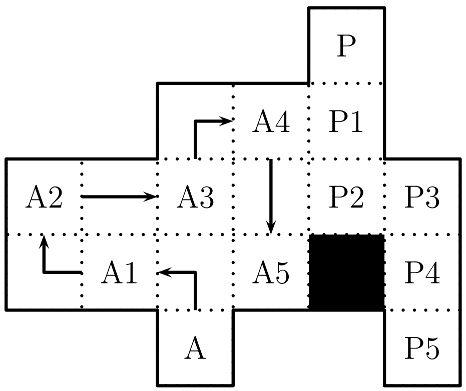
On compte 18 tuiles.

Deux servent au départ. Il reste 16 tuiles.

Les deux léporidés franchissent trois tuiles en même temps.

$16 = 3 \times 5 + 1$. Chacun des deux peut faire cinq pas ou sauts.

Une seule tuile ne pourra pas être parcourue. Dans l'exemple ci-dessous, c'est la tuile noire.



510 Lièvre (6)

Énigme

Un lièvre court 35 fois plus vite qu'une tortue qui met 2 h 20 du départ de la course à l'arrivée.

Les deux compères arrivant pile à égalité, combien de temps le lièvre a-t-il attendu avant de s'élancer ?

A) 2 h 19 B) 2 h 16 C) 2 h 05 D) 0 h 25 E) 2 h 27

Concours Kangourou, Épreuve Benjamins, 1994, n° 19

Réponse **B**

Soit v la vitesse de la tortue, $35\,v$ étant celle du lièvre.
Soit t la durée du trajet du lièvre, celle de la tortue étant 140 minutes.
On a donc $140\,v = 35\,t$.
D'où $t = 4$ minutes.
Le lièvre a donc attendu 2 h 16.

511 Lièvre (7)

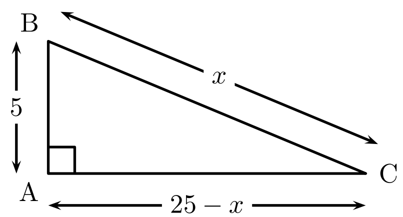
Énigme

Un lièvre et une tortue font la course : ils s'élancent pour 5 km en ligne droite.
Le lièvre court 5 fois plus vite que la tortue.
Au départ, le lièvre est parti par erreur perpendiculairement à la bonne route.
Quand il s'en est aperçu, il a instantanément changé de direction pour aller tout droit vers l'arrivée.
Le lièvre et la tortue ont franchi l'arrivée exactement en même temps.

À quelle distance de l'arrivée se trouve le point où le lièvre a changé de direction ?
A) 11 km B) 12 km C) 13 km D) 14 km E) 15 km

Kangourou des mathématiques, 2020, Sujet P, n° 23

Le lièvre, allant 5 fois plus vite que la tortue, a parcouru 25 km tandis qu'elle en parcourait 5.
Soit x la distance cherchée en km.
x est l'hypoténuse d'un triangle rectangle ABC dont un côté de l'angle droit est 5 et l'autre $25 - x$.
(La tortue fait de trajet A $\rightarrow$ B et le lapin fait de trajet A $\rightarrow$ C $\rightarrow$ B.)



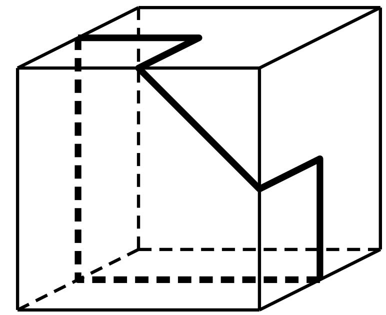
Donc $x^2 = 5^2 + (25 - x)^2$.
Donc $x^2 = 25 + 625 - 50\,x + x^2$.
Donc $50\,x = 650$
D'où $x = 13$.

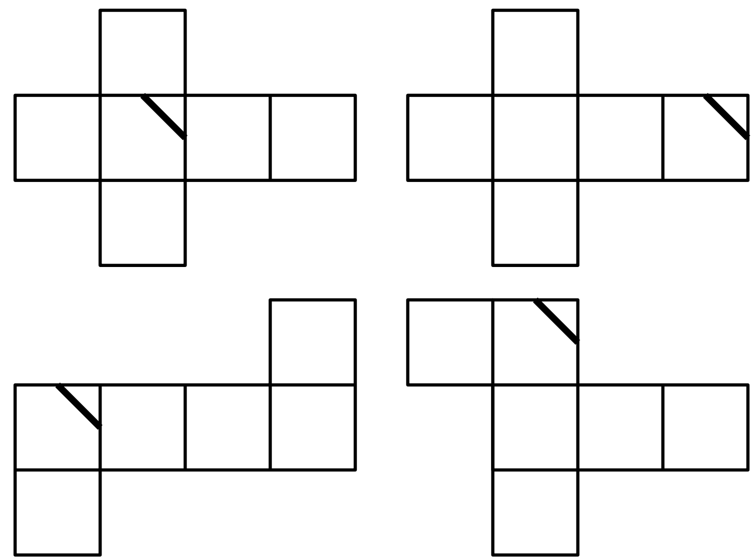
Réponse C

512 Limace (1)

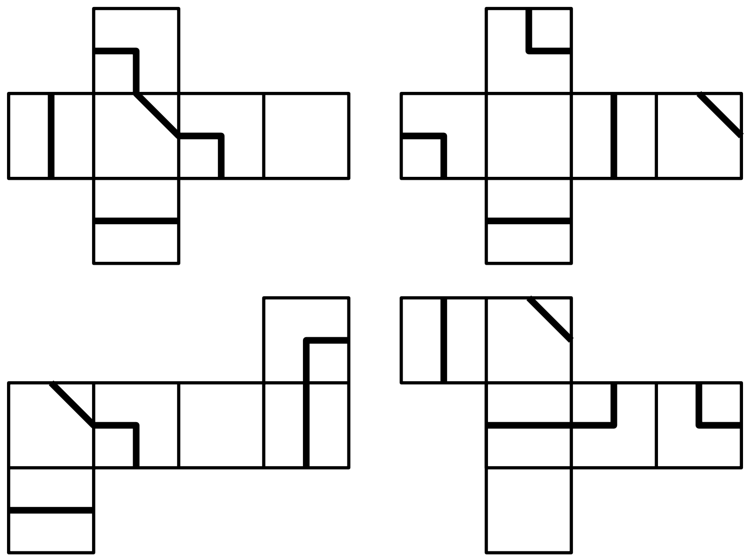
Énigme

Retrouver sur chacun des deux patrons la trace laissée par la limace sur le cube.





D'après *Activités mathématiques au Collège*, Fascicule 4, IREM Paris-Nord



513 Limace (2)

Énigme

Une limace fait le tour d'un chou dans sa plus grande longueur en 10 heures ; elle parcourt 6 cm par heure.

On demande de calculer le diamètre du chou.

« Le diamètre du chou », *Arithmétique appliquée et pertinente*, Jean-Louis Fournier, Éditions Payot & Rivages, 1993

La distance parcourue en 10 heures est $6 \times 10 = 60$ cm.

Le diamètre est donc $60 \div \pi \approx 19,1$ cm.

514 Lion (1)

Énigme

Dans la réserve d'Amboseli, au Kenya, en 1998, 156 lionnes ont donné naissance à des petits ; 15 femelles ont eu une portée de 4 petits ; 21 femelles ont eu une portée de 5 petits ; 1 lionne a eu 6 lionceaux et 8 femelles ont perdu tous leurs lionceaux à la naissance.
Toutes les autres ont eu un seul lionceau.

Combien de lionceaux sont nés cette année-là à Amboseli ?

« La réserve », Rallye mathématique des Antilles et de la Guyane

Le nombre de lionceaux est égal à

$$15 \times 4 + 21 \times 5 + 1 \times 6 + 8 \times 0 + (156 - (15 + 21 + 1 + 8)) \times 1$$

c'est-à-dire 282.

515 Lion (2)

Énigme

Au zoo, Suzy va accompagner un soigneur auprès de deux animaux parmi la girafe, le lion, l'éléphant et la tortue.
Elle doit choisir un premier animal, qu'elle nourrira, puis un deuxième animal, que le soigneur nourrira.
Elle ne peut pas nourrir le lion.

De combien de manières peut-elle choisir ?

A) 3 B) 7 C) 8 D) 9 E) 12

Kangourou des mathématiques, Épreuve « CE2 - CM1 - CM2 », 2017

Réponse D.

Suzy peut nourrir 3 animaux. Pour chacun de ces 3 choix, Suzy peut choisir celui nourri par le soigneur parmi les 3 animaux restant.

Elle peut donc choisir de 9 manières (3×3).

Les voici : ($\underline{\text{girafe}}$; lion), ($\underline{\text{girafe}}$; éléphant), ($\underline{\text{girafe}}$; tortue), ($\underline{\text{éléphant}}$; girafe), ($\underline{\text{éléphant}}$; lion), ($\underline{\text{éléphant}}$; tortue), ($\underline{\text{tortue}}$; girafe), ($\underline{\text{tortue}}$; lion), ($\underline{\text{tortue}}$; éléphant).
L'animal souligné est nourri par Suzy, l'animal non souligné est nourri par le soigneur.

516 Lion (3)

Énigme

Une fontaine était formée d'un lion en bronze portant cette inscription :
« Je puis jeter de l'eau par les yeux, par la gueule et par le pied droit.
Si j'ouvre l'œil droit, je remplirai mon bassin en 2 jours et, si j'ouvre le gauche, je le remplirai en 3 jours.
Avec mon pied, il me faudrait 4 jours et, avec ma gueule, 6 heures.
Dites combien de temps il me faudrait pour remplir le bassin en jetant de l'eau à la fois par les yeux, par la gueule et par le pied ? »
(Donner ce temps à la seconde près)

« Le lion de la fontaine », Rallye mathématique du Poitou-Charentes, Mai 1992

Avec l'œil droit, il remplit le bassin en deux jours. Il remplit donc la moitié du bassin en un jour.
Avec l'œil gauche, il remplit le bassin en trois jours. Il remplit donc le tiers du bassin en un jour.
Avec le pied, il remplit le bassin en quatre jours. Il remplit donc le quart du bassin en un jour.
Avec la gueule, il remplit le bassin en six heures. Il remplit donc quatre bassins en un jour.

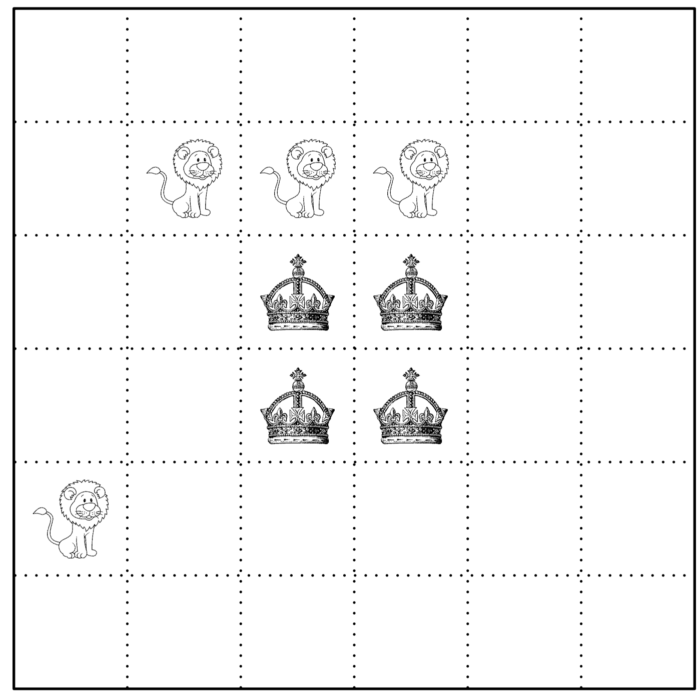
S'il jette de l'eau à la fois par les yeux, par la gueule et par le pied, le nombre de bassins remplis en un jour est : $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + 4$, c'est-à-dire $\frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{48}{12} = \frac{61}{12}$.

Il remplit donc le bassin en $\frac{12}{61}$ de jour, c'est-à-dire 4 h 43 min 17 s.

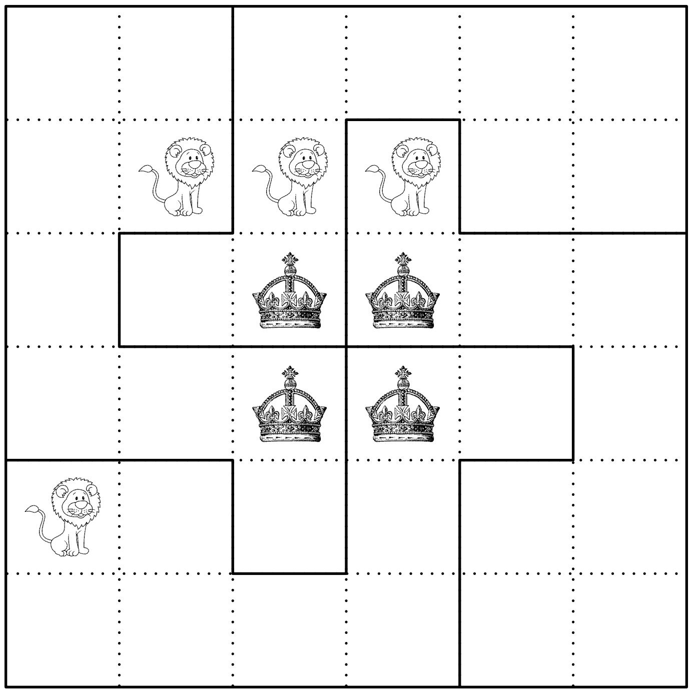
517 Lion (4)

Énigme

Découper la pièce carrée ci-dessous en quatre pièces de même forme et de même taille, contenant chacune un lion et une couronne.
Les coups de ciseaux seront faits sur les lignes en pointillés.



« Lions and crowns », *Amusements in mathematics*, n° 289, H. E. Dudeney, 1917

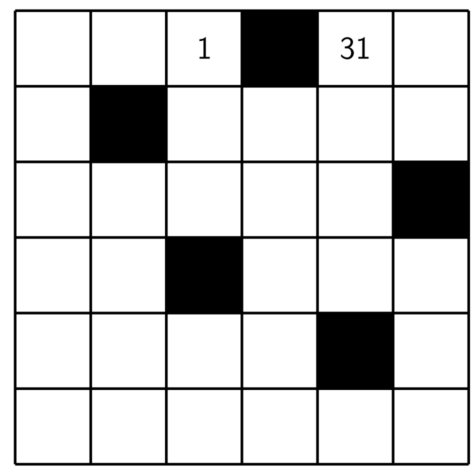


518 Lion (5)

Énigme

Léon dépose un lion miniature sur la case 1 de ce carré.
Le lion se déplace horizontalement ou verticalement sur une case voisine.

Trouvez un chemin qui permettra au lion de parcourir chaque case et de terminer sa course à la case 31.



« Lion de Léon », *Récréations géométriques*, Problème 41 B, Site Recreomath

Comme le lion doit terminer sa course sur la case 31, il doit partir vers la gauche.
Voici un chemin :

3	2	1		31	30
4		8	9	28	29
5	6	7	10	27	
16	15		11	26	25
17	14	13	12		24
18	19	20	21	22	23

519 Lion (6)

Énigme

Après le coup de sifflet du dompteur, les lions ont formé 6 rangs.
Dans chaque rang, il y avait 4 lions.
Après le deuxième coup de sifflet, ils ont formé 8 rangs.

Combien y a-t-il de lions dans chaque rang après le deuxième coup de sifflet ?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

« Les lions », Série 9**,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **C**

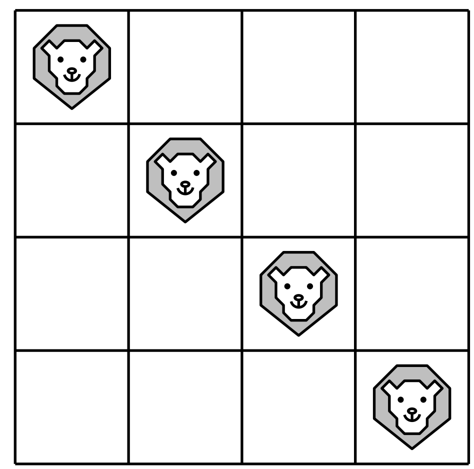
6 rangs de 4 lions : il y a donc $6 \times 4 = 24$ lions.
Or $24 = 8 \times 3$.
Si les lions forment huit rangs, ils sont trois dans chaque rang.

520 Lion (7)

Énigme

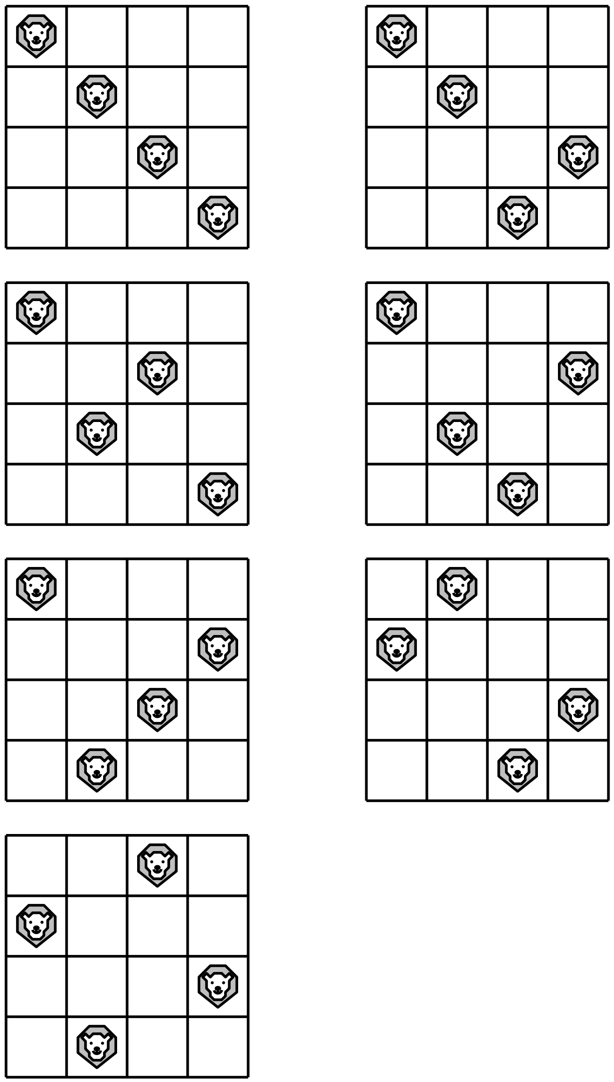
L'énigme consiste à trouver de combien de manières différentes les quatre lions peuvent être placés afin qu'il n'y ait jamais plus d'un lion dans une rangée ou une colonne.

De simples retournements et réflexions ne seront pas considérées comme différentes. Ainsi, en ce qui concerne l'exemple donné, si l'on place les lions dans l'autre diagonale, on considérera le même arrangement. Car si vous tenez le deuxième arrangement devant un miroir ou lui donnez un quart de tour, vous obtenez simplement le premier arrangement.



« Les quatre lions »,
Amusements in Mathematics, Henry Ernest Dudeney, 1917

Il n'y a que sept façons différentes :



521 Loris

Énigme

Le soigneur qui s'occupe des loris a préparé 3 gobelets avec du nectar pour nourrir les 3 loris les plus gourmands du parc.
Il a placé le même nombre de doses de nectar dans chaque gobelet.
Il commence sa distribution.
Alors qu'il a déjà donné 14 doses de nectar à chaque lori, il s'aperçoit que s'il rassemble les doses de nectar qui restent dans les 3 gobelets, il en a le même nombre que ce qu'il y avait dans chaque gobelet avant de les nourrir.

Combien avait-il mis de doses de nectar dans chaque gobelet ?

« Loris gourmands », Parc des Oiseaux, d'après le Rallye Mathématique Transalpin, Section de l'Ain

Il faut comprendre que dans chaque gobelet il y a obligatoirement plus de 14 doses de nectar.
Il faut bien prendre en compte les différence entre ce qu'il y a dans un gobelet, et ce que l'on met ensemble...
On peut alors procéder par essais en essayant des nombres supérieurs à 14.
Par exemple, 18 $(14 + 4)$.
Mais, dans ce cas, le nombre total des doses de nectar restantes serait 12 (4×3) et ne conviendrait donc pas.
Faire d'autres essais jusqu'à découvrir que avec 21 doses de nectar au départ dans chaque gobelet $(14 + 7)$, le nombre total des doses de nectar qui restent (7×3) est justement égal au nombre de doses de nectar initialement présentes dans chaque gobelet.

C'est grâce aux papilles en forme de petits pinceaux au bout de leur langue que les loris peuvent attraper le nectar et le pollen des fleurs.

522 Loup (1)

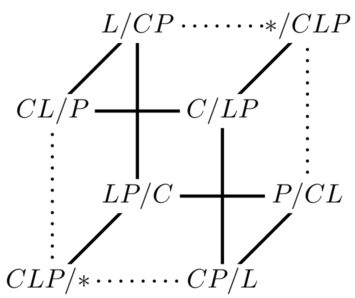
Énigme

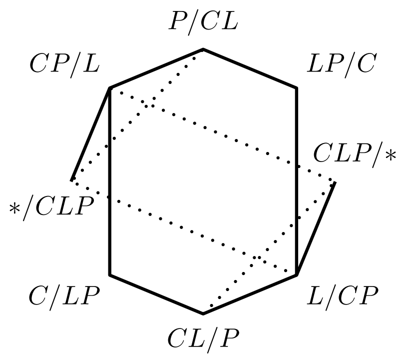
Un homme devait traverser une rivière avec un loup, une chèvre et un panier de choux.
Il y avait là un bateau, mais si petit que seul pouvait passer avec lui le loup, la chèvre ou le panier de choux.
Il ne voulait pas laisser la chèvre avec le loup ou avec les choux.

Dis-moi, qui le peut, comment l'homme s'y prendra pour transporter sans problèmes le loup, la chèvre et les choux.

Ce problème a été proposé par Alcuin (735–804), qui fut l'un des hommes les plus savants de son temps. Engagé par le roi Charlemagne comme précepteur pour réformer les programmes d'enseignement, il a écrit des traités de théologie et de pédagogie dont le recueil *Propositiones ad acuendos juvenes* (*Propositions pour aiguiser la perspicacité des jeunes*). Ce problème est le dix-huitième des cinquante-trois problèmes. Il a été ensuite repris par le mathématicien français Nicolas Chuquet (1445–1500).

Désignons le loup, la chèvre et le panier de choux respectivement par L, C et P. Il y a deux berges. La notation, par exemple, C/LP indiquera que la chèvre est sur la rive de départ et que le loup et le panier de choux est sur la berge d'arrivée. Il est assez rapide d'établir les huit configurations possibles. Pour résoudre le problème, on utilise l'un des deux graphes équivalents ci-dessous. Deux sommets sont reliés lorsque l'on passer d'une configuration associée à l'autre. Par exemple, on peut relier LP/C à L/CP puisque cela traduit la traversée du panier de choux, le loup et la chèvre étant chacun sur une rive. Le problème consiste à passer de la configuration $CLP/*$ à la configuration $*/CLP$.





Les deux solutions ci-dessous sont données par Alcuin.

Solution 18. Le batelier passa d'abord la chèvre tout en abandonnant le loup et les choux ; puis il revint chercher le loup. Il ramena la chèvre sur la rive de départ. Puis, il passa le panier de choux de l'autre côté. Il revint alors prendre la chèvre. De cette façon, le transport s'est effectué sans problèmes.

Dans un même voyage, j'emmènerais d'abord la chèvre et je laisserais sur la rive le loup et le chou. Puis je reviendrais et je ferais passer le loup. Je ferais descendre le loup sur la berge, je ferais remonter la chèvre que je ramènerais. La chèvre descendue sur la berge, je transporterais le chou de l'autre côté. Ayant repris les rames une fois encore, je ramènerais avec moi la chèvre de l'autre côté. En faisant ainsi, la traversée aura été réalisée en toute sécurité, en évitant de sombrer dans les agressions.

Remarque. Une situation peut être codée par un triplet $(L\,;C\,;P)$ où L, C et P prennent la valeur 0 si l' « objet » sur la rive de départ et 1 s'il est sur la rive d'arrivée. Les huit triplets obtenus font alors penser aux coordonnées des huit sommets d'un cube dans l'espace rapporté à un repère… d'où le graphe ci-dessus à gauche.

523 Loup (2)

Énigme

Œil-de-nuit, une redoutable meute de 8 loups, a besoin de 8 jours pour creuser 8×8 terriers.

De combien de jours une meute de 16 loups a-t-elle besoin pour creuser 4×4 terriers ?

« 2. Un peu de repos… », *Concours Bombyx*, Finale, $6^{\text{ème}}$, 2016

8 loups ont besoin de 8 jours pour creuser$8 \times 8 = 64$ terriers, donc ils ont besoin de 2 jours pour creuser $4 \times 4 = 16$ terriers car $64 \div 4 = 16$. S'ils sont deux fois plus nombreux (16 loups), ils ne mettront qu'un jour. Une meute de 16 loups a besoin d'un seul jour pour creuser 16 terriers.

524 Loup (3)

Énigme

Le Loup et le Petit Chaperon Rouge se rencontrent dans la forêt et se dirigent tous les deux vers la maison de la grand-mère.
Le Loup rit, très satisfait : « Ah ! Ah ! Ah ! Ah ! Le Petit Chaperon Rouge fait deux pas pendant que je fais un bond qui vaut trois de ses pas, j'arriverai bien avant elle !
De son côté, le Petit Chaperon Rouge semble aussi très satisfaite : – Cette fois-ci, le vieux tricheur ne pourra pas arriver avant moi parce que je connais un raccourci. »
Le Petit Chaperon Rouge fait 92 pas en passant par le raccourci, alors qu'elle aurait fait 141 pas en passant par le chemin que le Loup a pris.

Qui arrivera en premier chez la grand-mère, le Loup ou le Petit Chaperon Rouge ? Avec combien de pas d'avance ?

« 11. Comme vous avez de grandes jambes. . . », 29$^{\text{ème}}$ Rallye mathématique transalpin, Épreuve II, 2022

La longueur d'un bond du loup est de 3 pas.
Pendant ce bond, le Petit Chaperon Rouge parcourt une distance de 2 pas.
Donc le Petit Chaperon Rouge parcourt les 92 pas du raccourci pendant que les bonds du loup sur son chemin correspondent à $92 \times 3 \div 2 = 138$ pas du Petit Chaperon Rouge.
Le Petit Chaperon Rouge arrivera donc le premier (puisque $138 < 141$), avec $141 - 138 = 3$ pas d'avance (soit un bond de loup).

525 Lynx

Énigme

Dans la forêt enchantée, 5 000 lapins vivaient heureux jusqu'au jour où arriva un couple de lynx.
Or chaque lynx mange un lapin par jour !
Croyant bien faire, Merlin dota ces animaux d'un pouvoir de reproduction magique : chaque jour, après le repas des lynx, chaque lapin donnerait naissances à deux nouveaux lapins, tandis que chaque lynx ne donnerait naissance qu'à un seul lynx.

Les lapins réussissent-ils à survivre ?
Que se passe-t-il si, au lieu d'un seul couple de lynx, il en arrive 1 000 couples ?

« Lynx et lapins », *Jeux mathématiques du* Monde, Problème n° 226 du 05/06/2001

Si, à la fin d'un jour donné, le nombre de lapins est ℓ et celui des lynx, L, à la fin du jour suivant, il y aura $3\,(\ell - L)$ lapins et $2\,\ell$ lynx.

Le rapport du nombre de lapins au nombre de lynx passe ainsi de $\dfrac{\ell}{L}$ à $\dfrac{3\,(\ell - L)}{2\,L} = \dfrac{3}{2}\,\dfrac{\ell - L}{L} = \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{\ell}{L} - 1\right)$.

Ce rapport est donc, à chaque jour qui passe, diminué d'une unité puis multiplié par 1,5, si bien qu'à la fin du jour n, il vaut $3 + 1,5^n \times (A - 3)$, où A est sa valeur de départ.

Ainsi :

- dans le cas de l'arrivée d'un seul couple de lynx, A vaut 2 500 et les lapins vont pulluler ;
- dans le cas de l'arrivée de mille couples de lynx, A vaut 2,5 et la race des lapins sera éteinte au bout de 5 jours.

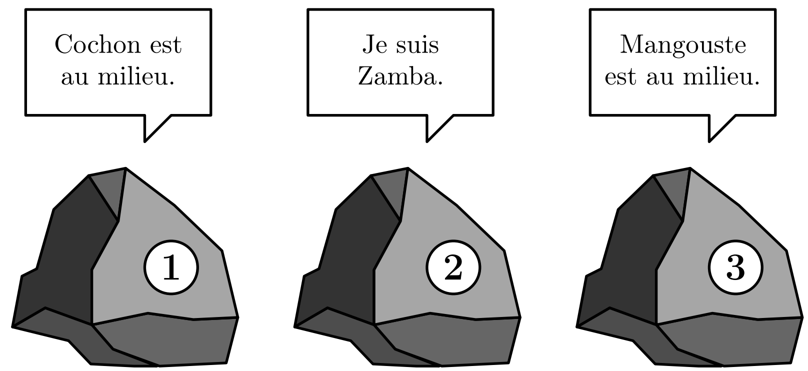
526 Mangouste

Énigme

Mangouste, Zamba et Cochon sont cachés derrière trois rochers.
On sait que :

- Mangouste ne ment jamais ;
- Zamba ment parfois ;
- Cochon ment toujours.

Trouvez qui est caché derrière les rochers.



« 2. Manti aw », 27$^{\text{eme}}$ Rallye Mathématique de l'IREM de l'Université des Antilles, Finale catégorie 4 (2nde - 1ère Pro), 2018

Rocher 1	Rocher 2	Rocher 3
Mangouste	Cochon	Zamba

527 Marcel (1)

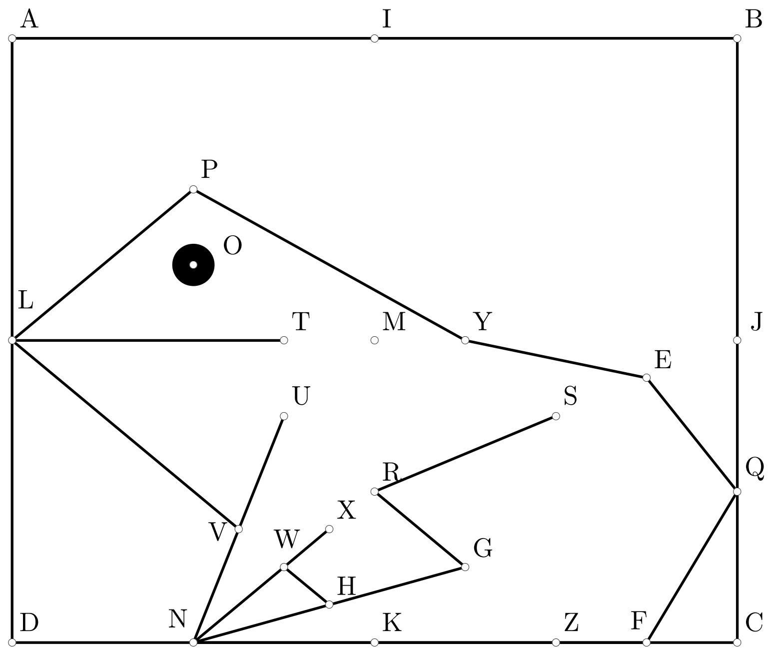
Énigme

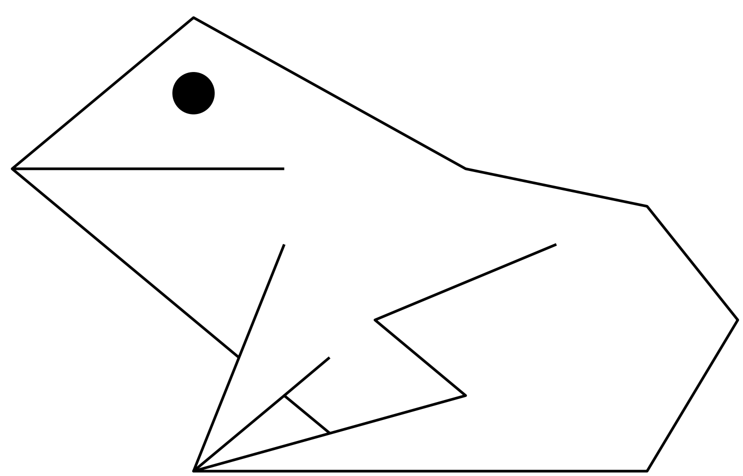
Au concours de saut en longueur, Marcel est arrivé deuxième !
Mais qui donc est arrivé premier ?
Tu le sauras en suivant les instructions ci-dessous.

1. ABCD est un rectangle, avec AB = 12 cm. AD = 10 cm.
2. Au crayon à papier fin, et sans appuyer, place les milieux suivants :
   I, milieu de [AB],
   J, milieu de [BC],
   K, milieu de [CD],
   L, milieu de [DA],
   M, milieu de [AC],
   N, milieu de [DK],
   P, milieu de [LI],
   Q, milieu de [JC],
   R, milieu de [MK],
   O, milieu de [AR],
   S, milieu de [RJ],
   T, milieu de [PR],
   U, milieu de [PK],
   V, milieu de [UN],
   W, milieu de [NR],
   X, milieu de [WR],
   Y, milieu de [PQ],
   Z, milieu de [KC],
   E, milieu de [SJ],
   F, milieu de [ZC],
   G, milieu de [RZ],
   H, milieu de [NG].
3. Au feutre fin, trace :
   - le chemin VLPYEQFNGRS ;
   - le chemin HWNU ;
   - les segments [XW] et [LT] ;
   - un gros point à la place du O.
4. Enfin, place un gros point noir au milieu du segment [JF].
5. Laisse sécher... et gomme le crayon !

« Dessin mystère : Concours de saut en longueur », Géraud Chaumeil, Revue Hypercube

Échelle : 1/1,25





528 Marcel (2)

Énigme

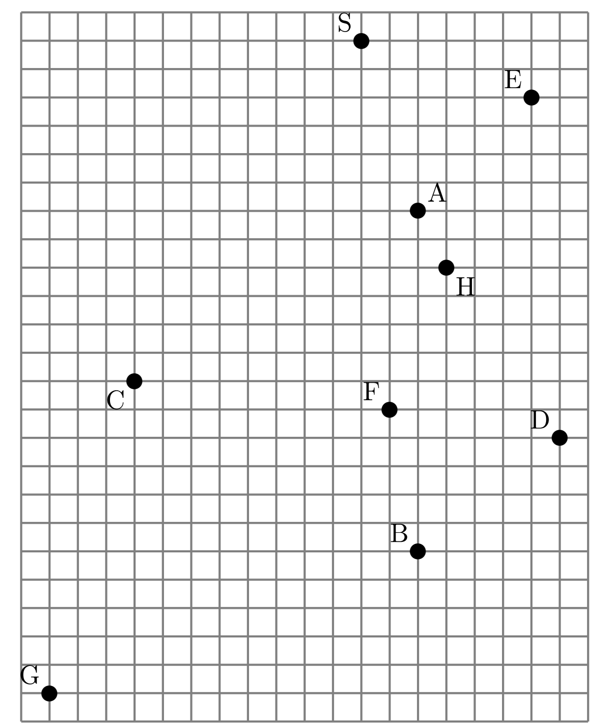
Marcel a décidé d'aller à la chasse. . . Mais quel animal a-t-il choisi de chasser ? Tu le sauras en suivant les instructions ci-dessous.
Reproduis la figure ci-dessous.
La symétrie dont il est question est la symétrie d'axe (AB).
Au crayon à papier fin, sans appuyer, place les points suivants.

- J, milieu de [AB] et K, milieu de [CJ] ;
- I, symétrique de H ; L, symétrique de C ; M, symétrique de K ; N, symétrique de F ; P, symétrique de D ; Q, symétrique de G ; R, symétrique de E ; T, symétrique de S.

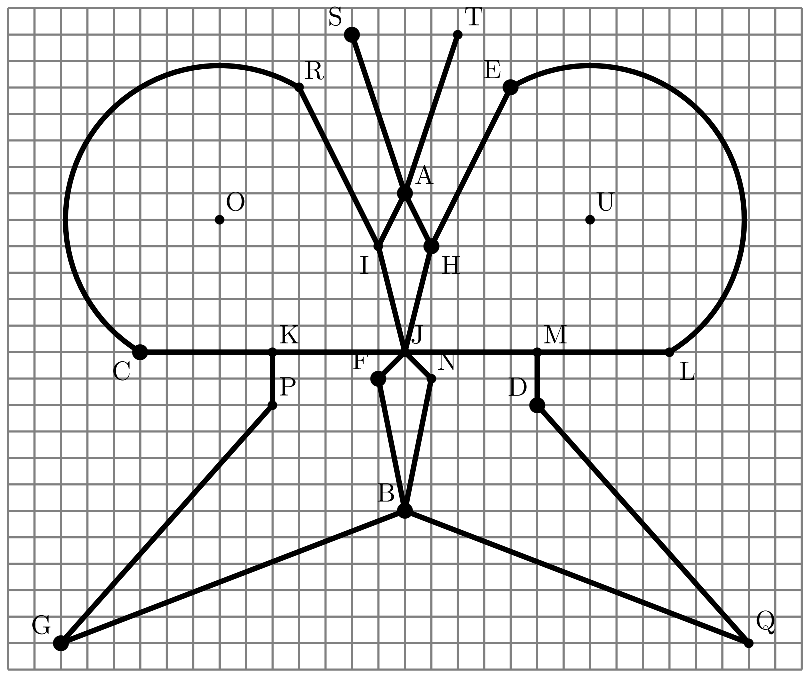
Trace au feutre :

- les chemins SAIJFBNJHAT et JKPGBQDMJ ;
- les segments [KC], [ML], [RI] et [EH] ;
- le demi-cercle de diamètre [RC], tourné vers la gauche, et son symétrique.

Et, maintenant, gomme le crayon !



Source : « Dessin mystère », Géraud Chaumeil, Revue Hypercube



529 Marcel (3)

Énigme

Marcel a décidé d'apprendre à voler...
Mais quel animal a-t-il choisi comme modèle, pour ses premiers essais ?
Tu le sauras en suivant les instructions ci-dessous.

ABCD est un rectangle. AB = 12 cm. AD = 10 cm.
Au crayon à papier fin, et sans appuyer, place les points suivants.

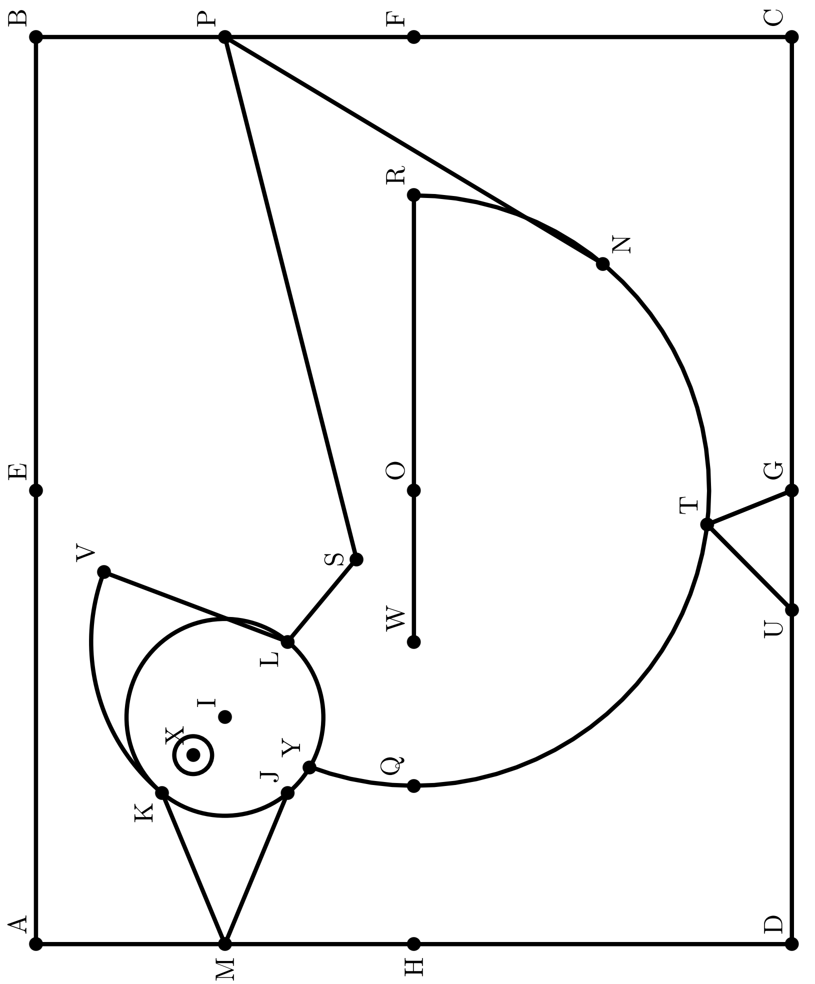
- O, E, F, G, H, I, M, N et P, milieux respectifs des segments [AC], [AB], [BC], [CD], [DA], [HE], [AH], [OC] et [BF].
- (AG) et (HE) se coupent en J.
- $\mathcal{C}_1$ est le cercle de centre I et de rayon IJ.
  Il coupe [AI] en K et [IO] en L.
- $\mathcal{C}_2$ est le cercle de centre O et de rayon ON.
  Il coupe [HO] en Q et [OF] en R.
- $\mathcal{C}_2$ coupe $\mathcal{C}_1$ en deux points : on note Y celui qui est le plus proche de Q.
- (QP) et (AC) se coupent en S.
- (IG) coupe $\mathcal{C}_2$ en T et (HF) en W.
- (PT) et (DC) se coupent en U.
- $\mathcal{C}_3$ est le cercle de centre L et de rayon LK.
  Il coupe [IE] en V.
- X est le milieu de [KI].

Au feutre noir, trace bien proprement :

- la ligne brisée VLSPN ;
- le triangle TUG ;
- les segments [WR], [MK] et [MJ] ;
- le cercle $\mathcal{C}_1$;
- le grand arc de cercle $\overset{\frown}{YR}$ de $\mathcal{C}_2$ (passant par Q, T et N) ;
- le petit arc de cercle $\overset{\frown}{KV}$ de $\mathcal{C}_3$;
- un gros point à l'emplacement de X.

Laisse sécher... et gomme le crayon !

Kangourou des mathématiques, Série S, 2014, n° 25



530 Marche

Énigme

Simon le dompteur a 7 animaux : un crocodile, une girafe, un lion, un éléphant, une autruche, un serpent et un canard.
Il veut les faire marcher les uns derrière les autres.

- Le crocodile n'a personne derrière lui.
- La girafe voit 3 animaux devant elle.
- Le lion n'est pas devant la girafe.
- L'éléphant suit le lion.
- L'autruche n'est pas la première.
- Le serpent est en deuxième position.

Quel animal est le premier de la file ?

« Simon le dompteur », Rallye math 92, CE1, 2017-2018

Le serpent est en deuxième position.

La girafe voit 3 animaux devant elle : elle est donc en quatrième position.

Le crocodile n'a personne derrière lui : il est donc en septième position.

Puisque le lion n'est pas devant la girafe, il est derrière elle. Il est donc en cinquième ou sixième position.
Or l'éléphant suit le lion.
Par conséquent, le lion est en cinquième position et l'éléphant est en sixième position.

Puisque l'autruche n'est pas la première, elle est en troisième position.

Par conséquent, c'est le canard qui est en première position.

L'ordre de marche est donc au final le suivant :

1. Canard
2. Serpent
3. Autruche
4. Girafe
5. Lion
6. Éléphant
7. Crocodile

Le premier animal de la file est le canard.

531 Marché aux bestiaux

Énigme

Trois compatriotes se sont rencontrés sur un marché aux bestiaux.
« Regardez ici, dit Hodge à Jakes, je vous donnerai six de mes cochons pour un de vos chevaux, et alors vous aurez deux fois plus d'animaux ici que moi.
— Si c'est votre façon de faire des affaires, dit Durrant à Hodge, je vous donnerai quatorze de mes moutons pour un cheval, et alors vous aurez trois fois plus d'animaux que moi.
— Eh bien, j'irai mieux que ça, dit Jakes à Durrant. Je vais vous donner quatre vaches pour un cheval et ensuite vous aurez six fois plus d'animaux que moi ici. »

Combien d'animaux y avait-il au total ?

« 3. Sur un marché de bovins »,
Amusements in Mathematics, Henry Ernest Dudeney, 1917

(Solution de l'auteur)

Jakes doit avoir emmené 7 animaux au marché, Hodge en a pris 11 et Durrant doit en avoir pris 21. Il y avait donc 39 animaux au total.

532 Marmotte

Énigme

Cinq amis partent en vacances dans le même village montagnard et font des pronostics sur le nombre de marmottes que chacun va voir le premier jour.
Cyril : « Audrey en verra quatre.
Fabrice : — Vanessa en verra trois de moins que Nicolas.
Vanessa : — Cyril en verra cinq.
Nicolas : — Audrey en verra deux de plus que Vanessa.
Audrey : — J'en verrai trois. »
Curieusement, les cinq amis voient un nombre différent de marmottes, de une à cinq, et le seul pronostic exact a été formulé par la personne qui a vu le plus de marmottes.

Combien de marmottes ont été vues par chacun ?

D'après « Voyage en montagne », *199 jeux pour insomniaques et autres esprits éveillés, n^o 11*, Pierre Berloquin

Audrey n'a pas pu voir trois marmottes car, si c'était le cas, son pronostic serait exact et elle en aurait reçu cinq. Elle n'en a donc vu ni trois ni cinq.

Vanessa ne peut avoir bien parlé : si c'était le cas, elle aurait vu cinq marmottes, et se serait trompée en en accordant cinq à Cyril. Ni Vanessa ni Cyril n'en ont donc vu cinq.

Puisque Cyril n'a pas vu cinq marmottes, son pronostic était erroné, et Audrey n'en a pas eu quatre.

Audrey n'ayant vu ni trois, ni quatre ni cinq marmottes, le pari de Nicolas est nécessairement perdu, et Nicolas n'a pas vu cinq marmottes.

L'ami qui a vu cinq marmottes est donc obligatoirement Fabrice. Son pronostic était donc juste : Vanessa a vu trois marmottes de moins que Nicolas, qui, lui, a donc fatalement vu quatre marmottes, et, elle, une marmotte.

Nous savons déjà qu'Audrey ne peut avoir vu trois marmottes : elle en a donc vu deux.

C'est Cyril qui a vu les trois marmottes, comme l'a pronostiqué Audrey.

Audrey :	2
Cyril :	3
Fabrice :	5
Nicolas :	4
Vanessa :	1

533 Marsupial

Énigme

Sur cette île lointaine, on a trouvé une nouvelle espèce de marsupial. Certains sont gris, d'autres sont bleus ; certains portent des taches, d'autres, non...
Le professeur D. Deceliq, grand spécialiste ès marsupiaux, aimerait savoir s'il y a plus de tachés chez les gris ou chez les bleus, interrogation dont la pertinence n'échappera à personne.
D'après les spécimens recueillis, son assistant, J. Stichrophe, a compté que 95 % des bleus ont des taches et que, étrange coïncidence, 95 % de ceux qui ont des taches sont bleus...

Les données recueillies permettent-elles de répondre à cette lancinante question ?

« Ŕ4. Statistique des populations »,
Exos-Malices, Quatrième-troisième-seconde, ACL-Éditions, 1997

Il s'agit de comparer le pourcentage de tachés chez les gris et le pourcentage de tachés chez les bleus.
Soit M l'effectif total de ces marsupiaux et R le nombre de gris.

Remarquons d'abord que la population des bleus tachés, c'est à la fois 95 % des bleus et 95 % des tachés. C'est donc qu'il y a autant de bleus que de tachés.

Le nombre de tachés chez les gris, c'est 5 % du nombre de tachés, c'est donc aussi 5 % du nombre de bleus. Et comme les animaux qui ne sont pas bleus sont gris (c'est bien connu), c'est alors 5 % de $(M - R)$. Le pourcentage de tachés chez les gris est donc $\dfrac{\frac{5}{100}(M-R)}{R}$.

Le pourcentage de tachés chez les bleus est 95 %.

Écrire que le premier pourcentage est inférieur au second, c'est donc écrire : $\dfrac{\frac{5}{100}(M-R)}{R} \leqslant \dfrac{95}{100}$.
Autrement dit, après calculs, $R \geqslant \dfrac{5}{100}M$.
Ainsi, s'il y a plus de 5 % de gris dans la population totale, la population de tachés est supérieure chez les bleus, mais si les gris sont moins de 5 %, c'est l'inverse.

L'assistant n'a plus qu'à évaluer cette proportion...

534 Ménagerie (1)

Énigme

Quelle est la particularité des phrases suivantes, données en langue française ou étrangère ?

- Ce reptile lit Perec.
- Ce reptile relit Perec.
- Eh ! ça va la vache ?
- Un rêve de ver nu.
- Was it a rat I saw ?
- Rats live on no evil star.
- Do geese see God ?
- Step on no pets !
- Ein Esel lese nie.
- Anropa aporna !
- God apa gavs galna anlag, svag apa dog.

Chacune de ces phrases est un palindrome : l'ordre des lettres reste le même qu'on le lise de gauche à droite ou de droite à gauche.

Traductions :

- Was it a rat I saw ?
  (Anglais) Était-ce un rat que je vis ?
  (En changeant « rat » par « cat », le « rat » est changé en « chat »)
- (Anglais) Rats live on no evil star.
  Les rats n'ont pas de mauvaise étoile.
- (Anglais) Do geese see God ?
  Est-ce que les oies voient Dieu ?
- (Anglais) Step on no pets !
  Ne marchez pas sur les animaux !
- (Allemand) Ein Esel lese nie.
  Un âne ne devrait jamais lire.
- Anropa aporna !
  (Suédois) Appelez les singes !
- God apa gavs galna anlag, svag apa dog
  (Suédois) Le singe bon a reçu des traitements génétiques fous, le singe faible est mort.
  (Notons que ce palindrome est très intéressant par le fait que tous les espaces correspondent, ce qui est rare pour les longs palindromes)

Laissons la parole aux Suédois pour définir ce qu'est un palindrome :

« Att ord idrotta. »

c'est-à-dire... « faire du sport avec des mots ».

535 Ménagerie (2)

Énigme

Louise indique combien elle a d'amis.
« Tous sont des chiens sauf trois d'entre eux.
Tous sont des chats sauf trois d'entre eux.
Tous sont des poissons sauf trois d'entre eux.
Tous sont des hamsters sauf trois d'entre eux. »

Mais, au fait, combien Louise a-t-elle d'amis ?

« Les amis de Louise », Grand concours scientifique Edouard Lucas, Seconde étape, mars 2001, Collégiens

Louise a donc un chien, un chat, un poisson et un hamster.

C'est-à-dire 4 amis.

536 Ménagerie (3)

Énigme

C'est la ménagerie du plus petit cirque du monde !
On y trouve des cigales (qui possèdent 6 pattes comme tous les insectes), plusieurs souris et quelques couleuvres.
On compte en tout 34 pattes et 12 têtes.

Combien y-a-t-il d'animaux de chaque sorte ?

« Avec des bêtes », Rallye mathématique de l'IREM de Paris-Nord, 2000

On désigne par c, s et k les nombres respectifs de cigales, de souris et de couleuvres.

L'information « 12 têtes »implique :

$$c + s + k = 12$$

L'information « 34 pattes »implique (les couleuvres n'ayant pas de pattes) :

$$6\,c + 4\,s = 34$$

Ou encore :

$$3\,c + 2\,s = 17$$

Cette condition implique que c est nécessairement impair (car $2\,s$ est pair et 17 est impair) et inférieur ou égal à 5. L'énonce ajoute qu'il y a *des* cigales donc c est strictement plus grand que 1.

Il y a donc seulement deux cas à étudier.

1. $c = 3$
Dans ce cas, on a $9 + 2\,s = 17$. Donc $s = 4$.
On a de plus $3 + 4 + k = 12$. Donc $k = 5$.

2. $c = 5$
Dans ce cas, on a $15 + 2\,s = 17$. Donc $s = 1$. Cette solution ne peut pas être retenue car l'énoncé précise qu'il y a *plusieurs* souris.

La ménagerie comporte donc 3 cigales, 4 souris et 5 couleuvres.

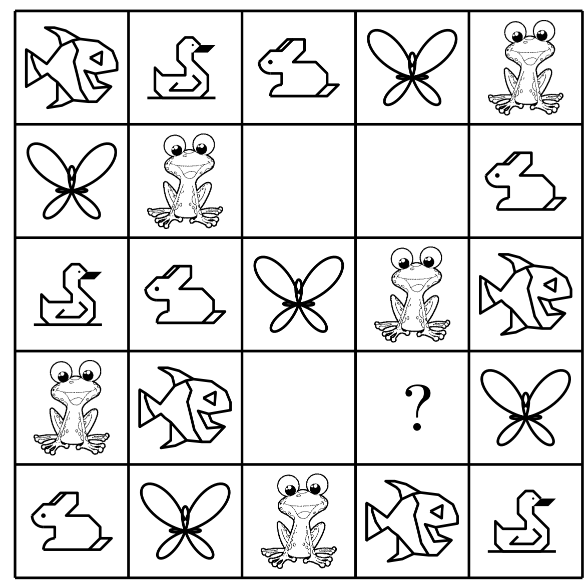
537 Ménagerie (4)

Énigme

Ondine remplit la grille avec cinq sortes d'animaux.
Chaque animal doit apparaître une fois dans chaque ligne et dans chaque colonne.

Pour finir la grille, quel animal Ondine doit-elle mettre dans la case avec un point d'interrogation ?

A) A B) B C) C D) D E) E



Kangourou des mathématiques, Sujet E, 2018

Sur les cinq animaux présentés sur la première ligne, trois sont dans la quatrième colonne.
Il manque dans cette colonne le canard et le lapin.
Or un lapin se trouve déjà sur la deuxième ligne.
On ne peut donc pas placer le lapin sur la deuxième ligne.
C'est donc le lapin qui est à droite du point d'interrogation.

Réponse C

538 Merle

Énigme

Quel joli concert chaque matin !
Pourtant, ils sont moins de trente merles.
Et que d'ébats joyeux dans les frondaisons de ces cinq hêtres de la grande place.
Puis vient l'heure de la grande valse du matin.
Un merle quitte le premier arbre pour se poser sur le second.
Deux merles quittent le second arbre pour se poser sur le troisième.
Trois merles quittent le troisième arbre pour se poser sur le quatrième.
Quatre merles quittent le quatrième arbre pour se poser sur le cinquième.
Cinq merles quittent le cinquième arbre pour se poser sur le premier.
Et maintenant nous avons le même nombre de merles sur chaque arbre.

Combien étaient-ils sur chaque arbre avant cette valse ?

Hêtre 1	Hêtre 2	Hêtre 3	Hêtre 4	Hêtre 5

« Les merles », Concours « 1, 2, 3, Mathématiques de l'an 2000 », ACDS, Écoliers

La valse à cinq temps !

Tous les renseignements fournis ont un rôle précis. Voyez les deux dernières lignes du texte : la position finale est au moins 5 5 5 5 5, et on ne peut avoir 6 6 6 6 6 puisque nous n'avons pas 30 merles.

Le petit tableau qui suit résume bien la situation. Seule la quatrième ligne mérite une légère réflexion.

Arrivée	5	5	5	5	5
A reçu	5	1	2	3	4
A donné	1	2	3	4	5
Avant la valse	1	6	6	6	6

D'où la solution :

Hêtre 1	Hêtre 2	Hêtre 3	Hêtre 4	Hêtre 5
1	6	6	6	6

539 Mille-pattes

Énigme

Aucun mille-pattes n'a en réalité 1 000 pattes, mais certains peuvent en posséder 750.
Une famille dont chaque membre possède 750 pattes est composée d'un père, d'une mère, et de deux enfants.
Pour mettre une chaussure, les parents mettent trois secondes et les enfants cinq secondes.
Dans la famille mille-pattes, on met ses chaussures en même temps, mais quand les parents ont fini de mettre leurs chaussures, ils prennent la relève de leurs enfants en leur mettant les chaussures qu'il reste.
Chaque mille-pattes ne peut mettre qu'une seule chaussure à la fois.

1. En combien de temps (en secondes) les parents ont-ils mis leurs chaussures ?
2. Combien de temps (en minutes secondes), au minimum, faudra-t-il à la famille mille-pattes pour mettre toutes leurs chaussures ?

« Vite, vite… », Rallye Bombyx, Demi-finale, 2022

1. Les parents ont mis leurs chaussures en $3 \times 750 = 2\,250$ s, soit 37 min 39 s.

2. Le nombre de chaussures mises par un enfant pendant ce temps-là est $2\,250 \div 5 = 450$.

Chaque enfant aura mis 450 chaussures pendant que ses parents auront mis les leurs.

Le nombre de chaussures qu'il restera à mettre à chaque enfant est $750 - 450 = 300$.

Le temps mis par chaque parent pour mettre les chaussures qu'il reste à un des deux enfants est $300 \times 3 = 900$ s.

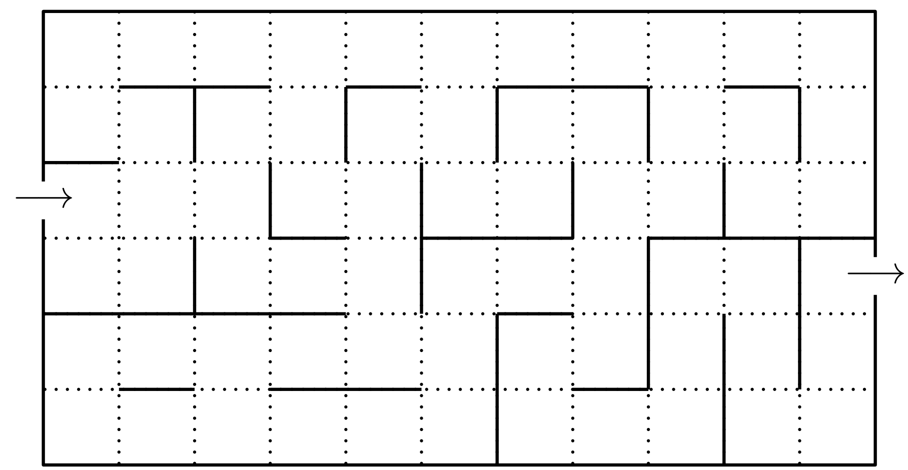
Le temps total mis par la famille pour qu'ils soient tous chaussés est $2\,250 + 900 = 3\,150$ s, soit 52 min 30 s.

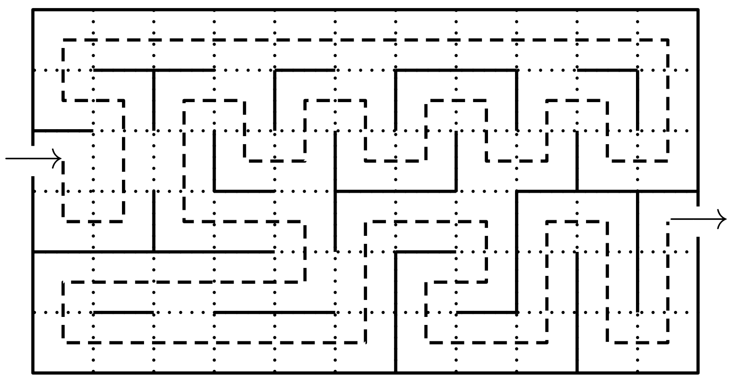
La famille mettra 52 minutes et 30 secondes, au minimum, pour se chausser.

540 Minotaure

Énigme

Trouver le chemin que va parcourir le Minotaure dans ce labyrinthe en passant par *toutes* les cellules du labyrinthe.





541 Mite

Énigme

Deux mites font la course sur un tigre du Bengale.
Elles partent de la tête pour atteindre la queue du tigre ; l'une emprunte les rayures jaunes, l'autre les rayures noires.
De la tête à la queue du tigre, les rayures jaunes mesurent 3,50 mètres et sont plus longues de 35 cm que les rayures noires.
La mite qui a choisi les rayures jaunes va plus vite, elle gagne 1 cm par minute sur sa concurrente, qui fait du 5,50 mètres/heure.

Quelle est la mite qui va atteindre la première le bout de la queue du tigre ?

« Course de mites », *Arithmétique appliquée et pertinente*, Jean-Louis Fournier, Éditions Payot & Rivages, 1993

Vitesse sur les rayures noires :
$5,4 \times 100 \div 60 = 9$ cm/min

Longueur des rayures noires :
$350 - 35 = 315$ cm

Temps de parcours sur les rayures noires :
$315 \div 9 = 35$ min

Vitesse sur les rayures jaunes :
$9 + 1 = 10$ cm/min

Temps de parcours sur les rayures jaunes :
$350 \div 10 = 35$ min

Les deux mites arrivent en même temps.

542 Moineau

Énigme

Des corbeaux et des moineaux se reposent sur un fil téléphonique.
Fabrice tire un coup de fusil en l'air.
Huit moineaux s'envolent, puis cinq reviennent.
Le chien de Fabrice aboie.
Trois corbeaux s'envolent, puis deux reviennent.
Il y a alors treize oiseaux sur le fil.

Au tout début, combien de moineaux y avait-il sur le fil, au maximum ?

« 8. Sur un fil », 24$^{\text{ème}}$ Championnat des Jeux Mathématiques et logiques, Demi-finale, 2010

Après le coup de fusil, le nombre de moineaux est celui du départ diminué de 3 ($-8+5=-3$) et après l'aboiement du chien, le nombre de corbeaux est celui du départ diminué de 1 ($-3+2=-1$).
Donc, au final, le nombre d'oiseaux est celui du départ diminué de 4 ($1+3=4$).
Or ce nombre vaut 13.
Donc le nombre d'oiseaux au départ est égal à 17.

De plus, le nombre initial de corbeaux est supérieur ou égal à 3, puisque, quand le chien aboie, trois corbeaux s'envolent.

Donc au tout début, il y avait 14 moineaux sur le fil, au maximum ($17-3=14$).

543 Monstre du Loch Ness

Énigme

Lors d'un séjour en Écosse, vous croisez McLeod, un vieux propriétaire terrien, qui vous dit : « Oh, je l'ai vue souvent, la bête ; elle mesure 20 mètres plus la moitié de sa propre longueur. »

Quelle est la taille du monstre ?

On appelle t la taille du monstre.

Alors $t = \frac{t}{2} + 20$.
Donc $\frac{t}{2} = 20$.
Donc $t = 40$.

Le monstre du Loch Ness mesure 40 mètres.

544 Mouche (1)

Énigme

Deux TGV sont face à face à 200 km de distance.
Ils roulent l'un vers l'autre à 100 km/h.
Sur le nez de l'un deux est posée une super mouche qui s'élance vers l'autre TGV à 150 km/h et va ainsi faire des allers-retours d'un TGV à l'autre jusqu'à ce qu'ils se croisent.

Quelle distance va parcourir la super mouche ?

Les trains vont se croiser au bout de $\frac{1}{2} \times \frac{200}{100}$ heures, soit 1 heure.
La mouche, se déplaçant à 150 km/h, va parcourir 150 km.

545 Mouche (2)

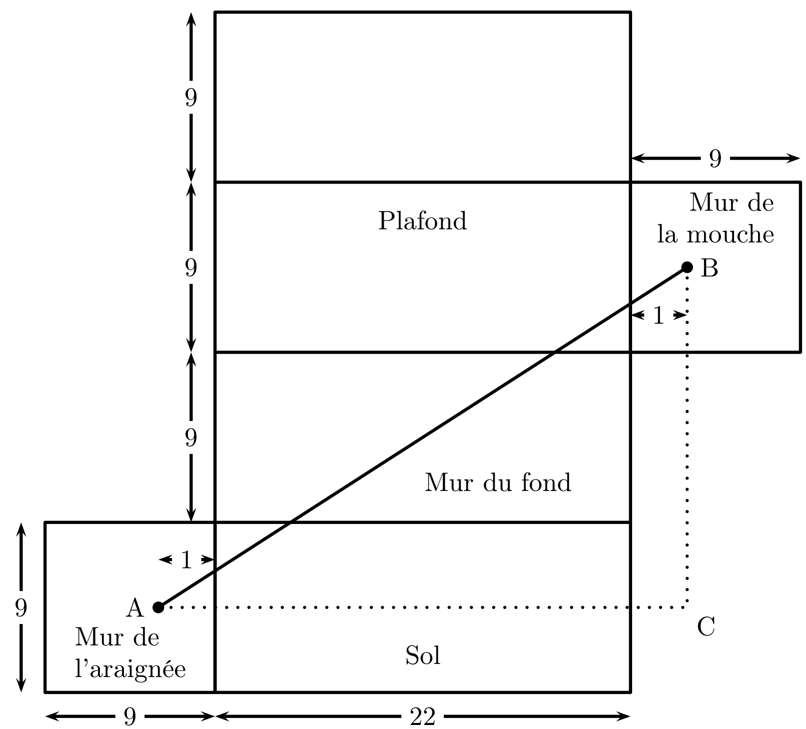
Énigme

Le sol d'une pièce d'une maison a pour dimensions 22 m $\times$ 9 m et la hauteur du plafond est de 9 m.
Une araignée se trouve au milieu d'un des deux murs carrés, à 1 m du plafond ; elle reste toujours en contact avec les murs ou le sol et ne saute pas.
Une mouche (endormie) se trouve au milieu de l'autre mur carré, à 1 m du sol.

Quelle distance sépare la mouche de la mouche ?

Ce n'est pas 31 m !

On utilise le patron de la pièce.



La longueur du chemin emprunté par l'araignée est celle du segment AB.
Le triangle ABC étant rectangle en C, on a :
$AB^2 = AC^2 + CB^2 = (1+22+1)^2 + (4,5+9+4,5)^2 = 24^2 + 18^2 = 900.$
Donc $AB = \sqrt{900} = 30$ m.

La longueur du chemin emprunté par l'araignée mesure 30 m.

546 Mouche (3)

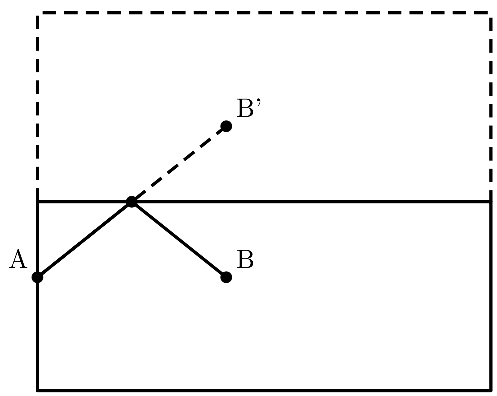
Énigme

Sur la paroi intérieure d'un verre cylindrique (d'épaisseur négligeable) de 5 cm de diamètre, se trouve une gouttelette de miel.
Elle est située à 2 cm du bord supérieur du verre.
Une mouche se pose sur la paroi extérieure du verre au point, situé à 2 cm du bord supérieur, diamétralement opposé à la gouttelette de miel.
Ayant aperçu la gouttelette, elle va vers celle-ci en se déplaçant sur le verre.

Quelle est la longueur du plus petit trajet entre la mouche et la gouttelette de miel ?

« La mouche gourmande », Rallye mathématique du Midi-Pyrénées

La trajet le plus court correspond au trajet [AB'] du dessin ci-dessous représentant le développement de la surface latérale du cylindre : on passe de l'extérieur à l'intérieur en passant par le bord du verre.



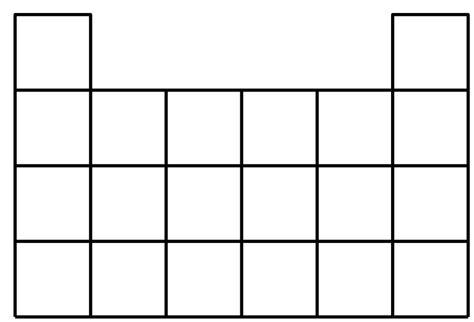
En appliquant le théorème de Pythagore, on a $\mathrm{AB'}^2 = (2{,}5\,\pi)^2 + 4^2$, d'où $\mathrm{AB'} = \sqrt{6{,}25\,\pi^2 + 16}$, soit environ 8,81 cm.

547 Mouche (4)

Énigme

Un certain nombre de mouches ont été enrôlées pour surveiller les chemins dangereux du réseau ci-dessous.
Le mandat de chaque mouche est de partir d'un point d'intersection et de marcher sur les lignes en tout sens choisi.
Elle peut passer une seconde fois sur un point d'intersection qui a été touché par elle-même ou par une autre mouche.
Toutefois, elle ne peut pas passer sur un segment qui a déjà été touché.

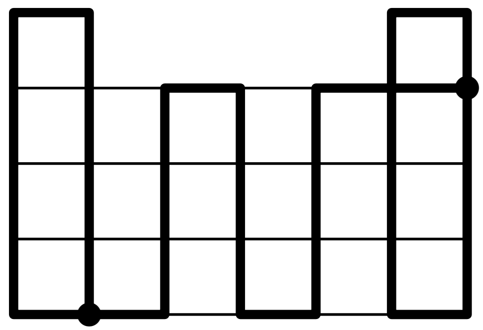
Combien de mouches au minimum seront nécessaires pour parcourir tout le réseau ?



« Mouches en danger », Défi 80 de la série A du site Récréomath

Par exemple, l'une des mouches parcourt le plus long chemin possible et les autres complètent le réseau.

Voici un exemple de chemin pour la première mouche :



Elle part d'un des points et s'arrête à l'autre.

Deux mouches vont compléter la première ligne et deux autres la quatrième ligne.
Une va parcourir la deuxième ligne et une autre la troisième ligne.

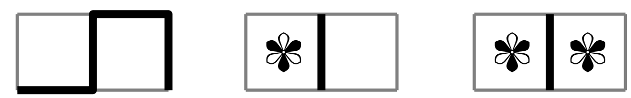
Sept mouches au minimum sont nécessaires.

548 Mouche (5)

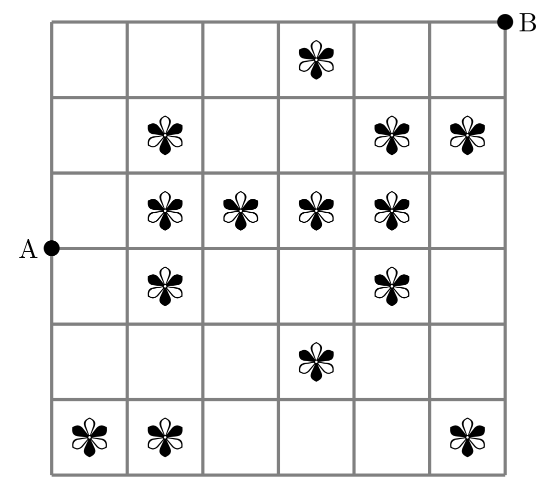
Énigme

Une mouche part du point A et s'arrête au point B.
En tout temps, elle marche sur les lignes.
Elle ne peut pas passer le long d'une case marquée d'un ✾ car elle pourrait être aspirée.
En revanche, elle peut passer entre deux cases marquées ✾.

Trouvez un chemin que la mouche pourra emprunter.

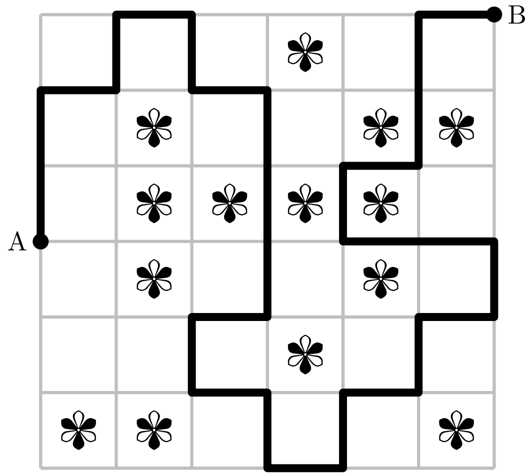


OUI NON OUI



« Mouche en danger », `http://www.recreomath.qc.ca/`

Voici un chemin :

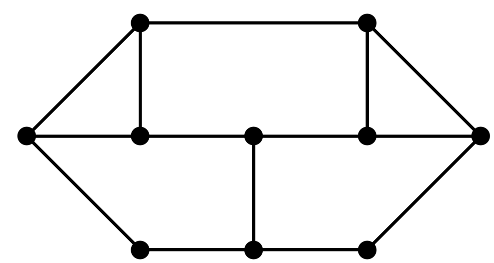


549 Mouche (6)

Énigme

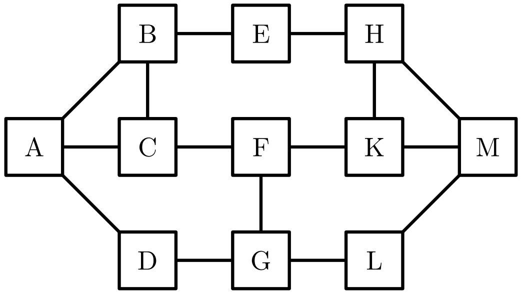
Dora distribue 11 roches sur le sol.
Elle relie les roches par des ficelles en ligne droite comme il est illustré ci-dessous.
Elle attelle une mouche et la dépose sur la roche de gauche.
La mouche se dirige toujours de gauche à droite.
Elle peut aller de haut en bas ou de bas en haut sans revenir sur ses pas.
Elle doit s'arrêter sur la roche de droite.
Chaque fois que la mouche emprunte un chemin qui passe au moins sur un bout de ficelle différent, Dora dessine le chemin.

Combien de chemins au maximum la mouche pourra-t-elle emprunter ?



« Mouche de Dora », `http://www.recreomath.qc.ca/`

On peut, par exemple, qualifier chaque roche par une lettre.
On commence par AB, puis par AC et puis par AD.



Il y a cinq chemins qui passent par AB, cinq par AC et trois par AD.
Les voici :

ABEHM	ACBEHM	ADGFKHM
ABEHMM	ACBEHKM	ADGFKM
ABCFKHM	ACFKHM	ADGLM
ABCFKM	ACFKM	
ABCFGLM	ACFGLM	

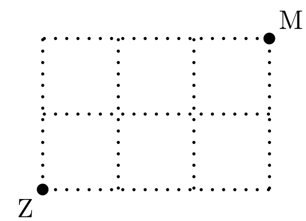
Au maximum, on compte 13 chemins en tout.

550 Mouche (7)

Énigme

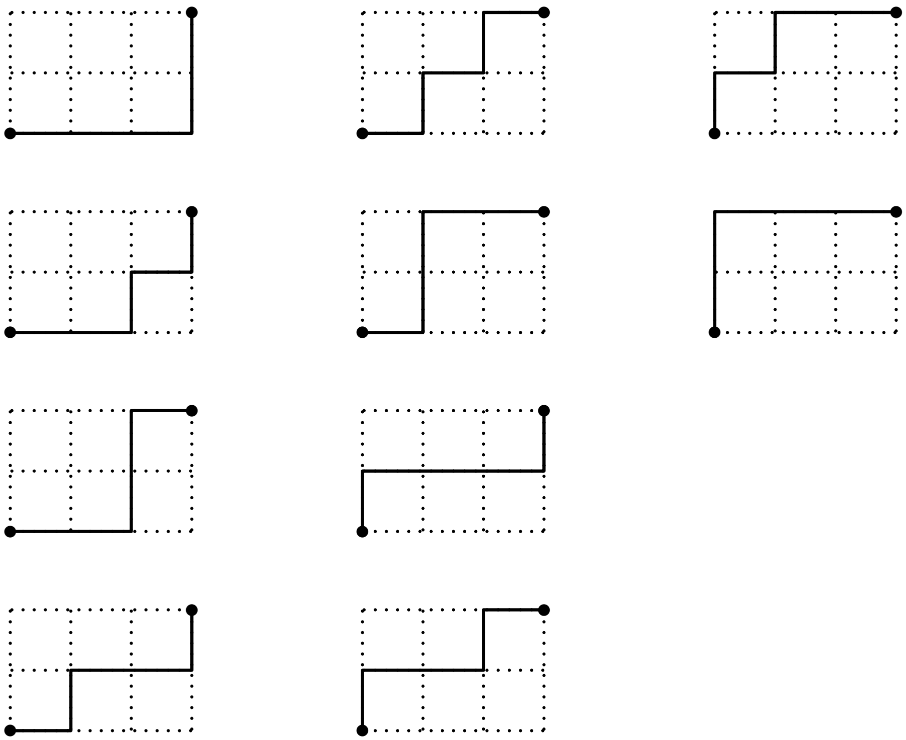
Kompé Zandoli (Z), par un bel après-midi ensoleillé, flâne sur un grillage à mailles carrées.
Il se déplace toujours soit vers le haut, soit vers la droite.
Il aperçoit soudain son quatre heures, une mouche (M), et décide, sans changer ses habitudes, d'aller la croquer.

Combien de chemins différents peut-il prendre ?



« Zandoli pa ti ni patt' », Rallye mathématique des Antilles et de la Guyane, 1998

Il y a 10 chemins possibles :



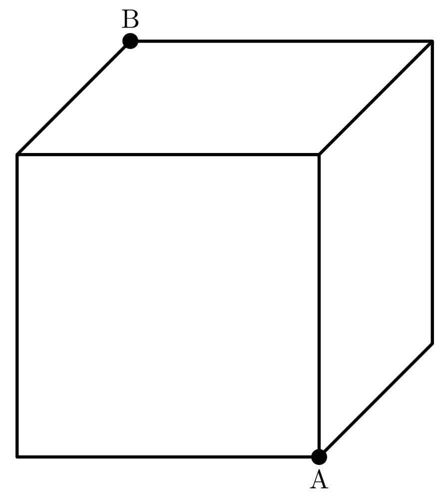
D'une manière générale, pour un quadrillage de dimensions $m \times n$, le nombre de chemins est égal à $\dfrac{(m+n)\,!}{m\,!\,n\,!}$.

551 Mouche (8)

Énigme

Une mouche, partant du point A, peut se déplacer en marchant autour des quatre côtés de la base de ce bloc cubique en quatre minutes.

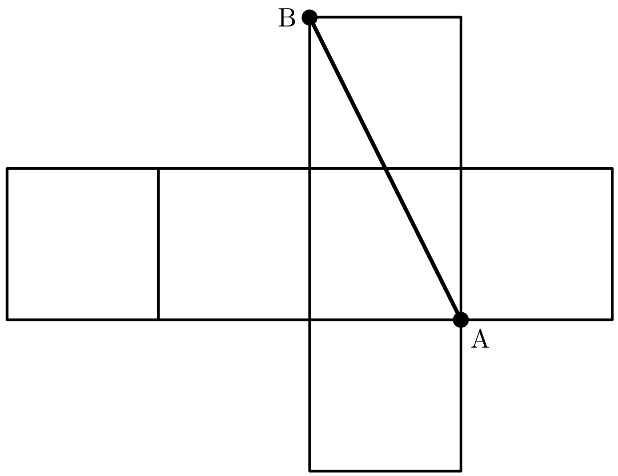
Pouvez-vous dire combien de temps cela prendra pour se déplacer de A au coin supérieur opposé B ?



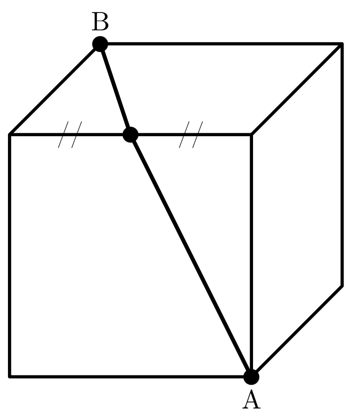
« 319. Le voyage de la mouche »,
536 Puzzles & Curious Problems, Henry Ernest Dudeney

L'énoncé indique que l'arête du cube a pour longueur 1.

On peut utiliser le patron du cube pour trouver le chemin optimal : c'est le segment [AB] :



Le chemin correspondant sur le cube est le suivant :



Sa longueur est égale à $\sqrt{5} \approx 2,236$.

La mouche met 2,236 minutes.

552 Moustique (1)

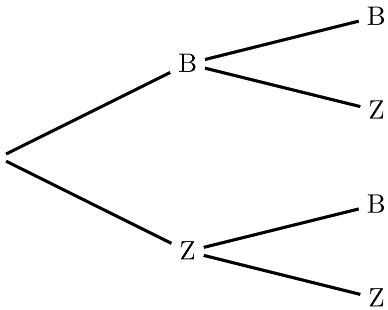
Énigme

L'alphabet des moustiques, c'est bien connu, ne contient que deux lettres : B et Z.

Combien y a-t-il de mots de six lettres en langage moustique ?

« 3. L'alphabet des moustiques », *Concours Bombyx*, Quarts de finale, $4^{\text{ème}}$, 2015

On regarde d'abord combien de mots de deux lettres on peut écrire ; il est facile de les écrire tous : BB, BZ, ZB, ZZ.
Il y en 4.
« L'arbre » ci-dessous permet de schématiser la solution.



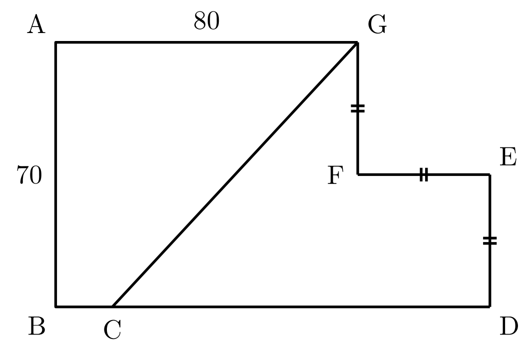
On passe aux mots de trois lettres. L'arbre permet de trouver rapidement leur nombre : il y en a 8.
On comprend qu'avec l'emploi d'une lettre supplémentaire, le nombre de mots est multiplié par deux puisqu'à chaque extrémité des branches du schéma précédent, on a ajouté deux petites branches.
Avec 6 lettres on calcule donc $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ (ce qui s'écrit 2^6), ce qui donne 64 mots de six lettres.

553 Moustique (2)

Énigme

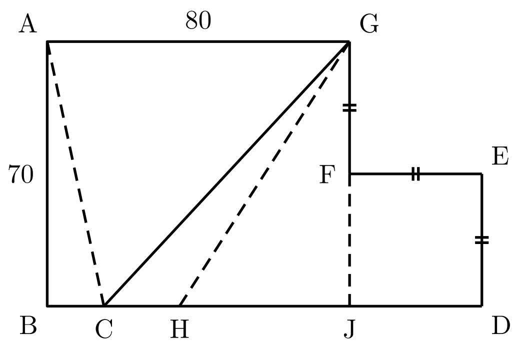
La figure ci-dessous est un hexagone en forme de L (aile de moustique)...
Le segment [CG] partage l'hexagone en deux parties de même aire.

Combien mesure le segment [BC] ?



« 4. Une aile de moustique », *Concours Bombyx*, Quarts de finale, 4$^{\text{ème}}$, 2015

On sait facilement calculer des aires de triangles...
Et on remarque que GF = FE = ED = 35
AGC a pour aire $\dfrac{80 \times 70}{2} = 80 \times 35$.
On a par ailleurs un petit carré FEDJ d'aire 35×35.
Comme on cherche à utiliser l'égalité d'aires entre les deux parties de l'hexagone, vient l'idée d'écrire que AGC a pour aire : $80 \times 35 = (45 + 35) \times 35 = 45 \times 35 + 35 \times 35$.
On écrit 45×35 comme l'aire d'un triangle : $\dfrac{45 \times 70}{2}$; ce triangle, c'est GHJ avec, donc, HJ= 45.
Il s'en suit que les deux triangles ABC et GCH ont même aire (car égalité des aires des deux parties).
Or ils ont même hauteur (70) donc BC = CH.
Or BH = BJ − HJ = 80 −45 = 35.
Le segment [BC] mesure donc 17,5.



554 Mouton (1)

Énigme

Il est une bergerie dont la longueur est de 200 pieds et la largeur de 100 pieds.
Je veux y loger des moutons de façon que chaque mouton occupe un espace de 5 pieds de long et de 4 pieds de large.

Dis-moi, je te le demande, toi qui est fort, combien il est possible de loger de moutons.

Ce problème a été proposé par Alcuin (735–804), qui fut l'un des hommes les plus savants de son temps. Engagé par le roi Charlemagne comme précepteur pour réformer les programmes d'enseignement, il a écrit des traités de théologie et de pédagogie dont le recueil *Propositiones ad acuendos juvenes* (*Propositions pour aiguiser la perspicacité des jeunes*). Ce problème est le vingt-et-unième des cinquante-trois problèmes.

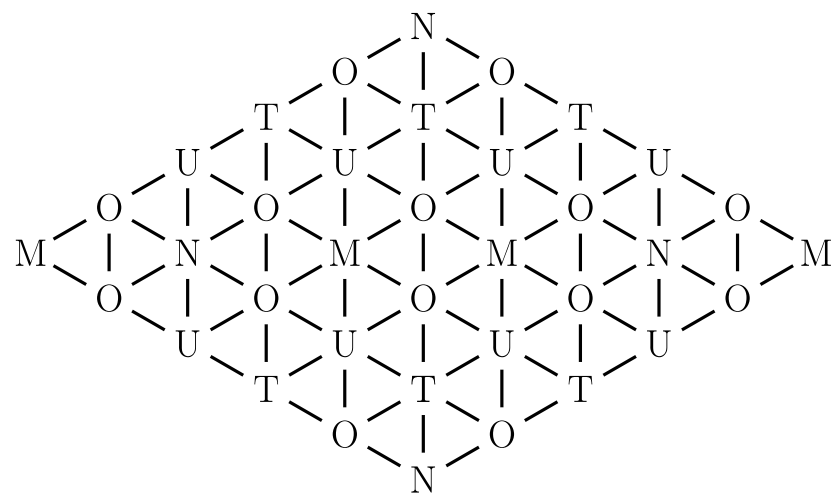
Voilà la solution donnée par son auteur :

Solution 21.
La bergerie a une longueur de 200 pieds et une largeur de 100 pieds.
Or, 2 fois le cinquième de 100 font 40.
Puis on divise 100 par 4, 25 étant le quart de 100.
Donc 1 000 est égal à 40 fois 5 fois 5 ou 40 fois 25.
Aussi 1 000 moutons peuvent être logés.

555 Mouton (2)

Énigme

De combien de manières peut-on lire le mot MOUTON dans le réseau ci-dessous, en suivant des lettres liées par un segment ? Une même lettre ne peut pas être réutilisée pour un même MOUTON.



199 jeux pour insomniaques et autres esprits éveillés, P. Berloquin, Éd. Acropole

Il part :
- de chaque M d'une extrémité quatre MOUTON ;
- de chaque M central vingt-quatre MOUTON.

On obtient en définitive 28 MOUTON.

556 Mouton (3)

Énigme

Les moutons de Bill Lan ont bon appétit.
Aussi, celui-ci, afin d'économiser l'herbe de son pré, leur a confectionné un enclos rectangulaire.
Il a utilisé pour cela 7 barrières de longueurs respectives 11 m, 10 m, 9 m, 7 m, 4 m, 3 m et 2 m qu'il a placées bout à bout de façon à former un rectangle ayant la plus grande aire possible.

Quelle est l'aire de ce rectangle, exprimée en mètres carrés ?

« L'enclos de B. Lan », *Le sabre d'Aladin*, 8ème Championnat de Jeux Mathématiques et Logiques

Si l'on utilise les sept barrières de longueurs respectives 11 m, 10 m, 9 m, 7 m, 4 m, 3 m et 2 m, le rectangle obtenu a un périmètre égal à $11+10+9+7+4+3+2=46$ m, soit un demi-périmètre égal à 23 m.

Désignons par a et b la largeur et la longueur du rectangle.
On a donc $a<b$ d'où $b \geqslant 12$.
De plus, $a \geqslant 7$ car 7 m est la plus petite dimension que l'on puisse réaliser en deux exemplaires.

Nous avons donc à examiner les cinq couples suivants :
$(7\,;16)$ $(8\,;15)$ $(9\,;14)$ $(10\,;13)$ $(11\,;12)$

Les couples $(7\,;16)$ et $(8\,;15)$ ne conduisent à aucune solution.

Par contre, les trois autres couples donnent chacun une solution :
- $(9\,;14)$: $9=7+2$ et $11+3=10+4$, aire 126 m^2
- $(10\,;13)$: $10=7+3$ et $11+2=9+4$, aire 130 m^2
- $(11\,;12)$: $11=7+4$ et $10+2=9+3$, aire 132 m^2

Il y a donc 3 solutions : l'aire de l'enclos de B. Lan est égale à 126 m^2, 130 m^2 ou 132 m^2.

557 Mouton (4)

Énigme

Un berger rencontre, en temps de guerre, trois troupes de maraudeurs.
La première lui enlève la moitié de son troupeau plus la moitié d'un mouton.
La deuxième lui enlève la moitié du reste et encore la moitié d'un mouton.
La troisième en fait autant, de sorte qu'il ne lui reste plus que 20 moutons.

De combien était primitivement son troupeau ?

Éléments d'algèbre, G. B. J. Raingo, Mons, Belgique, 1842

On désigne par M le nombre de moutons au départ.
Le premier groupe de maraudeurs lui prend $\dfrac{M}{2}+\dfrac{1}{2}$ moutons.
Il lui reste donc $M-\left(\dfrac{M}{2}+\dfrac{1}{2}\right)$ moutons, soit $\dfrac{M}{2}-\dfrac{1}{2}$ moutons.
Le deuxième groupe de maraudeurs lui prend $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{M}{2}-\dfrac{1}{2}\right)+\dfrac{1}{2}$ moutons, soit $\dfrac{M}{4}+\dfrac{1}{4}$ moutons.
Il lui reste donc $\left(\dfrac{M}{2}-\dfrac{1}{2}\right)-\left(\dfrac{M}{4}+\dfrac{1}{4}\right)$ moutons, soit $\dfrac{M}{4}-\dfrac{3}{4}$ moutons.
Le troisième groupe de maraudeurs lui prend $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{M}{4}-\dfrac{3}{4}\right)+\dfrac{1}{2}$ moutons, soit $\dfrac{M}{8}+\dfrac{1}{8}$ moutons.
Il lui reste donc $\left(\dfrac{M}{4}-\dfrac{3}{4}\right)-\left(\dfrac{M}{8}+\dfrac{1}{8}\right)$ moutons, soit $\dfrac{M}{8}-\dfrac{7}{8}$ moutons.
Puisqu'il lui reste alors 20 moutons, on a : $\dfrac{M}{8}-\dfrac{7}{8}=20$.
Ou encore $M-7=20\times 8$.
Donc $M=167$.

Le troupeau comportait 167 moutons.

558 Mouton (5)

Énigme

Deux fermiers achètent l'un un tiers et l'autre un quart d'un troupeau. Ils trouvent que si le premier avait acheté 10 moutons de plus, il en aurait le double de l'autre.

Combien y avait-il de moutons dans ce troupeau ?

Éléments d'algèbre, G. B. J. Raingo, Mons, Belgique, 1842

On désigne par f_1 et f_2 le nombre de moutons achetés respectivement par le premier fermier et le second fermier et par T le nombre de moutons dans le troupeau.

La première phrase se traduit par $T = 3\,f_1 = 4\,f_2$.
On déduit $f_2 = \dfrac{3}{4}\,f_1$, soit $f_2 = 0,75\,f_1$.

La seconde phrase se traduit par $f_1 + 10 = 2\,f_2$.

On déduit $f_1 + 10 = 2 \times 0,75\,f_1$, soit $f_1 + 10 = 1,5\,f_1$.

Donc $0,5\,f_1 = 10$. D'où $f_1 = \dfrac{10}{0,5} = 20$.
(Et $f_2 = 0,75 \times 20 = 15$)

Par conséquent, $T = 3 \times 20 = 60$.

Il y avait 60 moutons.

559 Mouton (6)

Énigme

Deux frères ayant hérité d'un troupeau de moutons décident de le vendre et de se partager également la somme produite.
Chaque mouton vaut autant de francs qu'il y a de moutons.
Le prix de vente est constitué par des pièces de 10 francs, plus un appoint, inférieur à 10 francs, en francs.
Le partage se fait ainsi : l'aîné prend une pièce de 10 francs, le cadet en prend une à son tour, et ainsi de suite jusqu'à la dernière pièce de 10 francs qui échoit à l'aîné, le cadet ramassant l'appoint.
« Ce n'est pas très juste, dit le cadet, j'ai eu moins que toi.
— Exact, répond l'aîné, en prenant dans sa poche quelques pièces de 1 franc qu'il donne à son frère. Maintenant les parts sont égales. »

Combien de pièces l'aîné a-t-il sorties de sa poche ?

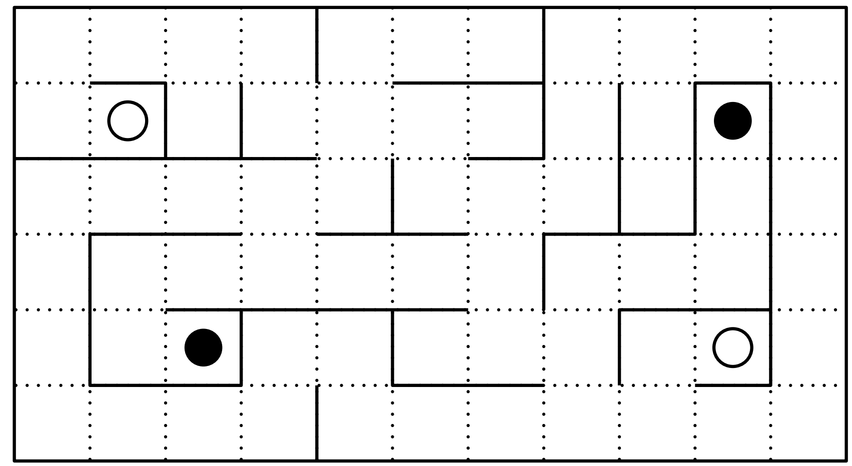
« 23. Prenez garde aux moutons », *Nouveaux jeux de l'esprit et divertissements mathématiques*, Jean-Pierre Alem, Seuil, 1981

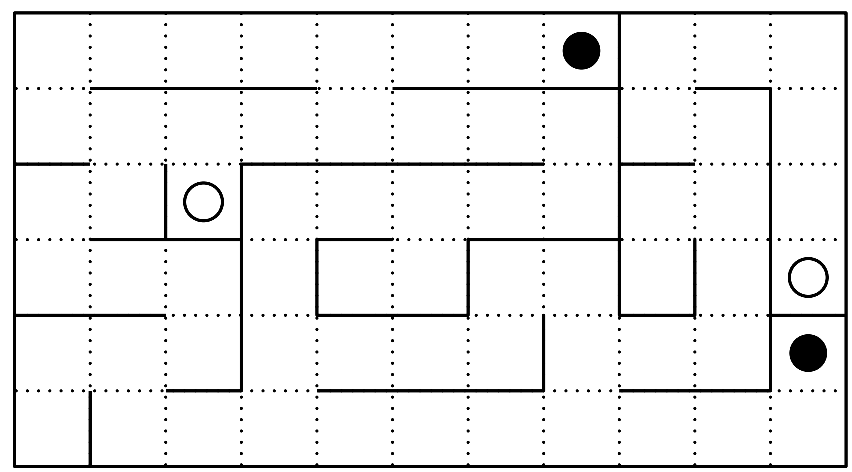
Soit n le nombre de moutons.
Le prix du troupeau est $n \times n = n^2$.
Le nombre de pièces de 10 francs reçues est impair, puisque les deux frères n'ont pu se les partager également.
Soit $2\,p+1$ le nombre de ces pièces et a l'appoint.
$n^2 = (2\,p+1) \times 10 + a$, $a < 10$
n^2 comporte donc un nombre impair de dizaines.
n peut se mettre sous la forme $n = x \times 10 + y$, avec $y < 10$
$n^2 = x^2 \times 100 + 2\,x \times 10 \times y + y^2 = 2 \times 10 \times (5\,x^2 + x\,y) + y^2$
Puisque n^2 comporte un nombre impair de dizaines, il doit en être de même de y^2.
Or les seuls carrés d'un nombre inférieur à 10 à dizaines impaires sont 16 et 36.
Dans tous les cas, le nombre d'unités de n^2 est 6.
$a = 6$.
L'aîné avait pris $10 - 6 = 4$ francs de plus que son frère.
Pour égaliser les parts, il lui donne deux pièces de 1 franc.

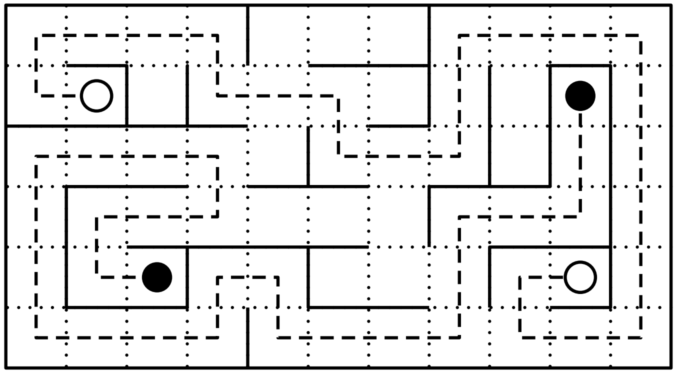
560 Mouton (7)

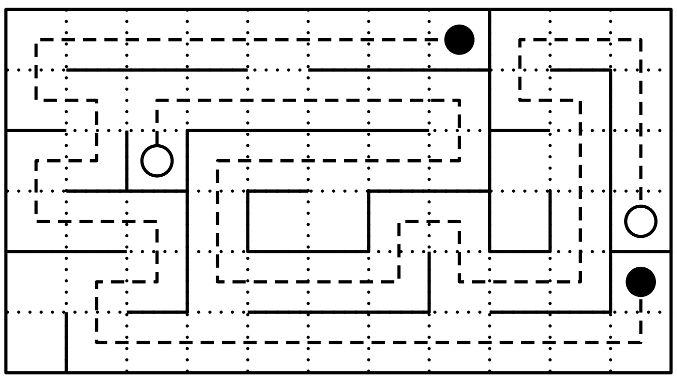
Énigme

Trouver, dans chaque labyrinthe, le chemin qui permet de relier les deux moutons blancs et le chemin qui permet de relier les deux moutons noirs ; les deux chemins ne se doivent jamais se croiser ni se chevaucher.









561 Mouton (8)

Énigme

15 moutons paissaient dans un pré, accompagnés de bergers (tous les moutons ont 4 pieds et les bergers, 2).
La moitié des bergers ramène au bercail le tiers des moutons.
Il ne reste plus que 50 pieds sur le pré.

Combien y avait-il de pieds au début ?

A) 60 B) 72 C) 80 D) 90 E) 10

Kangourou des maths, 2004, Épreuve Étudiants, n° 10

Réponse C.

Dans le pré, se trouvaient 15 moutons (à quatre pieds) et n bergers (à deux pieds), soit en tout un nombre de pieds égal à $P = 4 \times 15 + 2\,n$.

Lorsque la moitié des bergers a emmené le tiers des moutons, il reste $\dfrac{n}{2} \times 2 + 10 \times 4 = 50$ pieds.

D'où $n = 10$.

Donc, à l'origine, il y avait $P = 4 \times 15 + 2 \times 10 = 80$ pieds.

562 Mouton (9)

Énigme

Échangez les moutons noirs (N) et les moutons blancs (B) en un minimum de coups.

Un coup étant :

- un déplacement horizontal ou vertical d'une case à une case vide voisine ;
- un saut par-dessus un mouton à condition que la case d'arrivée soit vide et que le mouvement soit horizontal ou vertical.

N	N	
N		B
	B	B

D'après « Veillez au grain », Tournoi de St Michel en l'Herm, 1992

Il faut un minimum de 15 coups pour échanger les moutons noirs et les moutons blancs.

Voilà un exemple de partie :

1	2	
3	4	5
	6	7

1. 3 - 4
2. 5 - 3
3. 4 - 5
4. 6 - 4
5. 2 - 6
6. 1 - 2
7. 3 - 1
8. 4 - 3
9. 6 - 4
10. 7 - 6
11. 5 - 7
12. 4 - 5
13. 2 - 4
14. 6 - 2
15. 4 - 6

563 Mouton (10)

Énigme

Collin a reçu en héritage la ferme familiale qui, de bovine, est devenue ovine.
La terre de Collin est partagée en quatre parties : deux parties au nord marquées NO et NE, deux parties au sud marquées SO et SE.

NO	NE
SO	SE

1. Il y a 625 moutons dans les parties du nord : NO et NE.
2. Il y a 958 moutons dans les parties du sud : SO et SE.
3. Il y a 994 moutons dans les parties de l'est : NE et SE.
4. L'unité du nombre de moutons du NO est 3.
5. Le nombre de moutons dans chacune des quatre parties est formé des mêmes trois chiffres différents répartis autrement.

Trouvez le nombre de moutons dans chacune des quatre parties.

« Moutons de Collin », `http://www.recreomath.qc.ca/`

Il y a en tout $625 + 958 = 1\,583$ moutons (indices 1 et 2).

Comme il y a 994 moutons dans les deux parties de l'est, il y a $1\,583 - 994 = 589$ moutons dans les deux parties de l'ouest.

Voici la répartition :

NO	NE	625
SO	SE	958
589	994	1 583

L'unité du nombre de moutons du SO est 6 (indice 4).

L'unité du nombre du NE et du SE est 2.

Les trois chiffres sont 2, 3 et 6.

Au NE, il y a 362 ou 632 moutons. Seul 362 convient. Au SE, il y a 632 moutons. On complète le tableau.

Il y a 263 moutons au NO, 362 moutons au NE, 326 moutons au SO et 632 moutons au SE.

564 Mouton (11)

Énigme

Le berger a réparti ses moutons en huit enclos.
Le nombre de moutons dans chaque enclos est indiqué sur le schéma par une lettre.
Sa cabane, situé au centre, possède une ouverture sur chaque face de laquelle il peut voir les moutons des trois enclos d'une même ligne ou d'une même colonne.
Quelle que soit l'ouverture par laquelle il regarde, il compte 501 moutons.

Combien a-t-il de moutons au maximum ? au minimum ?

a	b	a
b		b
a	b	a

« Comptez les moutons, mais ne vous endormez pas », Tournoi mathématique du Limousin, Collège, 2004

Le nombre total de moutons est $4\,a + 4\,b$.

Par chaque fenêtre de la cabane, le berger voit $2\,a+b$ moutons et, d'après l'énoncé, $2\,a + b = 501$.

$4\,a + 4\,b = (2\,a + b) + (2\,a + b) + 2\,b = 501 + 501 + 2\,b = 1\,002 + 2\,b$

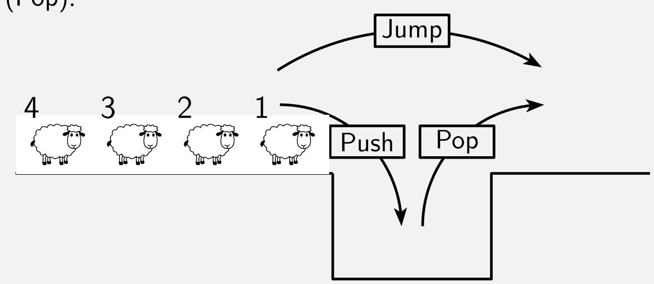
b ne peut pas être égal à 0, sinon le berger verrait $2\,a$ moutons par chaque fenêtre. Or 501 n'est pas pair. Par suite, le minimum pour b est égal à 1 et le nombre minimum de moutons est dans ce cas 1 004.

Le maximum pour b est atteint si $a = 0$. Dans ce cas, b est égal à 501 et le nombre maximum de moutons est dans ce cas 2 004.

565 Mouton (12)

Énigme

Au fur et à mesure que les moutons arrivent, un mécanisme permet soit de les faire passer de l'autre côté (Jump), soit de les faire descendre en les mettant les uns au-dessus des autres (Push) et de les faire remonter en prenant celui de dessus et en les faisant passer de l'autre côté (Pop).

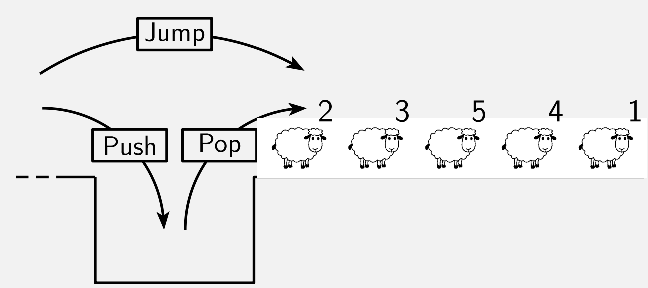


Une fois passés, les moutons avancent pour laisser la place aux suivants.

1. Quel va être l'ordre des moutons de l'autre côté si le mécanisme a effectué successivement les opérations suivantes ?

Push - Jump - Push - Jump - Pop - Pop

2. Quelle est la plus petite suite d'opérations que le mécanisme a effectuée pour avoir obtenu l'ordre suivant ?



« Saute-mouton »,
Rallye Mathématique Poitou-Charentes, CM - 6$^{\text{ème}}$, 2017

1. L'ordre des moutons de l'autre côté est (de gauche à droite) :

1 - 3 - 4 - 2

2. La plus petite suite d'opérations que le mécanisme a effectuée est :

Jump - Push - Push - Jump - Jump - Pop - Pop

566 Mouton (13)

Énigme

Depuis qu'il sait compter, Knock Turne a toujours compté les moutons.
Ce soir-là, il y avait un nombre tel qu'il pouvait, pour les compter plus vite, les ranger par 2, par 7 et par 9.
Ainsi, il en dénombra un nombre formé des mêmes chiffres que 1 989.

Combien avait-il de moutons ce soir-là ?

Tournoi de Vireux-Wallerand, 1989

Le nombre à chercher est un nombre multiple de 2, 3, 7 et 9. On utilise les critères de divisibilité.

La somme des chiffres formant le nombre à trouver est $1+9+8+9=27$ et 27 est divisible par 3 et par 9. Donc le nombre à trouver est divisible par 3 et par 9.

Le nombre à chercher est un nombre multiple de 2 donc son chiffre des unités est le 8.

Il y a alors trois possibilités : 1 998, 9 198 et 9 918.

Parmi celles-ci, seul 9 198 est divisible par 7 (on a $9\,198 = 7 \times 1\,314$).

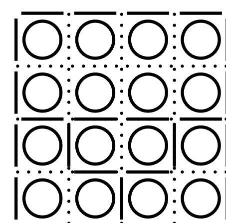
Il y avait donc 9 198 moutons ce soir-là.

567 Mouton (14)

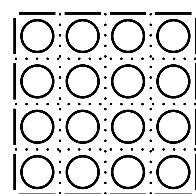
Énigme

Dans un enclos carré se trouvent seize moutons.
Les barrières bordant l'enclos et les seize moutons ne bougent pas.
Neuf barrière à l'intérieur de l'enclos enferment actuellement les moutons en quatre groupes de 8, 3, 3 et 2 moutons.
Le fermier a besoin de réajuster certains des barrières de manière à enfermer 6, 6 et 4 moutons.

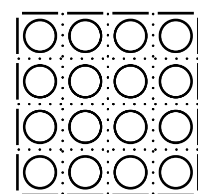
Pouvez-vous le faire en déplaçant seulement 2 barrières ?
Lorsque vous aurez réussi, essayez de le faire en déplaçant 3 barrières puis 4, 5, 6 et 7 barrières successivement.
(Bien sûr, les barrières doivent être posées sur les lignes en pointillés.)



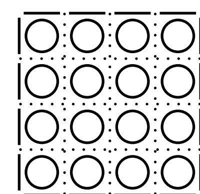
2 déplacements



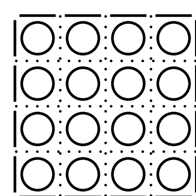
3 déplacements



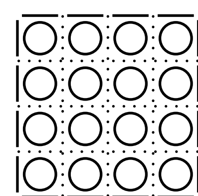
4 déplacements



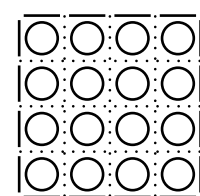
5 déplacements



6 déplacements

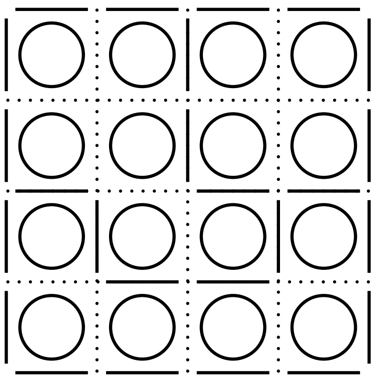


7 déplacements

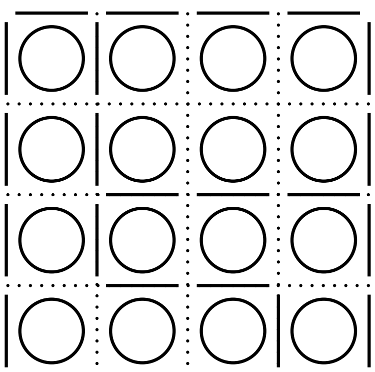


« The sixteen sheep », *Amusements in mathematics*, n° 275, H. E. Dudeney, 1917

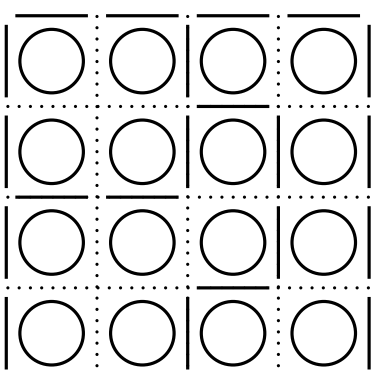
2 déplacements



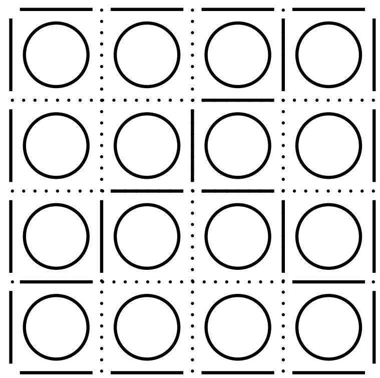
3 déplacements



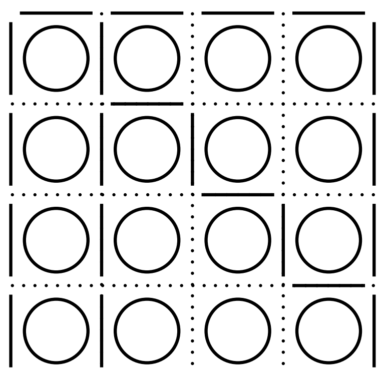
4 déplacements



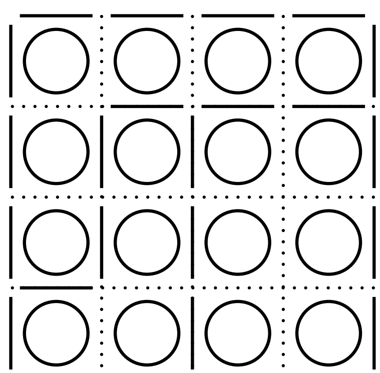
5 déplacements



6 déplacements



7 déplacements



568 Mouton (15)

Énigme

Quand on demande au fermier Longmore, connu dans son district comme « fermier mathématicien », combien il a de moutons, voici ce qu'il répond.

« Vous pouvez partager mon troupeau en deux groupes de tailles différentes de telle sorte que la différence entre les deux nombres de moutons est la même que la différence entre les carrés des deux nombres de moutons. »

Combien de moutons le fermier Longmore possède-t-il ?

« The farmer and his sheep », *Amusements in mathematics*, n° 94, H. E. Dudeney, 1917

Désignons par a et b les nombres de moutons respectifs dans le premier groupe et le second groupe, avec $a > b$ ($a \neq b$ puisque les groupes ont des tailles différentes).

On a $a^2 - b^2 = a - b$.

Or $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

Donc $(a + b)(a - b) = a - b$.

Donc $(a + b)(a - b) = 1(a - b)$.

Donc $a + b = 1$.

Puisque a et b sont des entiers, on a $a = 1$ et $b = 0$.

Le fermier Longmore possède $1 + 0 = 1$ mouton.

569 Mouton (16)

Énigme

Le fermier Longmore avait une curieuse aptitude à l'arithmétique et était connu dans son district comme le « fermier mathématique ».
Le nouveau vicaire n'était pas au courant de ce fait quand, rencontrant un jour son digne paroissien dans la ruelle, il lui demanda au cours d'une courte conversation :
« Maintenant, combien de moutons avez-vous en tout ? »
Il fut donc assez surpris de la réponse de Longmore, qui fut la suivante :
« Vous pouvez diviser mes moutons en deux parties différentes, de sorte que la différence entre les deux nombres soit la même que la différence entre leurs carrés. Peut-être, M. Parson, vous aimerez calculer la petite somme pour vous-même. »

Le lecteur peut-il dire combien de moutons le fermier avait ?

Supposons qu'il n'ait possédé que vingt moutons et qu'il les ait divisés en deux parties 12 et 8. Or, la différence entre leurs carrés, 144 et 64, est de 80. Cela ne fonctionnera donc pas, car 4 et 80 ne sont certainement pas les mêmes. Si vous pouvez trouver des nombres qui fonctionnent correctement, vous saurez exactement combien de moutons le fermier Longmore possédait.

« 120. Le fermier et ses moutons »,
Amusements in Mathematics, Henry Ernest Dudeney, 1917

(Solution de l'auteur)

Le fermier n'avait qu'un mouton !

S'il a divisé ce mouton (ce qui est mieux fait en poids) en deux parties, en faisant une partie deux tiers et l'autre partie un tiers, alors la différence entre ces deux nombres est la même que la différence entre leurs carrés - c'est-à-dire un tiers. Deux fractions feront l'affaire si le dénominateur est égal à la somme des deux numérateurs.

570 Mouton (17)

Énigme

Un fermier avait un enclos fait de cinquante haies, capable de contenir cent moutons seulement.

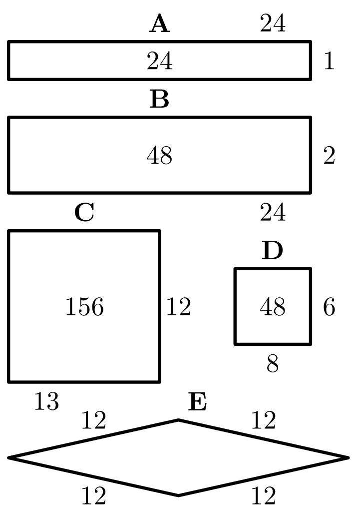
En supposant qu'il veuille le rendre suffisamment grand pour contenir le double de ce nombre, combien d'obstacles supplémentaires doit-il avoir ?

« 193. La bergerie »,
Amusements in Mathematics, Henry Ernest Dudeney, 1917

(Solution de l'auteur)

Voilà la réponse qui est toujours donnée et acceptée comme correcte : deux obstacles supplémentaires seraient nécessaires, car l'enclos était de vingt-quatre par un (comme dans la figure A ci-dessous), et en déplaçant l'un des côtés et en plaçant un obstacle supplémentaire à chaque extrémité (comme sur la figure B) la zone serait doublée. Les diagrammes ne sont pas à l'échelle.

Maintenant, il n'y a aucune condition dans le puzzle qui exige que la bergerie ait une forme particulière. Mais même si nous acceptons le fait que l'enclos était de vingt-quatre par un, la réponse échoue complètement, car deux obstacles supplémentaires ne sont certainement pas du tout nécessaires. Par exemple, j'organise les cinquante haies comme sur la figure C, et à mesure que la superficie passe de vingt-quatre « haies carrées » à 156, il y a maintenant un logement pour 650 moutons. Si l'on considère que la superficie doit être exactement le double de celle de l'enclos d'origine, alors je la construis (comme sur la figure D) avec vingt-huit haies seulement, et j'en ai vingt-deux en main pour d'autres usages sur la ferme. Même si l'on insistait sur le fait que tous les obstacles d'origine doivent être utilisés, alors je devrais le construire comme dans la figure E, où je peux obtenir la superficie aussi exacte que n'importe quel agriculteur pourrait éventuellement exiger, même si nous devons tenir compte du fait que les moutons pourraient ne pas pouvoir paître aux extrémités. Ainsi nous voyons que, de n'importe quel point de vue, la réponse acceptée à ce petit puzzle ancien s'effondre. Et pourtant, jamais l'attention n'a été attirée sur l'absurdité.



571 Mouton (18)

Énigme

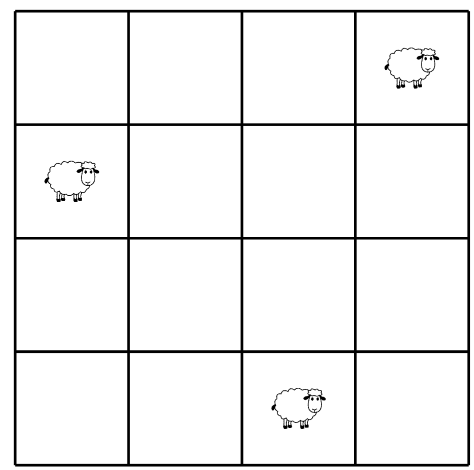
Un fermier avait trois moutons et un arrangement de seize enclos, séparés par des haies de la manière indiquée ci-dessous.

De combien de manières différentes pourrait-il placer ces moutons, chacun dans un enclos séparé, de sorte que chaque enclos soit occupé ou aligné (horizontalement, verticalement ou en diagonale) avec au moins un mouton ?

J'ai donné un arrangement qui remplit les conditions. Combien d'autres pouvez-vous trouver ?

De simples retournements et réflexions ne doivent pas être comptées comme différentes.

(Le lecteur peut considérer les moutons comme des reines. Le problème est alors de placer les trois reines de manière à ce que chaque case soit occupée ou attaquée par au moins une reine - selon le nombre maximum de manières différentes.)



« 310. Les trois moutons »,
Amusements in Mathematics, Henry Ernest Dudeney, 1917

Le nombre de manières différentes selon lesquelles les trois moutons peuvent être placés de sorte que chaque enclos soit toujours occupé ou aligné avec au moins un mouton est de quarante-sept.

Le tableau suivant, s'il est utilisé avec le codage ci-contre permet de placer de toutes ces façons :

A	B	C	D
E	F	G	H
I	J	K	L
M	N	O	P

Deux moutons	Troisième mouton	Nombre de façons
A et B	C, E, G, K, L, N ou P	7
A et C	I, J, K ou O	4
A et D	M, N ou J	3
A et F	J, K, L ou P	4
A et G	H, J, K, N, O ou P	6
A et H	K, L, N ou O	4
A et O	K ou L	2
B et C	N	1
B et E	F, H, K ou L	4
B et F	G, J, N ou O	4
B et G	K, L ou N	3
B et H	J ou N	2
B et J	K ou L	2
F et G	J	1
		47

572 Mouton (19)

Énigme

Des voleurs de moutons ont fait un raid et emporté un tiers du troupeau de moutons et un tiers de mouton.
Un autre groupe a volé un quart de ce qui est resté et un quart de mouton.
Puis un tiers de pillards a emporté un cinquième du reste et les trois cinquièmes d'un mouton, en laissant 409 moutons derrière eux.

Quel était le nombre de moutons dans le troupeau ?

« 221. Vol de moutons »,
536 Puzzles & Curious Problems, Henry Ernest Dudeney

On désigne par M le nombre de moutons du troupeau.

Les premiers voleurs ont pris $\dfrac{M}{3} + \dfrac{1}{3}$ moutons.
Il en reste donc $M - \left(\dfrac{M}{3} + \dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{2\,M}{3} - \dfrac{1}{3}$.

Les deuxièmes voleurs ont pris $\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{2\,M}{3} - \dfrac{1}{3}\right) + \dfrac{1}{4} = \dfrac{M}{6} + \dfrac{1}{6}$ moutons.
Il en reste donc $\dfrac{2\,M}{3} - \dfrac{1}{3} - \left(\dfrac{M}{6} + \dfrac{1}{6}\right) = \dfrac{M}{2} - \dfrac{1}{2}$.

Les troisièmes voleurs ont pris $\dfrac{1}{5}\left(\dfrac{M}{2} - \dfrac{1}{2}\right) + \dfrac{3}{5} = \dfrac{M}{10} + \dfrac{1}{2}$ moutons.
Il en reste donc $\dfrac{M}{2} - \dfrac{1}{2} - \left(\dfrac{M}{10} + \dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{2\,M}{5} - 1$.

Or $\dfrac{2\,M}{5} - 1 = 409$.
Donc $M = \dfrac{5}{2}\,(409 + 1) = 1\,025$.

Le nombre de moutons dans le troupeau était de $1\,025$.

573 Mouton (20)

Énigme

Un agriculteur australien meurt et laisse ses moutons à ses trois fils.
Alfred va obtenir 20 % de plus que John et 25 % de plus que Charles.
La part de John est de 3 600 moutons.

Combien de moutons Charles a-t-il ?

« 222. Partage de moutons »,
536 Puzzles & Curious Problems, Henry Ernest Dudeney

En notant A, J et C les nombres respectifs de moutons d'Alfred, de John et de Charles, on a :

$$A = 1,2\,J \text{ et } A = 1,25\,C$$

On déduit :

$$1,2\,J = 1,25\,C$$

On déduit (puisque $J = 3\,600$) :

$$C = \frac{1,2}{1,25} \times 3\,600$$

On conclut :

$$C = 3\,456$$

Charles a 3 456 moutons.

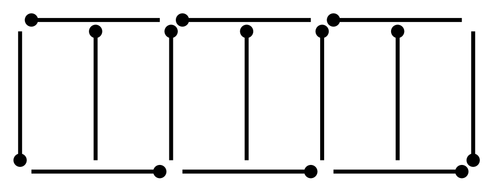
(De plus, on a : $A = 1,2 \times 3\,600 = 4\,320$)

574 Mouton (21)

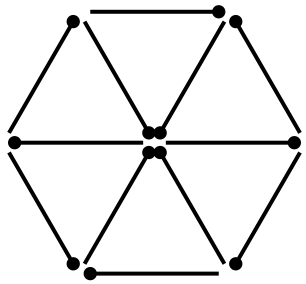
Énigme

Voici une petite énigme avec des allumettes.
Sur l'illustration ci-dessous treize allumettes, représentant les claies d'un fermier, ont été placées de telle sorte qu'elles renferment six enclos de moutons (les enclos sont tous de même taille).
Maintenant, l'une de ces claies a été volée, et le fermier veut encore former six enclos de taille égale avec les douze claies restantes.

Comment faire ça ?
Les douze allumettes doivent être utilisées, sans être cassées.



« 205. The six sheep-pens »,
Amusements in Mathematics, Henry Ernest Dudeney, 1917

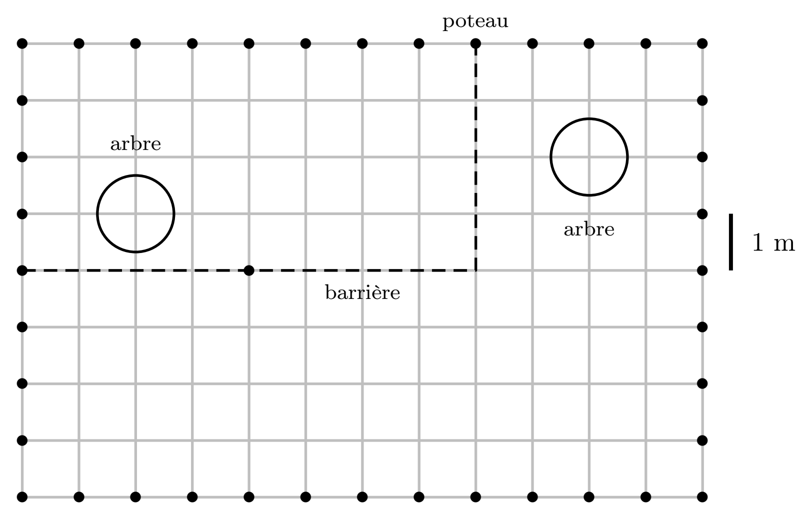


575 Mouton (22)

Énigme

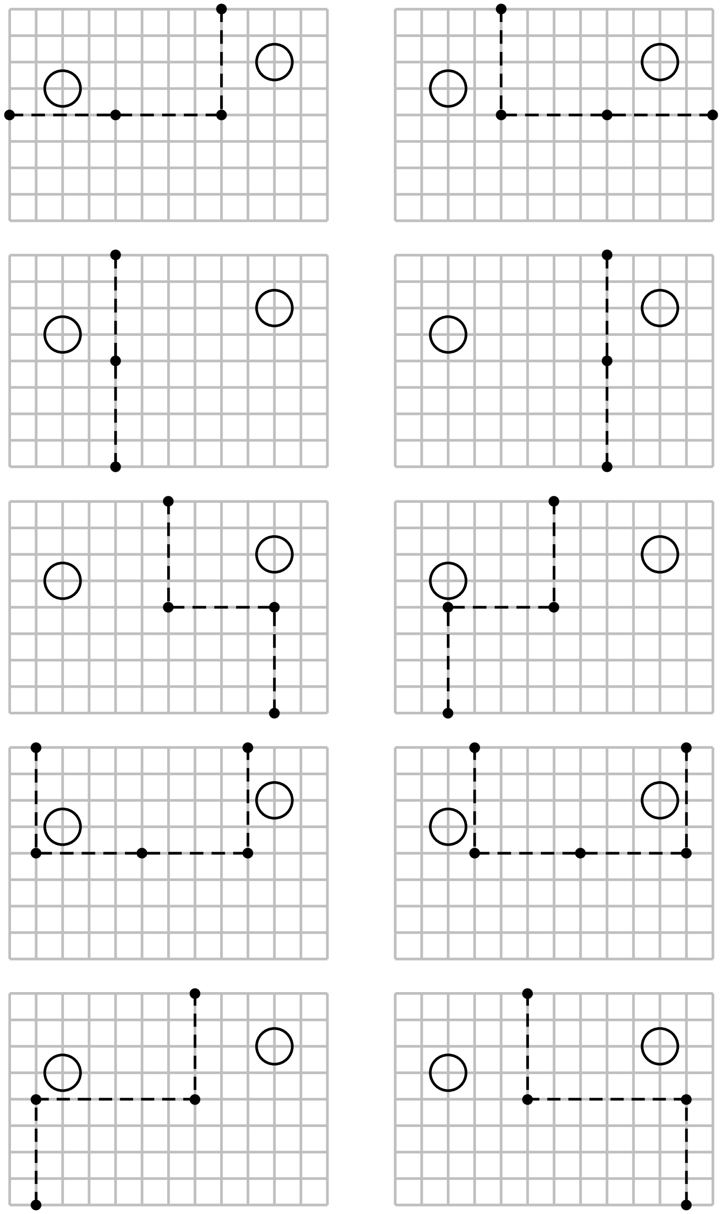
Près de sa bergerie, le berger Arthur a construit un enclos rectangulaire de 8 mètres et 12 mètres de côtés ; la clôture est supportée par des piquets qui sont distants de 1 mètre l'un de l'autre.
À l'intérieur de l'enclos, il y a deux arbres qu'Arthur ne souhaite pas couper. Arthur veut diviser l'espace fermé en deux parties, une pour les moutons et une pour les chèvres, de sorte que la partie réservée aux moutons ait une aire double de celle réservée aux chèvres et que dans chacune d'elles il y ait un arbre.
Pour ce faire, il dispose de quatre barrières de 4 mètres de long chacune et d'une barrière de 6 mètres de long, qui s'attachent les unes aux autres par leurs extrémités et qui peuvent également se fixer aux piquets de clôture déjà existants. Les barrières sont disposées parallèlement aux bords de l'enclos.
Ci-dessous, une des possibilités selon laquelle Arthur pourrait diviser son enclos, obtenue en utilisant trois barrières longues de 4 mètres.

Quelles sont toutes les autres dispositions possibles qu'Arthur peut avoir pour diviser son enclos selon les règles qu'il s'est données ?



« 11. La bergerie du berger Arthur », 27ème Rallye mathématique transalpin, Finale, Cat. 5, 6, 7, Mai 2019

Il y a 10 possibilités.

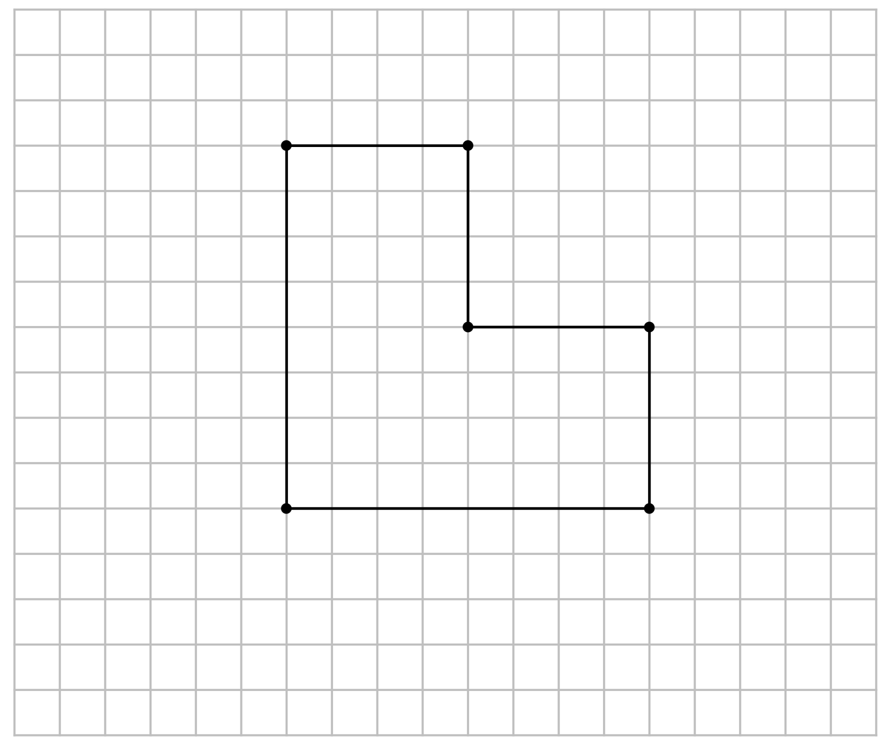


576 Mouton (23)

Énigme

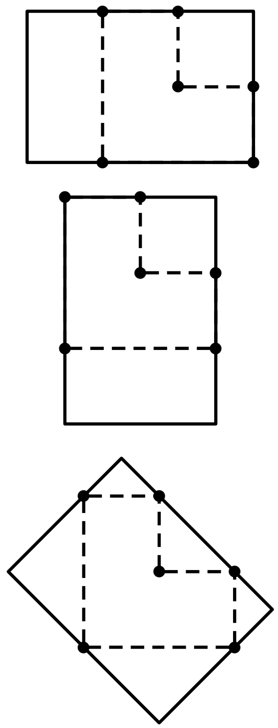
Dans sa prairie, à l'intérieur de laquelle sont plantés cinq arbres, un agriculteur a réalisé un enclos provisoire pour que ses moutons puissent paître.
(Le dessin représente le contour de l'enclos et les cinq arbres, qui sont indiqués par les points.)
L'herbe se faisant rare, l'éleveur décide de doubler l'aire de l'enclos.
Il veut que son nouvel enclos soit un rectangle et il veut que les cinq arbres soient aussi sur la clôture du nouvel enclos.

Dessinez tous les enclos en forme de rectangle que l'agriculteur pourrait construire.



« 9. Un champ d'aire double », 26ème Rallye mathématique transalpin, Épreuve I, Cat. 5, 6, 7, Janvier-février 2018

Il y a trois possibilités :



577 Mouton (24)

Énigme

15 moutons paissaient dans un pré, accompagnés de bergers (tous les moutons ont 4 pieds et les bergers, 2).
La moitié des bergers ramène au bercail le tiers des moutons.
Il ne reste plus que 50 pieds sur le pré.

Combien y avait-il de pieds au début ?
A) 60 B) 72 C) 80 D) 90 E) 100

Kangourou des mathématiques, Série S, 2014, n° 25

On désigne par b le nombre de bergers.

Le nombre de pieds au début est égal à $2 \times b + 4 \times 15 = 2\,b + 60$.

Le nombre de pieds qui rentrent est égal à $2 \times \dfrac{b}{2} + 4 \times \dfrac{1}{3} \times 15 = b + 20$.

Il en reste donc $2\,b + 60 - (b + 20) = b + 40$.

Or ce nombre est aussi égal à 50.

Donc $b + 40 = 50$.

Donc $b = 10$.

Le nombre de pieds au début est égal à $2 \times 10 + 60 = 80$.
Réponse **C**

578 Mouton (25)

Énigme

Dans le troupeau de Pierre-Marie, il y a 120 animaux dont 60 % de moutons.
Dans celui de René-Pierre, il y a 180bêtes dont 40 % de moutons.
Pour transhumer, leurs deux troupeaux sont rassemblés.
Quel est le pourcentage de moutons dans le troupeau qui part en transhumance ?

« 2. Ses transhumances », *Concours Bombyx*, Demi-finale, 2^{nde} pro et $1^{\text{ère}}$ année de CAP

$120 \times \frac{60}{100} = 72$ et $180 \times \frac{40}{100} = 72$

Le troupeau de Pierre-Marie compte 72 moutons, comme celui de René-Pierre.

Les deux troupeaux rassemblés comptent $72 + 72 = 144$ moutons parmi les $120 + 180 = 300$ bêtes.

Ce qui correspond à $\frac{144}{300} \times 100\,\% = 48\,\%$.

579 Mouton (26)

Énigme

Chaque lettre représente un chiffre différent.
Les chiffres qui correspondent à un mot sont en désordre.

MATIN : 12345	MIDI : 2256	SOIE : 2789
NUIT : 0123	TOIT : 2338	MON : 158
NOUS : 0178		

Écrivez MOUTON en chiffres.

« En désordre », http://www.charleries.net/

1. De « MIDI : 2256 », on tire I = 2.
2. De « TOIT : 2338 », on tire T = 3.
3. M est la seule commune à MATIN et à MIDI. Par conséquent, M = 5.
4. O est la seule commune à TOIT et MON. Par conséquent, O = 8.
5. De **3** et **4** et de « MON : 158 », on tire N = 1.
6. De **1**, **2**, **5** et de « NUIT : 0123 », on tire U = 0.

Donc MOUTON s'écrit 580381.

580 Mouton (27)

Énigme

Mia a réparti ses moutons dans trois enclos de façon à avoir le même nombre de pattes par enclos.
Elle fait passer un tiers des moutons plus 21 autres du premier enclos à un quatrième enclos.
Du deuxième enclos au même quatrième, elle fait passer un quart des moutons plus 14 autres.
Du troisième enclos au même quatrième, elle fait passer un septième des moutons plus 11 autres.
Elle compte alors le nombre de pattes du quatrième enclos. Il y en a le même nombre qu'il y en avait au début dans chacun des trois enclos.

Combien y a-t-il de moutons dans le quatrième enclos ?

« 88. Pattes de moutons », `http://www.charleries.net/`

On désigne par M le nombre commun de moutons dans chacun des enclos.

M est solution de l'équation :

$$\frac{M}{3} + 21 + \frac{M}{4} + 14 + \frac{M}{7} + 11 = M$$

Donc $M - \frac{M}{3} - \frac{M}{4} - \frac{M}{7} = 21 + 14 + 11$.
Donc $\frac{23}{84} M = 46$.
Donc $M = 46 \times \frac{84}{23} = 168$.

Il y a 168 de moutons dans le quatrième enclos.

581 Mouton (28)

Énigme

Un homme a vu des moutons qui paissaient dans une montagne.
Il dit : « Fasse le ciel que j'aie autant de moutons qu'il y en a, puis une autre fois autant, puis la moitié de la moitié de ceux-ci et la moitié de ce dernier nombre.
Alors, je pourrais retourner chez moi avec ceux-ci et en m'incluant, nous serions 100. »

Détermine, qui le peut, le nombre de moutons qui paissent dans la montagne.

« Proposition 40. De moutons dans la montagne »,
Propositiones ad acuendos juvenes (Propositions pour aiguiser la perspicacité des jeunes), Alcuin (735 – 804)

Solution proposée par Alcuin :

Solution 40. L'homme a vu 36 moutons. On en ajoute autant deux fois pour obtenir 72. La moitié de la moitié de 72 est 18. Puis la moitié de 18 est 9. La somme de 72, 18 et 9 est 99. L'homme, en incluant les moutons, sera le centième.

Solution possible d'aujourd'hui :

On appelle m le nombre de moutons.

L'équation liée à cet énoncé est :

$$2\,m + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times 2\,m\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times 2\,m\right)\right) + 1 = 100$$

Ce qui équivaut à $2\,m + \dfrac{1}{2}\,m + \dfrac{1}{4}\,m + 1 = 100$

Ou encore à $8\,m + 2\,m + m + 4 = 400$.

Ou encore à $11\,m = 396$.

Ou encore à $m = \dfrac{396}{11} = 36$.

582 Mule (1)

Énigme

Hassan possède une mule.
Un jour qu'on lui demandait l'âge de sa mule, il répondit par une énigme.
« Dans quatre ans, elle sera trois fois plus âgée qu'elle ne l'était il y a quatre ans. »

Quel était donc l'âge de la mule ?

« 19. La mule d'Hassan »,
Les énigmes de Shéhérazade, R. Smullyan, Éd. Flammarion, 1998

On désigne par a l'âge de la mule.

L'énoncé se traduit par :

$$a + 4 = 3\,(a - 4)$$

Donc $a + 4 = 3\,a - 12$.
Donc $3\,a - a = 4 + 12$.
Donc $2\,a = 16$.
Donc $a = 8$.

La mule avait 8 ans.

583 Mule (2)

Énigme

Un jour, rencontrant trois garçons, Hassan leur parla de sa mule.
« De quelle couleur est-elle ?, demanda le premier.
— Jouons aux devinettes, répondit Hassan. Je peux vous dire qu'elle est ou bien brune ou bien noire ou bien grise. Essayez de deviner sa couleur. Quand chacun de vous aura essayé, je vous donnerai mon avis sur vos suppositions et nous verrons qui peut en déduire sa couleur.
— Je parie qu'elle n'est pas noire, dit le premier.
— Je parie qu'elle est brune ou grise, dit le deuxième.
— Je parie qu'elle est brune, dit le troisième.
— C'est bon ! dit Hassan. Il se trouve qu'au moins l'un de vous a trouvé la réponse et qu'au moins l'un de vous s'est trompé. »

Quelle est la couleur de la mule d'Hassan ?

« 20. La couleur de la mule »,
Les énigmes de Shéhérazade, R. Smullyan, Éd. Flammarion, 1998

Si la mule était noire, les trois suppositions seraient fausses.
Si la mule était brune, les trois suppositions seraient correctes.
La mule est donc grise (les deux premières suppositions sont alors justes et la troisième, fausse.)

584 Mulet

Énigme

Un âne et un mulet chargés de sacs également pesants cheminent de compagnie.
L'âne se plaignant de sa charge, le mulet impatienté lui dit : « Animal paresseux, de quoi te plains-tu ? Si jamais un de tes sacs, je serais chargé deux fois autant que toi, et si tu prenais un des miens, je serais encore aussi chargé que toi. »

Combien portent-ils de sacs chacun ?

Récréations arithmétiques, Émile Fourrey, Éd. Vuibert

Si l'âne prenait un sac au mulet, celui-ci verrait sa charge diminuée de 1 sac ; comme les deux charges seraient alors égales, il en résulte que le mulet portait auparavant 2 sacs de plus que l'âne.

Si le mulet prenait un sac à l'âne, il porterait 4 sacs de plus que ce dernier. Le mulet ayant à ce moment une charge double de celle de l'âne, on en déduit que l'âne porterait alors 4 sacs et le mulet 8 sacs.

Le mulet porte donc 7 sacs et l'âne 5.

585 Nourriture

Énigme

Un agriculteur a du foin pour nourrir un cheval, une vache et un mouton.
Avec ce qu'il a, il peut nourrir le cheval et la vache pendant 12 mois, la vache et le mouton pendant 15 mois, ou encore le cheval et le mouton pendant 20 mois.

Pendant combien de temps peut-il nourrir les trois animaux ensemble ?

« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du mardi 28 mars, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Soit x la quantité de foin (mesurée en nombre de bottes de foin, par exemple).
Notons c, v et m la quantité de foin que consomment par mois la cheval, la vache et le mouton, respectivement.
Par hypothèse, le cheval et la vache consomment à eux deux la totalité x du foin en 12 mois, c'est-à-dire qu'en un mois ils consomment $\frac{x}{12}$ bottes de foin, et donc $c+v=\frac{x}{12}$.
De même, la vache et le mouton consomment $v+m=\frac{x}{15}$ bottes de foin, et le cheval et le mouton en consomment $c+m=\frac{x}{20}$.
En sommant les trois équations, on obtient $2\,(v+c+m)=\frac{x}{20}+\frac{x}{15}+\frac{x}{12}$.
Donc $2\,(v+c+m)=\frac{18\,x+24\,x+30\,x}{360}$.
Donc $2\,(v+c+m)=\frac{72\,x}{360}$. Donc $2\,(v+c+m)=\frac{x}{5}$.
Donc la consommation mensuelle des 3 animaux réunis est $v+c+m=\frac{x}{10}$.
Par conséquent, l'agriculteur peut nourrir les 3 animaux ensemble pendant 10 mois.

586 Numérotruche

Énigme

Théo n'a jamais vu de numérotruches.
Ce surprenant animal passe son temps la tête enfouie dans le sable pour cacher le numéro inscrit sur son front.
Les numérotruches sont numérotées de 1 à 5 et deux numérotruches identiques ne se touchent jamais, même en diagonale !
De plus, on sait que chaque ligne contient quatre de ces animaux différents, et que chaque colonne en contient trois différents.

Retrouve l'emplacement des douze animaux.

	5		3
2			1

« Les numérotruches », revue *Enigma X Junior*, nº 6, 2006

Comme il y a 5 chiffres et 12 cases, certains chiffres doivent apparaître 3 fois, seuls le 1 et le 2 peuvent apparaître 3 fois.
Il n'y a qu'une seule façon de placer trois 1 et trois 2 dans la grille.
On peut alors placer les deux 4.

1	5	2	3
2	3	4	1
4	1	5	2

587 Oie (1)

Énigme

L'an dernier, 30 % des oiseaux qui vivaient sur le lac Daumesnil étaient des oies, 25 % étaient des cygnes, 10 % étaient des mouettes et 35 % étaient des canards.

Quel pourcentage des oiseaux qui n'étaient pas des cygnes étaient des oies ?

« Calendrier mathématique 2016, Un défi quotidien », Énigme du jeudi 20 octobre, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

$100\,\% - 25\,\% = 75\,\%$.

$75\,\%$ des oiseaux n'étaient pas des cygnes et que $30\,\%$ étaient des oies.

On en déduit que la proportion d'oies parmi les oiseaux qui n'étaient pas des cygnes était égale à :

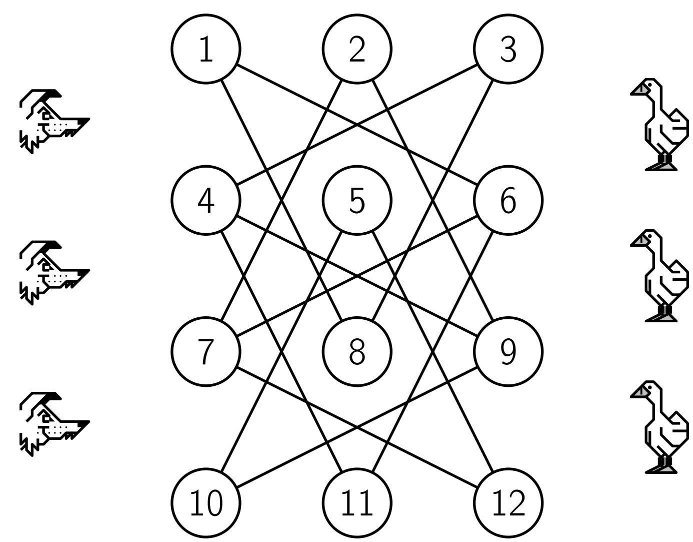
$$\frac{30}{75} = 0,4 = 40\,\%$$

588 Oie (2)

Énigme

Trois jetons représentant des oies sont posés sur les cases 1, 2 et 3 du diagramme ci-dessous et trois jetons représentant des renards sont posés sur les cases 10, 11 et 12.
En déplaçant un animal à la fois, le renard et l'oie alternativement, le long d'un segment reliant une case à une autre, placer les renards sur les cases 1, 2 et 3 et les oies sur les cases 10, 11 et 12 (autrement dit, de les faire changer de place), en un minimum de déplacements.
Mais il faut faire attention de ne jamais laisser un renard et une oie à portée l'un de l'autre, ou il y aura des problèmes !

Quel est le plus petit nombre de coups nécessaires pour que les renards et les oies changer de place ?



« Foxes and geese », *The Canterbury Puzzles*, n° 94, H. E. Dudeney, 1907

Le plus petit nombre possible de mouvements est de vingt-deux, et, plus précisément, onze pour les renards et onze pour les oies.

Voici une façon de résoudre le problème :

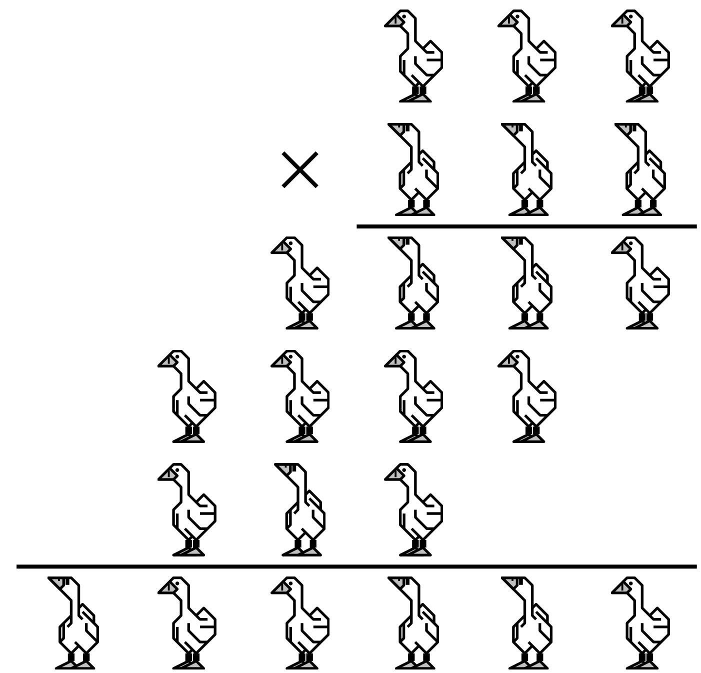
1. 10 → 5
2. 1 → 8
3. 11 → 6
4. 2 → 9
5. 12 → 7
6. 3 → 4
7. 5 → 12
8. 8 → 3
9. 6 → 1
10. 9 → 10
11. 7 → 6
12. 4 → 9
13. 12 → 7
14. 3 → 4
15. 1 → 8
16. 10 → 5
17. 6 → 1
18. 9 → 10
19. 7 → 2
20. 4 → 11
21. 8 → 3
22. 5 → 12

589 Oie (3)

Énigme

Le papa oie a masqué tous les chiffres pairs qui composent la multiplication ci-dessous (c'est le père) et la maman oie (qui n'est pas père) a donc caché tous les chiffres impairs.

Retrouver les chiffres manquants.



« R7. Animaleries »,
Exos-Malices, Quatrième-troisième-seconde, ACL-Éditions, 1997

- Le premier chiffre du résultat est forcément 1, ce qui montre où sont les chiffres impairs et de fait les chiffres pairs.
- Les lignes 1 et 5 diffèrent : donc le premier chiffre de la ligne 2 n'est pas 1.
  Or, la ligne 1 valant au moins 200, ce chiffre ne peut excéder 5, puisque la ligne 3 vaut moins de 1 000.
  Finalement, le premier chiffre de la ligne 2, impair, vaut 3.
- Comme 3×400 a 4 chiffres, le premier chiffre de la ligne 1, inférieur à 4, ne peut valoir que 2.
- 288 étant le maximum de la première ligne, puisque 9×228 est inférieur à 4 000, les premiers chiffres des lignes 3 et 4, pairs, ne peuvent être que des 2.
- Puisque $5 \times 288 < 2\,000$, le deuxième et le troisième chiffre de la ligne 2, impairs ne peuvent être que 7 et 9, ou 9 et 7 (ils diffèrent car les lignes 4 et 5 diffèrent).
- Les lignes 3 et 4 sont supérieures à 2 000, donc leur quotient par 7 est supérieur à 285.
  Les seules valeurs possibles pour la ligne 1 sont donc 286 et 288.
  Or $7 \times 288 = 2\,016$, qui ne va ni en ligne 3 ni en ligne 4.
  Le facteur correct est donc 286, et c'est le 7 qui est le second chiffre de la ligne 2.

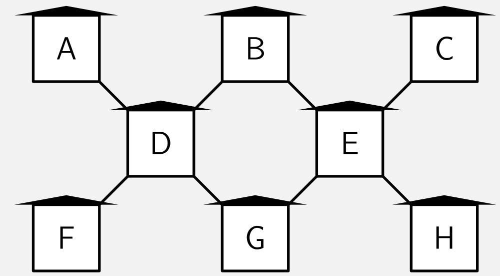
Finalement, le produit est $286 \times 379 = 108\,394$

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & 2 & 8 & 6 \\
 & & \times & 3 & 7 & 9 \\
\cline{4-6}
 & & 2 & 5 & 7 & 4 \\
 & 2 & 0 & 0 & 2 & \\
 & 8 & 5 & 8 & & \\
\hline
1 & 0 & 8 & 3 & 9 & 4
\end{array}$$

590 Oiseau (1)

Énigme

Derrière sa maison, Marc a érigé huit cabanes à oiseaux.
Les cabanes sont disposées ainsi.



À un moment donné, il y a 16 oiseaux dans chacune des quatre rangées obliques de trois cabanes.

1. Les cabanes A et F ont ensemble 9 oiseaux.
2. Les cabanes C et F ont ensemble 8 oiseaux.
3. Les cabanes B et D ont ensemble 14 oiseaux.
4. La cabane C reçoit 5 oiseaux de plus que la cabane H.

Combien y a-t-il d'oiseaux en tout dans le jardin de Marc ?

« Jardin d'oiseaux », `http://www.recreomath.qc.ca/`

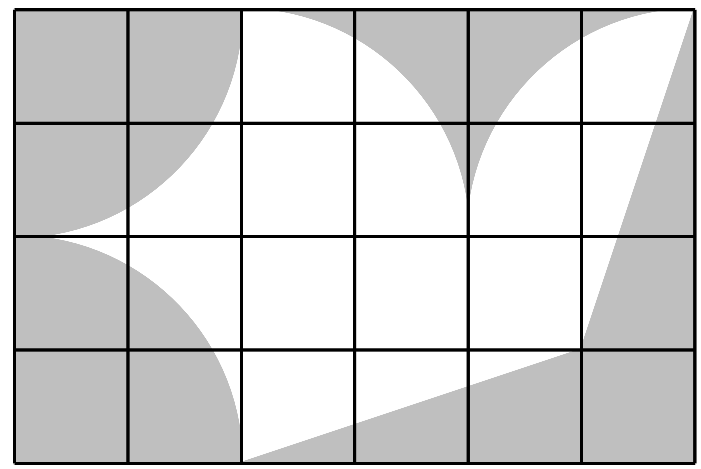
Il y a 16 oiseaux dans la rangée FDB et autant dans la rangée GEC, ce qui fait 32 oiseaux.
La cabane F reçoit deux oiseaux (indice 3).
A reçoit sept oiseaux (indice 1).
C reçoit six oiseaux (indice 2).
H reçoit un oiseau (indice 4).
Les cabanes A et H reçoivent huit oiseaux.
$32 + 8 = 40$. Il y a 40 oiseaux dans le jardin de Marc.

591 Oiseau (2)

Énigme

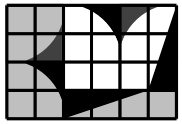
Le drapeau du club de vol à voile représente un oiseau stylisé sur un quadrillage.
L'aile de l'oiseau Blanc est de 192 dm^2 et les lignes qui le délimitent sont des segments et des quarts de cercle.

Quelles sont les dimensions du drapeau ?
A) 6 dm × 4 dm B) 12 dm × 8 dm C) 20 dm × 12 dm
D) 24 dm × 16 dm E) 30 dm × 20 dm

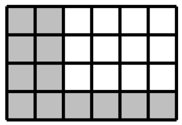


Kangourou des mathématiques, Sujet C, 2018

On peut déterminer l'aire de l'oiseau par découpages-déplacements géométriques de figures géométriques :



Ce qui montre que l'aire de l'oiseau est égale à celle d'un rectangle de dimensions 4×3 :



L'aire de chacun des $4 \times 3 = 12$ carrés constituant ce rectangle est donc $192 \div (4 \times 3) = 16$ dm^2.
La longueur du côté d'un carré est donc 4 dm.

Le rectangle est constitué de 6 carrés dans la longueur et de 4 dans la largeur : la longueur est donc égale à $6 \times 4 = 24$ dm et sa largeur, à $4 \times 4 = 16$ dm.

Réponse D

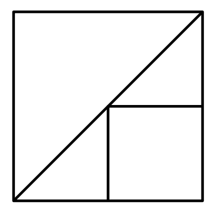
592 Oiseau (3)

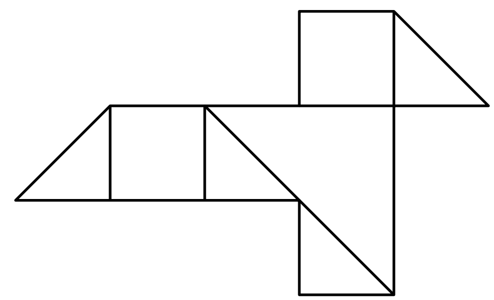
Énigme

Valérie a plusieurs morceaux de papier carrés d'aire 4 cm^2 qu'elle découpe tous comme indiqué figure 1.
Avec certains des morceaux obtenus, elle construit l'oiseau montré sur la figure 2.

Quelle est l'aire de l'oiseau ?

A) 5 cm^2 B) 5,5 cm^2 C) 6 cm^2
D) 6,5 cm^2 E) 7 cm^2





Kangourou des mathématiques, Série C, 2014, n^o 4

Réponse **C**

En cm^2, l'aire du grand triangle est 2, l'aire du petit carré est 1, l'aire de chaque petit triangle est 0,5.

L'aire de l'oiseau est donc $2 + (2 \times 1) + (4 \times 0,5)$, soit 6 (en cm^2).

593 Oiseau (4)

Énigme

Il y a 60 oiseaux dans 3 arbres.
Au même moment, 6 s'envolent du premier arbre, 8 s'envolent du deuxième et 4 du troisième.
Il reste alors le même nombre d'oiseaux dans dans chaque arbre.

Combien d'oiseaux se trouvaient, au début, dans le deuxième arbre ?
A) 26 B) 24 C) 23 D) 22 E) 20

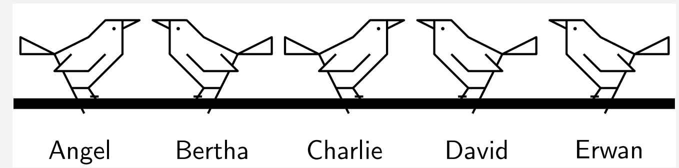
Kangourou des mathématiques, 2007, Sujet Benjamins, n° 10

Réponse **D**
$6+8+4=18$: 18 oiseaux se sont envolés.
$60-18=42$: il reste donc 42 oiseaux dans les 3 arbres.
$42=3\times 14$: il y a donc, à la fin, 14 oiseaux dans chaque arbres.
$14+8=22$: il y avait donc 22 oiseaux dans le deuxième arbre au début.

594 Oiseau (5)

Énigme

Cinq moineaux sont posés sur une branche, comme le montre la figure.



Chacun voit tous les moineaux qui sont du côté où il regarde.
Un moineau se tourne de l'autre côté, il voit alors plus de moineaux qu'avant.

Lequel est-ce ?

A) Angel B) Bertha C) Charlie
D) David E) Erwan

Kangourou des mathématiques, 2016, Sujet E, n° 9

Réponse **B**

Si Bertha se tourne, il voit 3 moineaux alors qu'il en voyait 1 avant.
En se tournant, Bertha voit plus de moineaux qu'avant.
Vérifions que ce n'est pas le cas pour les autres : Angel, 0 au lieu de 4 ; Charlie, 2 et 2 ; David, 1 au lieu de 3 ; Erwan, 0 au lieu de 4.

595 Oiseau (6)

Énigme

Un cours d'Histoire de 40 minutes a commencé à 11 heures 50.
Exactement au milieu du cours, un oiseau est entré dans la classe.

Quelle heure était-il ?

« L'invité surprise », sur `http://craiehative.eklablog.com`, *Les énigmes pour placer les élèves en situation de recherche*, Force 1

La moitié de 40 minutes est égale à 20 min.
Il était 12 h 10 (20 minutes après le début du cours à 11 h 50).

596 Oiseau (7)

Énigme

Jérôme a réparti ses quinze oiseaux dans cinq cages à raison de trois oiseaux dans chacune.
Chaque matin, à compter du deuxième jour, il remplit une cage libre en retirant un oiseau de chacune des cages occupées.
Si chaque jour, une nouvelle cage est remplie, il arrive parfois qu'une cage se vide complètement (c'est le cas si elle était occupée la veille par un seul oiseau).

Au bout d'un an 365 jours), quel sera le nombre de cages occupées et quelle sera la répartition des oiseaux dans ces cages ?

On supposera avec optimisme qu'aucun oiseau ne va mourir et qu'au cours de l'année, hélas, ils ne vont pas se reproduire.

« Les oiseaux »,
Cassez-vous la tête ! (La compil), Louis Thépault, Éd Dunod, 2007

Examinons au moyen du tableau ci-dessous l'évolution de la répartition des oiseaux jour après jour. (La cage remplie est indiquée à chaque fois en gras.)

Cage	1	2	3	4	5	6	7	8
Départ	3	3	3	3	3			
1er jour	2	2	2	2	2	**5**		
2ème jour	1	1	1	1	1	4	**6**	
3ème jour	0	0	0	0	0	3	5	**7**
4ème jour	**3**	0	0	0	0	2	4	6
5ème jour	2	**4**	0	0	0	1	3	5
6ème jour	1	3	**5**	0	0	0	2	4
7ème jour	0	2	4	**5**	0	0	1	3
8ème jour	**5**	1	3	4	0	0	0	2
9ème jour	4	0	2	3	**5**	0	0	1
10ème jour	3	**5**	2	1	4			

Dès le 5ème jour, on se rend compte que la répartition reste identique à elle-même et qu'elle le sera encore au bout d'un an.

Il y aura donc 5 cages occupées, contenant respectivement 1, 2, 3, 4 et 5 oiseaux.

597 Oiseau (8)

Énigme

Un oiseau explique :
« Nous sommes plusieurs oiseaux perchés sur deux branches d'un arbre.
Nous aimons bien compter et calculer, mais aussi nous déplacer d'une branche à l'autre !
Si un oiseau descend, il y a aura autant d'oiseaux sur la branche du haut que celle du bas.
Mais si un oiseau monte, il y a aura deux fois plus d'oiseaux sur la branche du haut que sur la branche du bas. »

Combien y a-t-il d'oiseaux sur chaque branche ?

D'après « Comme l'oiseau sur la branche »,
Rallye mathématique, Niveau 1, Académie de Lyon, 2021

Appelons h le nombre d'oiseaux sur la branche du haut et b le nombre d'oiseaux sur la branche du bas.

- L'hypothèse « si un oiseau descend… » se traduit par le fait qu' il y aura alors $h-1$ oiseaux sur la branche du haut et $b+1$ oiseaux sur la branche du bas.

  La conclusion « il y a aura autant d'oiseaux sur la branche du haut que celle du bas » se traduit par l'égalité $h-1=b+1$. Ce qui équivaut à $h=b+2$ (E).

- L'hypothèse « si un oiseau monte… » se traduit par le fait qu'il y aura alors $h+1$ oiseaux sur la branche du haut et $b-1$ oiseaux sur la branche du bas.

  La conclusion « il y a aura deux fois plus d'oiseaux sur la branche du haut que sur la branche du bas » se traduit par l'égalité $h+1=2\,(b-1)$. Ce qui équivaut à $h+1=2\,b-2$. Ou encore à $h=2\,b-3$ (E').

On déduit de (E) et (E') : $b+2=2\,b-3$.
Ce qui équivaut à $2\,b-b=2+3$.
Ou encore à $b=5$.
Par conséquent, $h=5+2=7$ (ou $h=2\times 5-3$).

Il y a donc 7 oiseaux sur la branche du haut et 5 oiseaux sur la branche du bas.

598 Okapi

Énigme

Déterminer la contrainte littéraire imposée pour la rédaction du texte suivant.

En été, samedi matin, à l'école.
Manu se repose, lit une note d'un ana (bel opus à lire) d'Anaximène de Milet. À la base, Manu relit un épisode du héros avec Erato, sa muse.
Ma copine Céline dit à ses élèves agités, ébahis et amusés : « Épisode imaginé ! L'étude musicale finit ici ! Menez à la cave du refuge le saxo vénéré, l'ocarina désiré, le mélodica débuté, l'ukulélé pigé (la vuvuzela fut omise)… Bilan à venir ! Une majorité d'élèves a pu dire le son adoré. Révisez !
On récite l'étude de l'okapi.
Nicolas, élève zélé : — Timide, rayé, rapide, le joli girafidé vit à la limite de la forêt en Ituri. Ce bel animal a le pelage fin et à l'origine…
(Là, l'élève hésite. Pas une sinécure !)
Caroline, vive : — Minute ! Midi pile ! Par ici, le repas !
— Une bise, tu la mérites ! a dit à Caro Nicolas.
Un apéro : le sirop à la banane. Le menu : salade légère de kiwis, anones et ananas.
Un élève : — Je me régale, là ! La vérité ? Je la devine, je ne rêve pas : une rigolade ravit ! »

Arnaud Gazagnes

Cette contrainte s'appelle la *rigidité de l'okapi*.
Dans tout le texte, il y a une alternance de voyelles et de consonnes. Elles alternent comme les rayures noires et blanches d'un okapi.
On pourra par ailleurs vérifier le nom de la contrainte respecte cette contrainte !

D'autres types de contraintes se trouvent dans *Mathématiques et jeux littéraires – Mathez vos textes !*, Arnaud Gazagnes, Éditions Ellipses, 2009.

599 Orignal

Énigme

Dans une prairie en prise avec les castors, le troupeau d'orignaux baisse d'une année à l'autre.
En soustrayant 3 au nombre d'orignaux de l'année précédente et en divisant par 2, on trouve le nombre de l'année suivante.
Pendant la cinquième année, on ne comptait plus que trois orignaux.

Combien y avait-il d'orignaux la première année ?

« Faute aux castors », `http://www.charleries.net/`

Désignons par O le nombre d'orignaux d'une année donnée et par O' celui de l'année suivante.

On a alors $O' = \dfrac{O-3}{2}$.

Donc $2\,O' = O - 3$.

Donc $O = 2\,O' + 3$.

On peut ainsi « remonter le temps » :

- La cinquième année, il y a 3 orignaux.
- La quatrième année, le nombre d'orignaux était égal à $2\times 3+3 = 9$.
- La troisième année, le nombre d'orignaux était égal à $2\times 9+3 = 21$.
- La deuxième année, le nombre d'orignaux était égal à $2\times 21+3 = 25$.
- La première année, le nombre d'orignaux était égal à $2\times 45+3 = 93$.

600 Ouistiti

Énigme

Les cinq septièmes des ouistitis qui ont des puces se grattent ;
les cinq septièmes des ouistitis qui se grattent ont des puces ;
les deux tiers des ouistitis qui ne se grattent pas n'ont pas de puces.

Quel est le pourcentage des ouistitis qui se grattent parmi ceux qui n'ont pas de puces ?

« Des puces pour les Ouistitis »,
177 nouvelles énigmes mathématiques, De 13 à 113 ans,
Marie Agrell, Éditions Ellipses, 2021

Soit p la proportion des ouistitis avec puces.
Soit g la proportion des ouistitis qui se grattent.

- On a : $\frac{5\,p}{6} = \frac{5\,g}{7}$
  Donc $7\,p = 6\,g$.
- On a aussi : $\frac{2\,(1-g)}{3} = (1-p) - \frac{2\,g}{7}$.
  Donc $14\,(1-g) = 21\,(1-p) - 6\,g$.
  Donc $14 - 14\,g = 21 - 21\,p - 6\,g$.
  Donc $21\,p = 8\,g + 7$.
- Donc $3\,(7\,p) = 8\,g + 7$.
  Donc $3\,(6\,g) = 8\,g + 7$.
  Donc $18\,g = 8\,g + 7$.
  Donc $10\,g = 7$.
  Donc $g = \frac{7}{10}$.
- Donc $p = \frac{6}{7} \times \frac{7}{10} = \frac{3}{5}$.
- On déduit : $\frac{\frac{2\,g}{7}}{1-p} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2}$.

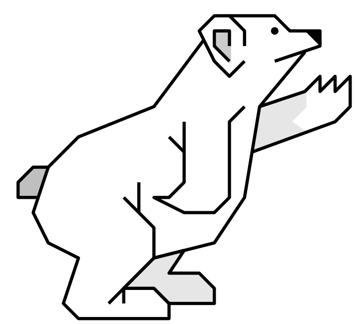
La moitié des ouistitis qui n'ont pas de puces se grattent.

601 Ours (1)

Énigme

Un bon matin, un chasseur se lève de bonne heure, prend son petit déjeuner et part à pied vers le sud.
À un demi-kilomètre de son camp, il trébuche et s'écorche le nez.
Il se relève et reprend sa route vers le sud en maugréant.
Un demi-kilomètre plus loin, il aperçoit un ours.
Il vise l'ours avec sa carabine, mais il avait oublié d'enlever le cran de sécurité.
Il enlève le cran, mais l'ours entend le bruit de déclic et s'enfuit vers l'est à toute allure.
Un demi-kilomètre plus loin, le chasseur rattrape l'ours et l'atteint de deux balles, blessant l'animal sérieusement ; l'ours poursuit sa fuite vers l'est.
Le chasseur le prend en chasse et, un demi-kilomètre plus loin, réussit à l'abattre.
Fier de sa capture, le chasseur marche un kilomètre vers le nord et regagne son camp.
Désespéré, il s'aperçoit qu'entre-temps un autre ours avait ravagé son camp.

De quelle couleur était l'ours qui ravagea le camp ?



James F. Fixx. *Games for the Super-Intelligent*, Popular Library, 1972, p. 60

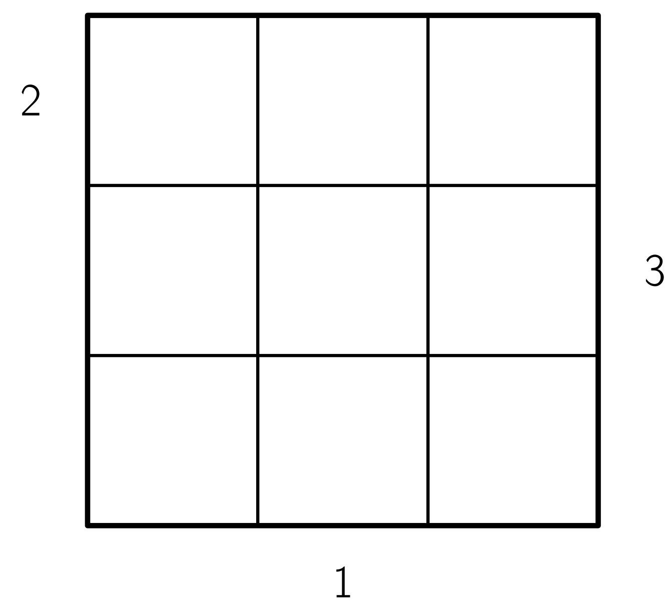
Ce trajet paraît impossible, à première lecture ; en effet, un kilomètre vers le sud, puis un vers l'est, puis un vers le nord ne ramène pas au point de départ, mais bien à un kilomètre à l'est du camp.
En fait, cela n'est vrai que si l'on dessine le trajet sur une carte à deux dimensions. Si par contre on trace le trajet sur un globe terrestre, on s'aperçoit que le raisonnement ci-haut s'applique seulement à l'équateur, où les latitudes et longitudes se croisent à angles droits.
En faisant le trajet à des latitudes de plus en plus nordiques, on s'aperçoit que les trajets sud et nord du chasseur commencent à converger, puisque les longitudes se croisent aux pôles. Et, si le point de départ est le Pôle nord, le trajet du chasseur est un triangle équilatéral.
Il revient donc bel et bien à son point de départ. Puisque le seul point de départ possible pour une telle trajectoire triangulaire est le Pôle nord, l'ours doit être blanc.

602 Ours (2)

Énigme

Boucle d'Or est partie en pique-nique avec trois familles d'ours qui comptent chacune un Papa Ours, une Maman Ours et un Petit Ours. Pour qu'ils ne se retrouvent pas encore une fois en famille, elle les dispose en trois rangées de trois ours de telle façon qu'il n'y ait pas deux ours de la même famille en ligne ou en colonne.
Les nombres donnés indiquent le nombre d'ours visibles dans la ligne ou la colonne (un ours plus grand cache ceux qui sont moins grands que lui).

Retrouver la disposition des neuf ours.



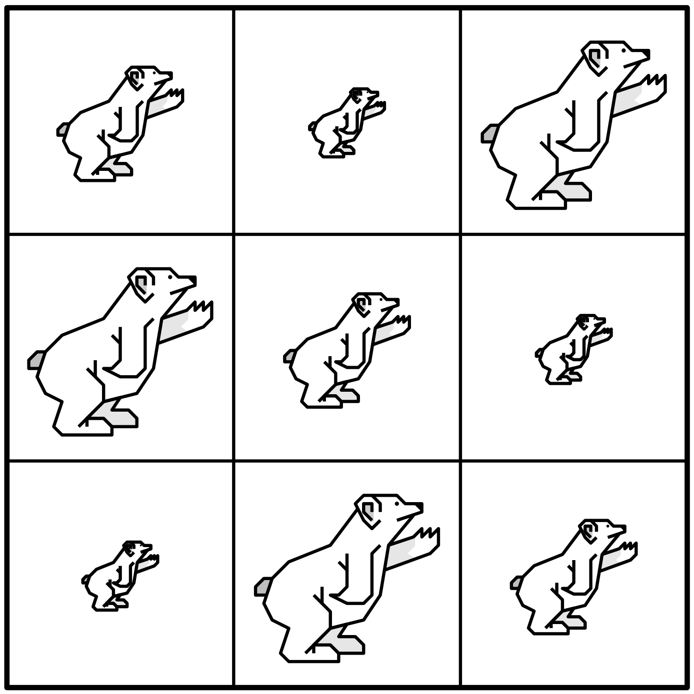
L'information « 3 » permet de remplir la deuxième ligne.

L'information « 1 » permet de placer Papa Ours en bas de la seconde colonne puis Petit Ours en haut.

L'information « 2 » permet de de placer Maman Ours à gauche dans la première ligne puis Papa Ours à droite.

La grille se complète ensuite facilement.

2



3

1

603 Ours (3)

`Une charade à tiroirs !`

Énigme

Mon premier est un grand serpent qui appartient à un moine tibétain qui n'aime pas l'eau.
Mon second est un animal plantigrade entouré d'habitations d'oiseaux.
Et mon tout est une affiche qui se voyait sur les murs de la capitale française au début du siècle passé.

Cette charade est attribuée à Victor Hugo.

Mon premier...

Long bois du bonze hydrophobe

Mon second...

Ours ceint de nids

Mon tout...

Long bois du bonze hydrophobe – ours ceint de nids

Autrement dit...

L'on boit du bon cidre au Faubourg Saint Denis.

604 Ours (4)

Énigme

Moi, Papa-Ours (333 kilos), je pèse aussi lourd que Maman-Ours avec nos 3 bébés-Ours.
Les 3 bébés-Ours pèsent ensemble 300 kilos de moins que Maman-Ours.

Avez-vous deviné combien pèse chacun de nos 3 bébés-Ours ?

« 39. Une balance pour les bébés-Ours », *301 énigmes mathématiques*, Marie Berrondo-Agrell, Éd. Eyrolles, 2010

On désigne par B et M les poids respectifs de Maman-Ours et de chaque Bébé-Ours.

Puisque « moi, Papa-Ours (333 kilos), je pèse aussi lourd que Maman-Ours avec nos 3 bébés-Ours », on peut écrire :

$$M + 3\,B = 333$$

Puisque « les 3 bébés-Ours pèsent ensemble 300 kilos de moins que Maman-Ours. », on peut écrire :

$$M = 3\,B + 300$$

Par conséquent,

$$3\,B + 300 + 3\,B = 333$$

Donc

$$6\,B = 33$$

D'où :

$$B = 5,5$$

Chaque bébé-Ours pèse 5,5 kg (et Maman-Ours, 316,5 kg).

605 Ovin

Énigme

Pierre a un troupeau de moutons et de chèvres, avec seulement trois mâles : un bélier et deux boucs.
Les trois cinquièmes des femelles sont des chèvres, les autres femelles sont donc des brebis.
Ce troupeau contient 37 ovins (les brebis et les béliers).
Toutes les brebis auront un petit cet hiver, par contre le sixième des chèvres femelles n'en aura pas car elles sont trop jeunes.
Chaque femelle qui aura un petit en aura un seul.

1. Combien le troupeau de Pierre compte-t-il d'animaux (avant les naissances de cet hiver) ?
2. Combien Pierre aura-t-il d'animaux au printemps ?

« 3. Le troupeau », *Concours Bombyx*, Quarts de finale, $5^{\text{ème}}$, 2014

1. Il y a 37 ovins dans le troupeau avec un bélier, ce qui fait 36 brebis. Si les trois cinquièmes des femelles sont des chèvres, les deux cinquièmes sont des brebis.
   Donc, un cinquième des femelles cela correspond à 18 animaux. (36×2)
   $18 \times 5 = 90$
   .Le troupeau de Pierre est constitué de 90 femelles et 3 mâles, soit 93 animaux.
2. $90 - 36 = 54$;Pierre a 54 chèvres femelles dont 9 (un sixième) n'auront pas de petits.
   $54 - 9 = 45$ et $45 + 36 = 81$;81 femelles (chèvres ou brebis) auront chacune un petit cet hiver.
   $93 + 81 = 174$
   Au printemps, Pierre aura 174 animaux dans son troupeau (avec 36 agneaux et 45 chevreaux).

606 Palourde

Énigme

Frédo, Michel et Agnès ont péché des palourdes lors d'une sortie à la plage.
Frédo en a péchées 10, Michel 14 et Agnès 18.
Ils décident de vendre chacun de leur côté leurs palourdes.
Au début, ils les vendent à 1 € l'unité. Comme ils doivent rentrer, ils décident de vendre le reste par lots de 5 à 1 € le lot.
Le soir, après avoir tout vendu, ils se retrouvent et remarquent que chacun d'entre eux a gagné 6 €.

Pour chacun d'entre eux, combien de lots ont été vendus ?
Combien de palourdes à l'unité ont été vendues par chaque pécheur ?

« Ex. 2 : Pêche inattendue », 30ème, Rallye mathématique des Antilles, 2021, Épreuve de sélection, Collège (4ème-3ème)

On écrit les nombres 10, 14 et 18 en sommes de 5 et de 1.

Fr'edo :

$$\begin{array}{ccccccccccccc} 5 & + & 1 & + & 1 & + & 1 & + & 1 & + & 1 & = & 10 \\ 1\,€ & + & 1\,€ & + & 1\,€ & + & 1\,€ & + & 1\,€ & + & 1\,€ & = & 10\,€ \end{array}$$

Michel :

$$\begin{array}{ccccccccccccc} 5 & + & 5 & + & 1 & + & 1 & + & 1 & + & 1 & = & 14 \\ 1\,€ & + & 1\,€ & + & 1\,€ & + & 1\,€ & + & 1\,€ & + & 1\,€ & = & 10\,€ \end{array}$$

Agnès :

$$\begin{array}{ccccccccccccc} 5 & + & 5 & + & 5 & + & 1 & + & 1 & + & 1 & = & 18 \\ 1\,€ & + & 1\,€ & + & 1\,€ & + & 1\,€ & + & 1\,€ & + & 1\,€ & = & 10\,€ \end{array}$$

Les répartitions sont résumées ci-dessous :

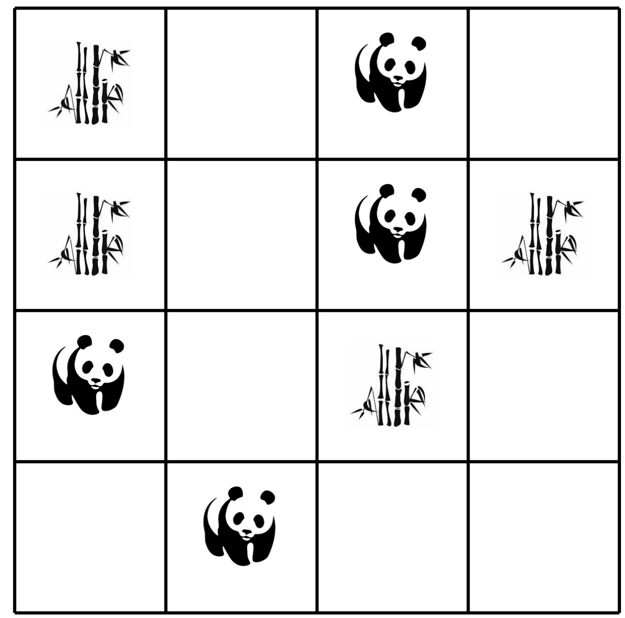
	Nombre de lots de 5 palourdes vendus	Nombre de palourdes vendues à l'unité
Frédo	1	5
Michel	2	4
Agnès	3	3

607 Panda

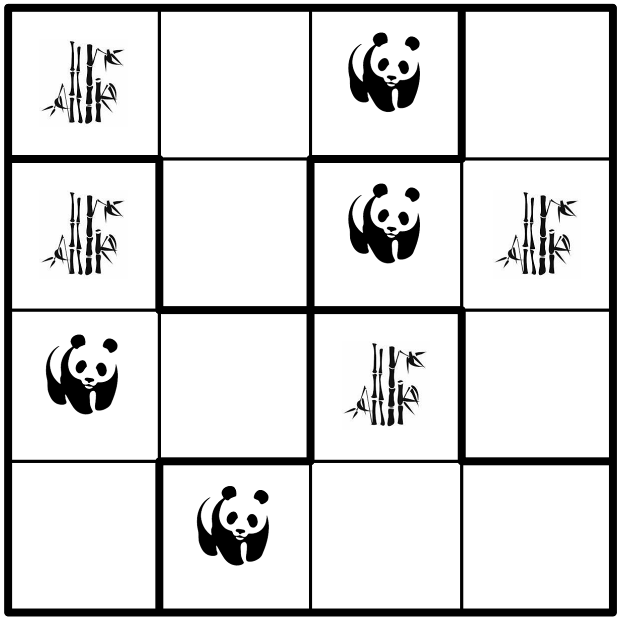
Énigme

Dans cette partie du zoo sont élevés quatre pandas.

Retrouve leur zone de vie sachant que les quatre zones sont de même forme et que chaque panda a sa propre forêt de bambous.



D'après « John et le carré », *50 énigmes mathématiques faciles, Problèmes du Championnat international des jeux mathématiques et logiques*, Vol. 16, Éd. Pole



608 Panthère

Énigme

Dans une réserve au Kenya, la chasse est autorisée pour les lions, les tigres, les zèbres et les panthères.
Il y avait ainsi 2 085 animaux au départ et 1 785 après les chasses. En effet, 65 % des lions ont été tués, tout comme 30 % des tigres, 40 % des panthères et 8 % des zèbres.
Initialement, il y avait le même nombre de tigres, de panthères et de lions et j'ai tué personnellement un nombre de panthères égal à la racine cubique de la différence entre le nombre de zèbres survivants et 20 fois le nombre de lions supprimés.

Combien ai-je tué de panthères ?

« Jeux et problèmes, La ronde des animaux », *Tangente*, n° 43, Mai-juin 1995

Soit x le nombre initial de tigres, de panthères ou de lions.

Le nombre de lions tués est $0,65\,x$.
Le nombre de tigres tués est $0,3\,x$.
Le nombre de panthères tuées est $0,4\,x$.
Le nombre de zèbres tués est $(2\,085 - 3\,x) \times 0,08$.

Ce qui fait en tout : $1,11\,x + 166,8 = 2\,085 - 1\,785$
Par suite, $x = 120$.

En faisant le bilan des animaux tués, on trouve que j'ai personnellement occis $(1\,587 - 20 \times 78)^{1/3}$ panthères, soit 3 panthères.

609 Paon (1)

Énigme

Saurez-vous trouver ce mot courant de quatre lettres, sachant que chacun des mots ci-dessous a deux lettres communes avec lui mais qui ne sont pas à leur place ?

R	I	E	Z
B	R	U	N
P	A	O	N
I	L	O	T

100 jeux logiques, Pierre Berloquin, jeu n° 19

PAON et RIEZ n'ont aucune lettre commune. À eux deux, ils réunissent donc, parmi leurs huit lettres, les quatre lettres du mot à trouver.

Le B et le U de BRUN sont donc fausses et R et N certaines.

Le L et le T de ILOT sont donc fausses et I et T certaines.

En tenant compte du fait qu'aucune lettre n'est à sa place dans les mots qui la contiennent, on a quatre dispositions possibles seulement :

N	O	R	I
N	O	I	R
O	N	R	I
O	N	I	R

Un seul de ces vocables est un mot courant français : NOIR.

610 Paon (2)

Énigme

Le seizième d'une collection de paons multipliée par lui-même, était sur un manguier.
Un neuvième du restant multiplié par lui-même avec quatorze paons était dans un bosquet de tamalas.

Combien étaient-ils en tout ?

Cette énigme a été proposée par le mathématicien indien Mahavira dans son *Gaita-sara-sagraha* écrit vers 850.

On désigne par P le ne nombre total de paons.

Il y a trois groupes :

- le seizième d'une collection de paons multipliée par lui-même, soit un nombre de paons égal à $\left(\frac{1}{16}P\right)^2 = \frac{1}{256}P^2$;
- un neuvième du restant multiplié par lui-même, soit un nombre de paons égal à $\left(\frac{1}{9} \times \frac{15}{16}P\right)^2 = \frac{25}{2\,304}P^2$;
- quatorze paons.

Donc $\left(\frac{1}{16}P\right)^2 + \left(\frac{1}{9} \times \frac{15}{16}P\right)^2 + 14 = P$.

Cela équivaut à $\frac{17}{1\,152}P^2 - P + 14 = 0$.
Le discriminant de cette équation du second degré est égal à $\Delta = (-1)^2 - 4 \times \frac{17}{1\,152} \times 14 = \frac{25}{144}$.
L'équation a deux solutions,

$$P_1 = \frac{-(-1) - \sqrt{\frac{25}{144}}}{2 \times \frac{17}{1\,152}} \approx 19,8 \text{ et } P_2 = \frac{-(-1) + \sqrt{\frac{25}{144}}}{2 \times \frac{17}{1\,152}} = 48$$

La solution devant être entière, on garde seulement P_2.

Il y a au total 48 paons.

Dans son ouvrage, Mahavira indique que l'équation de la forme $\frac{a}{b}x^2 - x + c = 0$ admet les deux solutions données par la formule $x = \dfrac{\frac{b}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{a} - 4\,c\right)\frac{b}{a}}}{2}$.

611 Papillon (1)

Énigme

Dans la serre regroupant des papillons de la sous-famille des *Parnassiinae*, Émilien compte 24 *Allancastria*, 15 *Archon*, 12 *Bhutanitis*, 18 *Hypermnestra*, 21 *Luehdorfia*, 30 *Parnassus* et 27 *Sericinus*.

Combien de papillons doit-il sortir de sa serre pour être absolument sûr d'en avoir au moins deux de la même sous-famille ?

La serre contient sept sous-familles différentes.

En prenant huit papillons, il sera absolument sûr d'en avoir au moins deux de la même sous-famille.

612 Papillon (2)

Énigme

Marguerite fait une collection de papillons.
Il lui manque 2 spécimens pour pouvoir remplir une grille carrée.
La semaine suivante, elle recueille 19 nouveaux spécimens.
Après les avoir disposés dans une grille carrée plus grande qui est la suivante, il lui reste 2 spécimens.

Combien Marguerite a-t-elle de papillons maintenant ?

« De vrais papillons », `http://www.charleries.net/`

Désignons par P le nombre initial de papillons de Marguerite et par C le nombre de papillons que l'on peut placer sur un côté de la grille carrée.

L'énoncé se traduit par les deux conditions $\begin{cases} P+2 = C^2 \\ P+19 = (C+1)^2+2 \end{cases}$.

En soustrayant membre à membre la première équation à la seconde, on déduit $(C+1)^2+2-C^2 = 19-2$.

Par conséquent, $C^2+2\,C+1+2-C^2 = 17$.

Donc $2\,C+3 = 17$.

Donc $2\,C = 14$.

Donc $C = 7$.

Marguerite possède maintenant $(7+1)^2+2$ papillons, soit 66 papillons.

(Elle en avait au départ 7^2-2, soit 47)

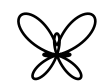
613 Papillon (3)

Énigme

Un papillon s'est posé sur un calcul juste.

Sur quel nombre s'est-il posé ?

A) 2 000 B) 405 C) 1 000 D) 1 005 E) 2 005

$\mathbf{2\,005 - 5 =}$  $\mathbf{+ 1\,000}$

« 9. 3. Un papillon », Série 9*,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **C**

$2\,005 - 5 = 1\,000 + 1\,000 = 2\,000$

614 Papillon (4)

Énigme

Joël est passionné par les bombyx.
Il garde ses spécimens dans onze boîtes.
Chacune des onze boîtes contient au moins un papillon.
Huit d'entre elles en contiennent chacune au moins deux ; six en contiennent chacune au moins quatre et deux boîtes en contiennent exactement cinq chacune.

Combien la collection de Joël compte-t-elle de papillons, au minimum ?

« Les papillons bombyx », *Concours Bombyx*, finale, 3$^{\text{ème}}$ dérogatoire et 3$^{\text{ème}}$ DP6, 2007

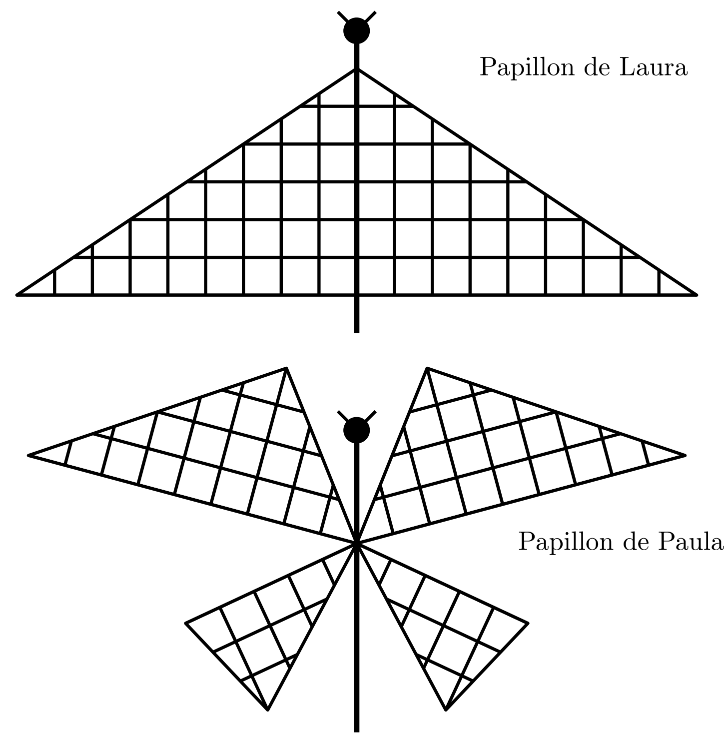
Onze boîtes.
Chacune des onze boîtes contient au moins un papillon :
$\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}$
Huit d'entre elles en contiennent chacune au moins deux :
$\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{2}\boxed{2}\boxed{2}\boxed{2}\boxed{2}\boxed{2}\boxed{2}\boxed{2}$
Six en contiennent chacune au moins quatre :
$\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{2}\boxed{2}\boxed{4}\boxed{4}\boxed{4}\boxed{4}\boxed{4}\boxed{4}$
Deux boîtes en contiennent exactement cinq chacune :
$\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}\boxed{2}\boxed{2}\boxed{4}\boxed{4}\boxed{4}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{5}$
La collection de Joël compte au minimum trente-trois papillons.

615 Papillon (5)

Énigme

Laura et Paula décident de représenter deux papillons dans leurs cahiers.
Elles dessinent d'abord le corps et les antennes, puis collent les ailes qu'elles ont découpées dans un carton quadrillé.
Voici ci-dessous les papillons de Laura et Paula.

Laura et Paula ont-elles utilisé la même quantité de carton quadrillé pour leurs papillons ou est-ce que l'une en a utilisé plus et l'autre moins ?



« 6. Les deux papillons »,
29$^{\text{ème}}$ Rallye mathématique transalpin, Épreuve 1, 2022

Pour chacun des deux papillons, le corps est un axe de symétrie : les deux triangles du papillon de de Laura sont égaux ainsi que les deux couples de triangles du papillon de Paola.

Il suffit donc de comparer les aires des ailes « à droite ».

On utilise la formule de l'aire du triangle, en choisissant, par facilité, la « base » et la « hauteur » qui suivent les lignes du quadrillage, et en comptant le nombre de côtés de carreaux entiers présents sur les bases des triangles correspondant aux ailes.

- Pour Laura :
  L'aire de la grande aile de droite est $\dfrac{9 \times 6}{2} = 27$.
- Pour Paula :
  L'aire de la grande aile de droite est $\dfrac{9 \times 4}{2} = 18$.
  L'aire de la petite aile de droite est $\dfrac{6 \times 3}{2} = 9$.
  L'aire de la partie droite est donc égale à $18 + 9 = 27$

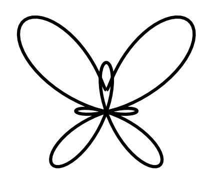
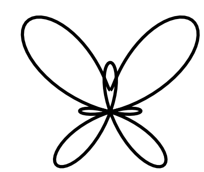
Laura et Paula ont donc utilisé la même quantité de carton quadrillé pour leurs papillons.

616 Papillon (6)

Énigme

Deux papillons se sont posés sur une page du cahier d'Ariane et cachent deux nombres.
Maintenant, on ne voit plus que les nombres 5 et 80, deux signes $\times$ et un signe $=$.
Les deux nombres cachés sont des nombres entiers, ils peuvent être égaux ou différents.

Quels peuvent être les deux nombres cachés ?

 $\times$ **5** $\times$  $=$ **80**

« 4. Nombres cachés », 29$^{\text{ème}}$ Rallye mathématique transalpin, Épreuve 2, 2022

En effectuant la division de 80 par 5, on trouve le produit des deux nombres recherchés : $16 = 80 \div 5$.

On recherche alors les diviseurs de 16 et on forme correctement les paires de facteurs dont il est le produit.

On obtient $(1\,;16)$, $(2\,;8)$ et $(4\,;4)$

617 Parc zoologique (1)

Énigme

Dans un petit village de l'ouest du département de la Mayenne, on a ouvert un parc animalier.
Il y a 1 992 animaux dans ce parc : des quadrupèdes (qui ont 4 pattes), des bipèdes (qui en ont 2) et animaux apodes (sans pattes).
Il y a exactement autant d'animaux apodes que de quadrupèdes, mais les bipèdes sont dix fois plus nombreux que les quadrupèdes.

Combien y a-t-il de pattes d'animaux au total dans ce parc ?

Cette énigme a été proposée au Tournoi de la Mayenne (CM1, CM2).

En notant A, B et Q le nombre respectifs d'animaux apodes, bipèdes et quadrupèdes, on a les conditions suivantes :

$$\begin{cases} A + B + Q = 1\,992 \\ A = Q \\ B = 10\,Q \end{cases}$$

On déduit $Q + 10\,Q + Q = 1\,992$.
Donc $12\,Q = 1\,992$.
Donc $Q = \dfrac{1\,992}{12} = 166$.
Ainsi $A = 166$ et $B = 1\,660$.

Le nombre total de pattes est égal à

$$0 \times 166 + 2 \times 1\,660 + 4 \times 166$$

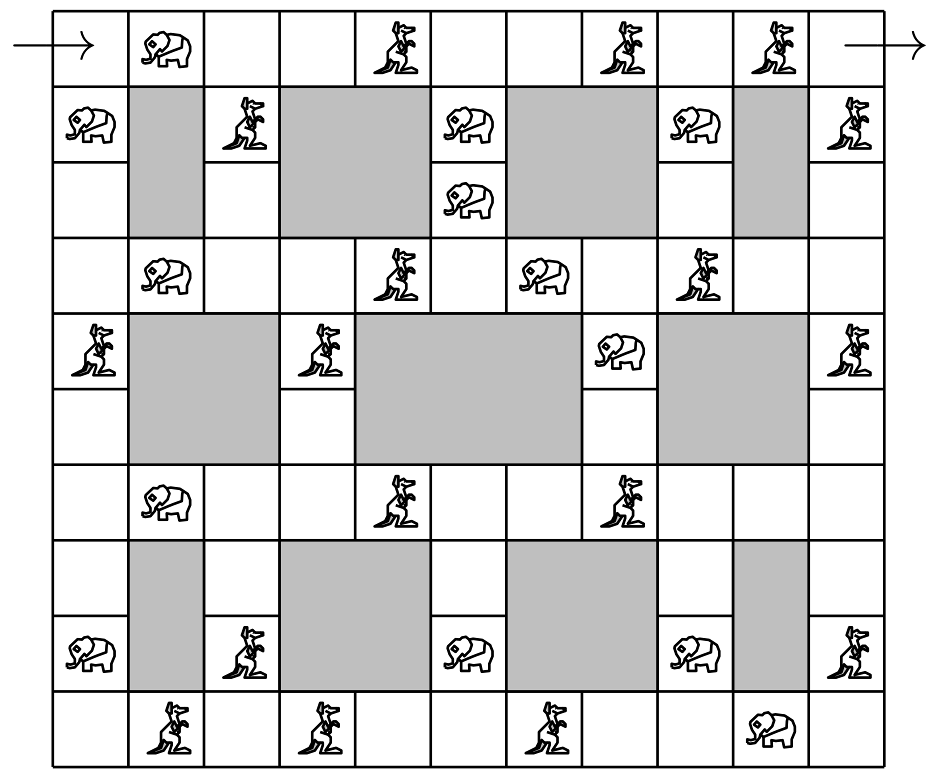
c'est-à-dire $3\,984$.

618 Parc zoologique (2)

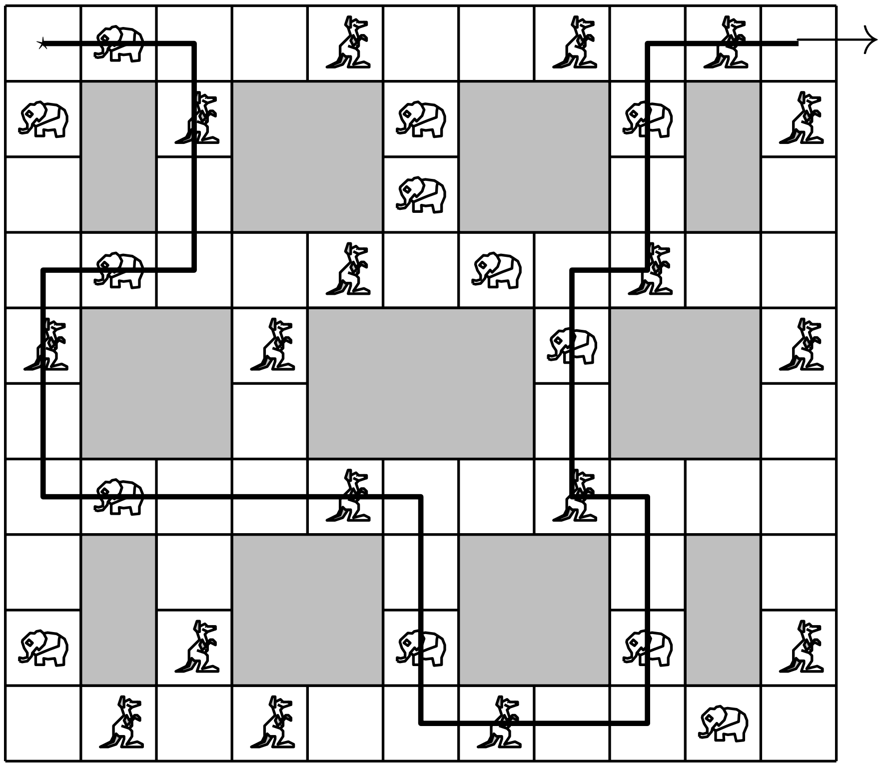
Énigme

Dans ce grand parc animalier, les animaux sont en liberté.
On les rencontre en traversant le parc dans sa voiture.

Traverser cette zone du parc en rencontrant alternativement un éléphant et un kangourou.



D'après « Après le bureau », *Enigma*, n° 4, Mars-avril 2006



619 Parc zoologique (3)

Énigme

L'an dernier, monsieur et madame Zanimo ont ouvert un parc d'autruches et d'éléphants.
Madame Zanimo dit : « Je suis contente car, avec les naissances de cette année, je compte 35 têtes et 116 pattes ! ».

Combien y a-t-il d'autruches et d'éléphants élevés par monsieur et madame Zanimo ?

« Le parc zoologique », Rallye mathématique de l'Allier, Deuxième manche, 2004-2005

Une autruche a une tête et un éléphant a une tête.
Une autruche a deux pattes et un éléphant a quatre pattes.

La somme du nombre de têtes d'autruches et du nombre de têtes d'éléphants est 35.

La somme du nombre de pattes d'autruches et du nombre de pattes d'éléphants est 116.
Il y a donc 58 paires de pattes.

Or ce nombre de paires de pattes est égal à la somme du nombre de têtes d'autruches et du double du nombre de têtes d'éléphants (un éléphant a deux fois plus de pattes qu'une autruche)
Ainsi ce nombre de paires de pattes est égal à la somme du nombre de têtes d'autruches et du nombre de têtes d'éléphants et (encore) du nombre de têtes d'éléphants.

Donc le nombre d'éléphants augmenté de 35 est égal à 58.
Donc le nombre d'éléphants est égal à $58 - 35 = 23$.

Donc le nombre d'autruches est égal à $35 - 23 = 12$.

Monsieur et madame Zanimo élèvent 23 éléphants et 12 autruches.

620 Perroquet (1)

Énigme

Mes 3 perroquets bleus mangent 3 kg de graines en 3 jours ; mes 5 perroquets verts mangent 5 kg de graines en 5 jours ; mes 7 perroquets orange mangent 7 kg de graines en 7 jours.

Quels sont les perroquets qui ont le plus d'appétit ?

A. les perroquets bleus
B. les perroquets verts
C. les perroquets orange
D. les perroquets bleus, verts et orange ont le même appétit
E. on ne peut pas savoir

Chaque perroquet bleu mange 1/3 de kg de graines par jour, chaque perroquet vert mange 1/5 de kg de graines par jour et chaque perroquet orange mange 1/7 de kg de graines par jour.

Ce sont donc les perroquets bleus qui ont le plus d'appétit. (Réponse A)

621 Perroquet (2)

Énigme

Le vétérinaire du Parc des Oiseaux a rapporté de ses différents voyages 5 espèces de perroquets :

- une perruche ondulée d'Australie ;
- une conure veuve d'Argentine ;
- un nestor kéa de Nouvelle-Zélande ;
- un ara bleu de Colombie ;
- un perroquet à calotte rouge du Cameroun.

On sait que :

- le perroquet à calotte rouge est plus lourd que la conure veuve mais plus léger que le nestor kéa ;
- la perruche ondulée est plus légère que le nestor kéa et que la conure veuve ;
- l'ara bleu est plus lourd que la perruche ondulée ;
- le nestor kéa n'est pas le plus lourd.

Rangez les 5 espèces de perroquet de la plus légère à la plus lourde.

« Espèces de perroquets », Parc des Oiseaux, d'après le Rallye Mathématique Transalpin, Section de l'Ain

Il faut interpréter les données de la manière suivante.

La première phrase nous indique ce début de classement* :
Nestor kéa > Perroquet à calotte rouge > Conure veuve

La seconde phrase nous donne cette suite de classement :
Nestor kéa et Conure veuve > Perruche ondulée

Si on l'compile les deux premières phrases, on obtient :
Nestor kéa > Perroquet à calotte rouge > Conure veuve > Perruche ondulée

La troisième phrase nous apprend que :
Ara bleu > Perruche ondulée

On peut donc en déduire que la perruche ondulée est le plus léger des perroquets, mais on ne sait toujours pas où classer l'Ara bleu.

La dernière phrase nous apprend que le nestor kéa, qui était jusque là le plus lourd, ne l'est pas…
On en déduit donc que l'ara bleu est le plus lourd des perroquets, ce qui nous donne le classement final suivant :

Ara bleu > Nestor kéa > Perroquet à calotte rouge > Conure veuve > Perruche ondulée

Données ornithologiques de vérifications :
Ara bleu : 1,2 kg
Nestor kéa : 920 g
Perroquet à calotte rouge : 250 g
Conure veuve : 100 g
Perruche ondulée : 25 g

*. > signifie ici « est plus lourd que »

622 Perroquet (3)

Énigme

À la Cité des perroquets, il y a 4 espèces de perroquets colorées :
- les perroquets gris du Gabon de couleur grise ;
- les aras chloroptères de couleur rouge ;
- les amazones à couronne lilas de couleur verte ;
- les aras Hyacinthe de couleur bleue.

Éric, le vétérinaire, observe que les perroquets sont :
- tous rouges, sauf 15 ;
- tous gris, sauf 12 ;
- tous verts, sauf 14 ;
- tous bleus, sauf 13.

Combien y a-t-il de perroquets dans la volière ?
Et combien de chaque couleur ?

« Perroquets colorés », Parc des Oiseaux, d'après le Rallye Mathématique Transalpin, Section de l'Ain

Il faut se rendre compte que le nombre n des perroquets est supérieur à 15 et procéder par essais en vérifiant si les données correspondent.

- Si $n = 16$ alors il y aurait 1 perroquet rouge $(16 - 15)$, mais ainsi, selon les conditions suivantes, il y aurait aussi 4 perroquets gris $(16 - 12)$, 2 perroquets verts $(16 - 14)$ et 3 perroquets bleus $(16 - 13)$ et leur nombre total serait 10 $(1 + 4 + 2 + 3)$ et non 16 comme prévu.
- Si $n = 17$ alors il y aurait 2 perroquets† rouges $(17 - 15)$, mais ainsi, selon les conditions suivantes, il y aurait aussi 5 perroquets gris, 3 perroquets verts et 4 perroquets bleus et leur nombre total serait 14 et non 17 comme prévu.
- Si $n = 18$ alors il y aurait 3 perroquets rouges $(17 - 15)$, mais ainsi, selon les conditions suivantes, il y aurait aussi 6 perroquets gris, 4 perroquets verts et 5 perroquets bleus et leur nombre total serait bien de 18.
- Il faut ensuite se rendre compte que $n = 18$ est l'unique solution parce que si n était supérieur à 18, la somme $R + G + V + B$ serait supérieure à n (et l'écart augmenterait avec la croissance de n). Si $n = 19$ alors il y aurait 4 R, 7 G, 5 V et 6 B et le total de perroquets serait de 22 perroquets etc.

On peut procéder par voie algébrique :

Il faut alors se rendre compte que « ils sont tous rouges sauf 15 » équivaut à dire qu'il y a 15 non-rouges – c'est-à-dire les jaunes, les verts et les bleus – et arriver ainsi à l'équation $G + V + B = 15$.

On peut poursuivre de façon analogue pour les autres couleurs et arriver aux trois autres équations :

$$R + V + B = 12 \qquad R + G + B = 14 \qquad R + G + V = 13$$

On peut résoudre le système par substitutions successives, ou se rendre compte qu'en additionnant membre à membre on obtient :

$$3\,(R + V + G + B) = 15 + 12 + 14 + 13 = 54$$

et en déduire par conséquent que le nombre total des perroquets est 18 $(54 \div 3)$ puis en déduire qu'il y a 3 perroquets rouges $(18 - 15)$, 6 jaunes $(18 - 12)$, 4 verts $(18 - 14)$ et 5 bleus $(18 - 13)$.

Si la plupart des perroquets ont un plumage très coloré, il existe des exceptions comme le Cacatoès noir, au plumage entièrement noir.

623 Perroquet (4)

Énigme

Le Perroquet gris du Gabon et l'Amazone à tête jaune sont deux des oiseaux parleurs du parc, mais ils sont un peu blagueurs et ils ne disent pas toujours la vérité.
Le Perroquet gris du Gabon ment le mardi, le mercredi et le jeudi mais il dit la vérité les autres jours de la semaine.
L'Amazone à tête jaune ment le samedi, le dimanche et le lundi mais il dit la vérité les autres jours de la semaine.
Un jour, les deux oiseaux se rencontrent.
Le Perroquet gris du Gabon dit : « Hier je mentais » et l'Amazone à tête jaune dit : « Moi aussi, hier je mentais ».

Quel jour de la semaine se sont-ils rencontrés ?

« Menteur et menteur », Parc des Oiseaux, d'après le Rallye Mathématique Transalpin, Section de l'Ain

Tester chaque jour de la semaine en prenant en compte les informations relatives au jour considéré et à la veille, en utilisant éventuellement un tableau à double entrée :

- « M » signifie « Mensonge » dans les deuxième et quatrième lignes du tableau et « hier, j'ai menti » dans les troisième et cinquième lignes ;
- « V » signifie « Vérité » dans les deuxième et quatrième lignes du tableau et « hier, j'ai dit la vérité » dans les troisième et cinquième lignes.

	L	Ma	Me	J	V	S	D
Ce que dit le Gris du Gabon	V	M	M	M	V	V	V
Ce qu'il dit de la veille	V	**M**	V	V	**M**	V	V
Ce que dit l'Amazone	M	V	V	V	V	M	M
Ce qu'il dit de la veille	V	**M**	V	V	V	**M**	V

Les deux oiseaux n'ont pu se rencontrer qu'un mardi.

Le Gris du Gabon peut retenir plusieurs centaines de mots, qu'il ne se contente pas de répéter : on pense qu'il est capable de compréhension et d'abstraction.

624 Perroquet (5)

Énigme

Papa Galos réceptionne dix paquets de boules de graines achetés en ligne pour ses perroquets.
Chacune de ces boules est censé peser 100 g. Mais un paquet contenant des boules pesant seulement 90 g (« malencontreusement », dirait le fabricant !) s'est mêlé aux neuf autres.

À l'aide d'une balance, comment déterminer, en une seule pesée, le paquet qui contient les boules pesant 90 g ?

« Les comprimés », `http://www.bibmath.net/jeux/`

On dispose sur la balance une boule du premier paquet, deux boules du deuxième paquet, trois boules du troisième paquet, et ainsi de suite.

Si tous les boules pesaient 100 g, le tout pèserait
$100 + 200 + 300 + \cdots + 1\,000 = 5\,500$ g.
Mais si le premier paquet est celui des boules en cause, on trouvera
$5\,500 - 1 \times 10 = 5\,490$ g.
Si le deuxième paquet est celui des boules en cause, on trouvera
$5\,500 - 2 \times 10 = 5\,480$ g.
Si le troisième paquet est celui des boules en cause, on trouvera
$5\,500 - 3 \times 10 = 5\,470$ g.
Et ainsi de suite.

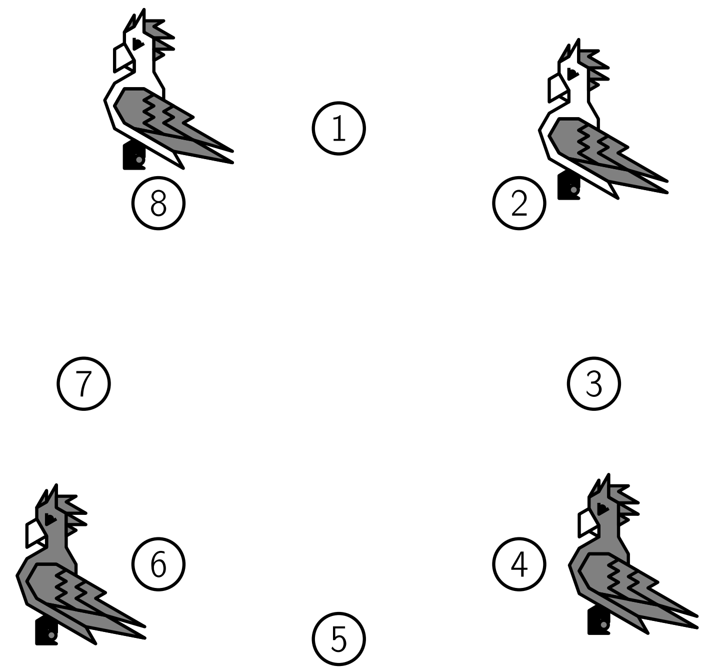
Il suffit de regarder donc le nombre de dizaines de grammes en moins de $5\,500$ pour trouver le paquet.

625 Perroquet (6)

Énigme

Les perroquets blancs et gris veulent échanger leurs places.
Ils ne peuvent se déplacer que par saut de 3 branches dans un sens ou dans l'autre en se posant sur une branche libre.
Ainsi, le perroquet perché en 6 peut aller soit en 1 soit en 3.

Comment s'y prennent-ils ?



« Quatre perroquets », *Jeune Archimède*, n° 14, Avril-Mai 2012

Une solution possible :

1. $8 \longrightarrow 5$
2. $2 \longrightarrow 7$
3. $6 \longrightarrow 3$
4. $4 \longrightarrow 1$
5. $5 \longrightarrow 2$
6. $7 \longrightarrow 4$
7. $3 \longrightarrow 8$
8. $1 \longrightarrow 6$
9. $2 \longrightarrow 7$
10. $4 \longrightarrow 1$
11. $8 \longrightarrow 5$
12. $6 \longrightarrow 3$
13. $7 \longrightarrow 4$
14. $1 \longrightarrow 6$
15. $5 \longrightarrow 2$
16. $3 \longrightarrow 8$

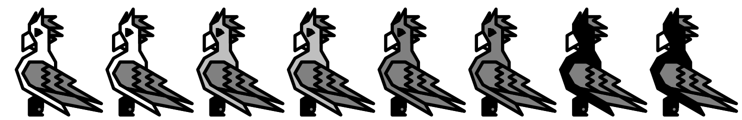
Cette énigme est une autre version de l'énigme 156.

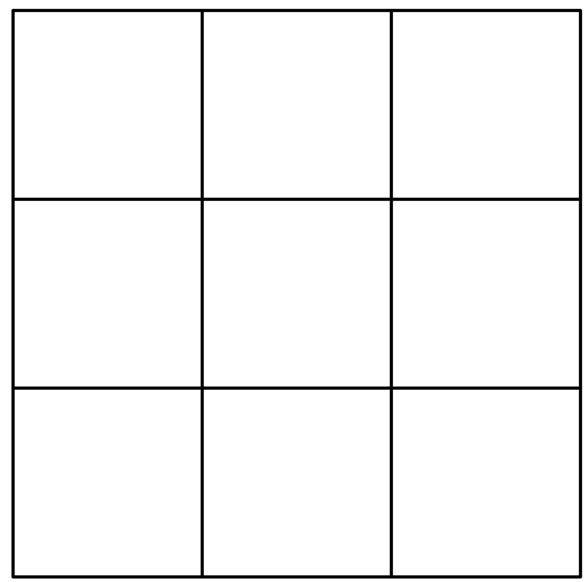
626 Perroquet (7)

Énigme

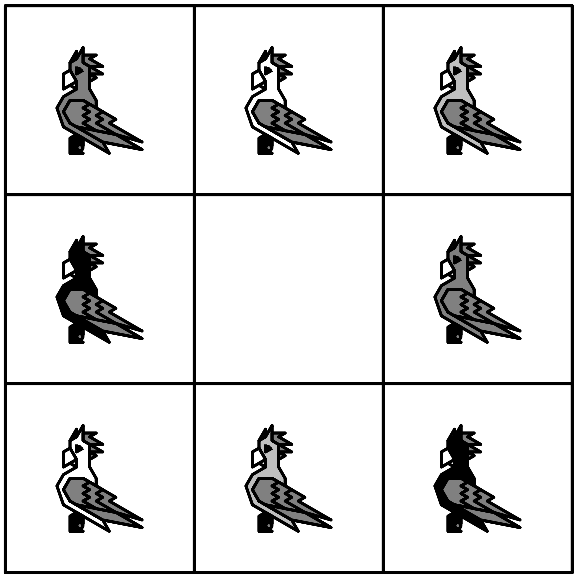
Simon possède quatre couples de perroquets : deux perroquets blancs, deux perroquets gris clair, deux perroquets gris foncé et deux perroquets noirs.
Pour les présenter au jury lors d'un concours, il a pris une volière avec neuf emplacements possibles, comme l'indique la figure ci-dessous.
Dans un souci esthétique, il choisit de ne pas placer deux perroquets de même couleur l'un à côté de l'autre, que ce soit horizontalement, verticalement ou diagonalement.

Proposer une disposition possible.





Une disposition possible est la suivante :



627 Perroquet (8)

Énigme

Mon perroquet ARA n'utilise que les lettres A et R.
Il peut remplacer un mot par un autre en respectant la règle suivante : un A peut être remplacé par RAR ou bien RAR peut être remplacé par A.
Par exemple, à partir de AA, il peut construire RARA, ARAR, RARRAR, . . .

1. Montrez qu'il peut former RRAAA à partir de RAARA.
2. Pourquoi RARAR ne peut-il pas être formé à partir de RAARA ?
3. Est-ce que ARARA peut être formé à partir de RAARA ?

« ARA mon perroquet », Tournoi mathématique du Limousin, Lycée, 2009

1. RAARA peut être remplacé par RRARARA et RRARARA peut être remplacé par RRAAA.

2. Quand on remplace A par RAR ou RAR par A, le nombre de A n'est pas modifié.

Or RARAR contient deux A et RAARA contient trois A.

RARAR ne peut pas être formé à partir de RAARA.

3. Le nombre de A est convenable.

Quand on remplace un A de rang n, on introduit un R de rang n et un R de rang $n+2$, les rangs des R qui suivent augmentent de 2.

La somme des rangs des R augmente donc d'un nombre pair.

La somme des rangs des R dans ARARA est $2+4=6$.

La somme des rangs des R dans RAARA est $1+4=5$.

ARARA ne peut pas être formé à partir de RAARA.

628 Perruche

Énigme

Il y a trois espèces de perruches dans la volière du Bush australien : les perruches de Pennant, les perruches royales et les perruches à croupion rouge.

- Il y a un nombre impair de perruches dans la volière.
- Les perruches à croupion rouge sont les plus nombreuses.
- Le nombre des perruches de Pennant est le même que celui des perruches royales.
- Le produit des trois nombres est 36.

Combien y a-t-il de perruches de chaque espèce dans la volière ?

« Perruches de couleur », Parc des Oiseaux, d'après le Rallye Mathématique Transalpin, Section de l'Ain

Il faut comprendre qu'il s'agit de rechercher trois nombres, dont deux sont égaux et l'un supérieur aux deux autres.

Il faut comprendre finalement que la clé réside dans la recherche de tous les produits de trois nombres, dont deux sont égaux, qui valent 36, et dresser cet inventaire : $1 \times 1 \times 36$, $2 \times 2 \times 9$, $3 \times 3 \times 4$ et $6 \times 6 \times 1$.

Il faut comprendre que le fait que la somme soit un nombre impair donne peu d'information (même si on en déduit que le plus grand nombre est impair, il reste une infinité de possibilités).

Il faut alors éliminer les cas ne répondant pas aux contraintes de l'énoncé : 6, 6, 1 car un nombre doit être plus grand que les deux autres, 1, 1, 36 et 3, 3, 4 car les sommes (38 et 10) ne sont pas des nombres impairs et conserver la seule solution acceptable : 2, 2, 9.

Il existe plus de 70 espèces différentes couramment appelées perruches.

629 Pieuvre

Énigme

Les pieuvres de la cour de Poséïdon ont 6, 7 ou 8 tentacules.
Celles qui ont 7 tentacules mentent toujours, les autres disent la vérité.
Un jour, 4 des pieuvres discutent entre elles.
La pieuvre bleue dit qu'à elles quatre, elles possèdent 28 tentacules.
La verte dit qu'elles en ont 27, la jaune, 26, et la rouge, 25.

Si l'on sait que l'une d'entre elles dit la vérité, de quelle couleur est-elle ?

« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du vendredi 17 février, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Comme il y a une pieuvre qui dit la vérité, et qu'il ne peut y en avoir plusieurs, il y a 3 pieuvres qui mentent.
Ces trois-là possèdent donc $3 \times 7 = 21$ tentacules.
Si la pieuvre qui dit la vérité a 6 tentacules, alors la réponse est 27 et c'est donc la pieuvre verte qui dit la vérité.
Si la pieuvre qui dit la vérité a 8 tentacules, alors le nombre total de tentacules est 29 et aucune des pieuvres ne propose ce nombre.
Finalement, seule la pieuvre verte peut dire la vérité.

630 Pigeon

Énigme

On souhaite transmettre un message secret à l'aide de plusieurs pigeons.
Afin de ne pas prendre trop de risques au cas où un pigeon tombe aux mains de l'ennemi, on décide de fragmenter le message en plusieurs parties dont on peut faire plusieurs copies.
Ces parties sont choisies astucieusement de telle façon que l'absence de seulement l'une d'entre elles rende le message complètement incompréhensible.
On a pu observer que l'ennemi ne pouvait pas intercepter plus de deux pigeons lors d'un même lancer.
C'est pourquoi, à aucun moment, deux pigeons quelconques ne doivent transporter des éléments du message dont la réunion permettrait à l'ennemi de reconstituer le message entier.
Cependant, malgré les risques encourus, le but essentiel est de transmettre le message et il faut donc que le destinataire puisse le reconstituer à partir des éléments en possession des pigeons arrivant à bon port.
L'expéditeur doit donc faire en sorte que le message puisse être reconstitué quels que soient les pigeons non interceptés.

1. On fragmente le message en cinq parties notées A, B, C, D et E et on dispose de huit pigeons.

   Donner une répartition possible des parties du message données aux pigeons.

2. On dispose maintenant de seulement cinq pigeons et le découpage en cinq parties n'est bien sûr plus suffisant.

   En combien de parties au minimum faudrait-il fragmenter le message pour en assurer la transmission en toute sécurité ? Indiquer alors une répartition possible.

Défi « Pigeon vole ! » trouvé sur `http://www.ilemaths.net`.

Question 1

Il s'agit de trouver une répartition de $8 \times 2 = 16$ parties : on va les répartir en $4 \times 3 + 1 \times 4$ parties.

Deux solutions possibles, parmi d'autres, sont :

	A	B	C	D	E
1	*	*			
2	*	*			
3	*		*		
4	*		*		
5		*	*		
6				*	*
7				*	*
8				*	*

	A	B	C	D	E
1	*	*			
2	*		*		
3	*		*		
4		*		*	
5		*			*
6			*		*
7			*		
8				*	*

Toutes les parties sont en trois ou quatre exemplaires et avec deux interceptions l'ennemi ne capte qu'au plus quatre parties.

Question 2

Le nombre minimum de parties est égal à 10 (le nombre de combinaisons possibles de 3 éléments choisis parmi 5).

Une répartition possible est :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	*	*	*	*	*	*				
2	*	*	*				*	*	*	
3	*			*	*		*	*		*
4		*		*		*	*		*	*
5			*		*	*		*	*	*

631 Pintade

Énigme

Au marché de Trocville, on peut échanger 5 ananas contre 2 noix de coco ou 1 noix de coco et 1 poulet contre 1 pintade ou encore 1 poulet contre 10 ananas et 1 noix de coco.
On sait de plus que le prix d'un poulet est de 5 €.

Quel est le prix d'un ananas ? d'une noix de coco ? d'une pintade ?

« Au marché de Trocville », Rallye mathématique de la Réunion, Classes de Troisième, 11 avril 2008

Prix d'un ananas : 40 centimes

Prix d'une noix de coco : 1 euro

Prix d'une pintade : 6 euros

632 Piou-piou

Énigme

Sur un arbre, il y a 8 pious-pious.
Les pious-pious sont des animaux étonnants : dès qu'ils le peuvent, ils se regroupent par 3 et se mettent à chanter.
Au bout de cinq minutes, chaque groupe de 3 attire 2 nouveaux pious-pious.
S'ils ne peuvent pas se regrouper, ils écoutent avec attention leurs congénères.

Combien seront-ils au bout de vingt minutes ?

Problème 4,
Rallye mathématique de Loire-Atlantique, Finale, 2019

$8 = 2 \times 3 + 2$
Donc au bout de cinq minutes, chacun des deux groupes de trois piou-pious attire deux piou-pious.
Leur nombre est donc maintenant $2 \times (3 + 2) + 2 = 12$.

$12 = 4 \times 3$
Donc au bout de cinq nouvelles minutes (au bout de dix minutes depuis le début), chacun des quatre groupes de trois piou-pious attire deux piou-pious.
Leur nombre est donc maintenant $4 \times (3 + 2) = 20$.

$20 = 6 \times 3 + 2$
Donc au bout de cinq nouvelles minutes (au bout de quinze minutes depuis le début), chacun des six groupes de trois piou-pious attire deux piou-pious.
Leur nombre est donc maintenant $6 \times (3 + 2) + 2 = 32$.

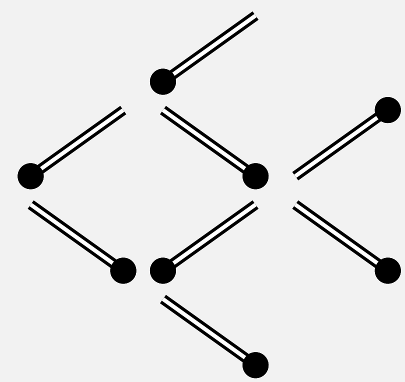
$32 = 10 \times 3 + 2$
Donc au bout de cinq nouvelles minutes (au bout de vingt minutes depuis le début), chacun des dix groupes de trois piou-pious attire deux piou-pious.
Leur nombre est donc maintenant $10 \times (3 + 2) + 2 = 52$.

Il y a aura 52 piou-pious au bout de vingt minutes.

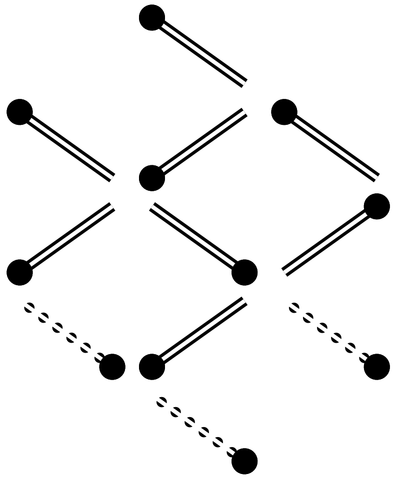
633 Poisson (1)

Énigme

En déplaçant trois des huit allumettes, changer de sens au poisson.



Cette énigme a été créée par Kobon Fujimura, l'un des plus grands créateurs de jeux mathématiques au Japon.



634 Poisson (2)

Énigme

Un poisson (composé d'une tête, d'un corps et d'une queue) pèse 51 livres.
La tête pèse un tiers du corps, la queue pèse un quart de la tête.

Combien pèsent le corps, la queue et la tête séparément ?

Ce problème a été proposé en 1480 par le mathématicien et peintre italien Piero della Francesca à ses contemporains.

Pour la masse, la tête vaut 4 queues et le corps vaut 3 têtes, soit 12 queues.

Le poisson entier pèse donc comme $1 + 4 + 12$ queues, soit 17 queues.

La queue pèse donc 3 livres, la tête, 12 livres et le corps, 36 livres.

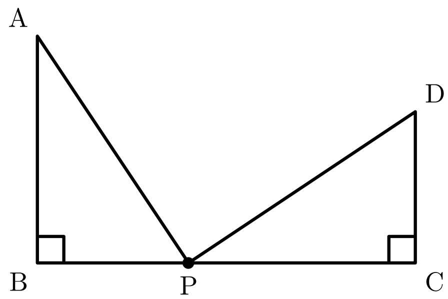
635 Poisson (3)

Énigme

Deux arbres se trouvent en face l'un de l'autre sur les deux rives d'un fleuve.
La hauteur du premier est de 30 aunes et celle du second est de 20 aunes.
La distance entre leurs ceux pieds est de 5 aunes.
Un oiseau est perché sur la cime de chaque arbre. Brusquement, les oiseaux aperçoivent un poisson à la surface de l'eau, se jettent sur lui à la même vitesse et l'atteignent au même moment.

À quelle distance, en aunes, du pied du plus grand arbre se trouvait le poisson ?

« Les oiseaux », Rallye Mathématique Champagne-Ardenne
Ce problème a été posé initialement au XI$^{\text{ème}}$ siècle.



Notons x la distance entre le pied B du plus grand arbre et le poisson P et v la vitesse des oiseaux.

Les deux oiseaux mettent le même temps t pour parcourir respectivement les distances AP et DP.

On a donc $t = \dfrac{\mathrm{AP}}{v} = \dfrac{\mathrm{DP}}{v}$.

Il s'ensuit $\mathrm{AP} = \mathrm{DP}$ puis $\mathrm{AP}^2 = \mathrm{DP}^2$.

D'où, en utilisant le théorème de Pythagore, $30^2 + x^2 = 20^2 + (50 - x)^2$.

Soit $100\,x = 20^2 + 50^2 - 30^2 = 2\,000$

Donc $x = 20$.

Le poisson se trouvait à 20 aunes du pied du plus grand arbre.

636 Poisson (4)

Énigme

Jean part pêcher pendant trois jours.
Chaque jour, il pêche au moins un poisson de plus que la veille et, le troisième jour, il pêche au moins un poisson de moins de moins que les deux jours précédents.

S'il pêche au total 12 poissons, quel est le nombre de poissons pêchés le troisième jour ?

« Calendrier mathématique 2016, Un défi quotidien », Énigme du vendredi 22 janvier, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

On note S le nombre de poissons pêchés les deux premiers jours et N le nombre de poissons pêchés le troisième jour.

On a : $N < S$ et $N + S = 12$.

Ainsi, $2\,N < 12$.

Ce qui revient à dire, comme N est un nombre entier, que N est au plus égal à 5.

De plus, chaque jour, il pêche un nombre de poissons strictement plus élevé que la veille : ainsi, le premier et le deuxième jour, il pêche strictement moins de N poissons et donc $S < 2\,N$.

On a alors l'inégalité $S + N < 2\,N + N$.
Donc $12 < 3\,N$.
N est donc au moins égal à $12 \div 3 + 1 = 5$.

La seule valeur possible pour N est donc 5.

637 Poisson (5)

Énigme

Trois poissons pèsent au total 15 livres.
Le plus léger pèse un quart de la somme du poids des deux autres.
Le plus lourd pèse une livre de moins que la somme du poids des deux autres.

Combien pèse chacun des poissons ?

« Partie de pêche », *300 énigmes, casse-tête et jeux de logique pour booster vos neurones*, Nicolas Conti

On désigne par x, y et z les poids des trois poissons, avec $x < y < z$.

On a :

$$x + y + z = 15 \qquad x = \frac{1}{4}\,(y + z) \qquad z = x + y - 1$$

La deuxième équation est équivalente à $4\,x = y + z$, c'est-à-dire $4\,x - y = z$.

De la dernière équation, on déduit : $y = z - x + 1$
En substituant ce résultat dans la première équation, on a :
$x + z - x + 1 + z = 15$.
D'où $2\,z = 14$. D'où $z = 7$.

On déduit $y = 7 - x + 1$, c'est-à-dire $y = 8 - x$.

On substitue ce résultat dans l'équation équivalente à la deuxième.
On obtient $4\,x - 8 + x = 7$. C'est-à-dire $5\,x = 15$. Ou encore $x = 3$.

Les poissons pèsent respectivement 3, 5 et 7 livres.

638 Poisson (6)

Énigme

Un commerçant vend ses poissons.
Il vend la moitié de ce qu'il possède plus un demi-poisson.
Puis le tiers de ce qui reste plus un tiers.
Encore le quart des poissons plus un quart de poisson.
Et un cinquième des poissons et un cinquième de poisson.
Il lui reste 11 poissons.

Quelle est la quantité de départ ?

Problème proposé sur `http://villemin.gerard.free.fr/`

N est le nombre de poissons au départ.

	Partage	Reste	Calcul
Départ		N	
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}N + \frac{1}{2}$	$R_2 = N - \frac{1}{2}N - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}N - \frac{1}{2}$	(1)
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}R_2 + \frac{1}{3}$	$R_3 = R_2 - \frac{1}{3}R_2 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}R_2 - \frac{1}{3}$	(2)
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}R_3 + \frac{1}{4}$	$R_4 = R_3 - \frac{1}{4}R_3 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}R_3 - \frac{1}{4}$	(3)
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}R_4 + \frac{1}{5}$	$R_5 = R_4 - \frac{1}{5}R_4 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}R_4 - \frac{1}{5}$	(4)
Arrivée		$R_5 = 11$	

Calcul	Résultat
(4) $\Longrightarrow \frac{4}{5}R_4 = 11 + \frac{1}{5} = \frac{56}{5}$	$R_4 = \frac{56}{4} = 14$
(3) $\Longrightarrow \frac{3}{4}R_3 = 14 + \frac{1}{4} = \frac{57}{4}$	$R_3 = \frac{57}{3} = 19$
(2) $\Longrightarrow \frac{2}{3}R_2 = 19 + \frac{1}{3} = \frac{58}{3}$	$R_2 = \frac{58}{2} = 29$
(1) $\Longrightarrow \frac{1}{2}N = 29 + \frac{1}{2} = \frac{59}{2}$	$N = 59$

Il y avait 59 poissons au départ.

639 Poisson (7)

Énigme

Sept pêcheurs ont pêché en tout 100 poissons.
Ils en ont chacun pêché un nombre différent.

Montrer qu'il en existe trois parmi eux qui ont ensemble pêché au moins 50 poissons.

« Histoire de pêcheurs », *52 nouvelles énigmes mathématiques pour tous, Programme de 4ème et de 3ème*, Éd. Pole, 1999

Rangeons les sept pêcheurs en fonction du nombre de poissons qu'ils ont pêché dans l'ordre décroissant.

Il faut alors considérer les trois premiers du classement et montrer qu'ils ont au moins pêché 50 poissons.

1$^{\text{er}}$ cas : le troisième du classement a pêché au moins 16 poissons.
Dans ce cas, le deuxième en a pêché au moins 17 et le premier au moins 18.
Les trois premiers ont pêché au moins $16 + 17 + 18 = 51$ poissons.

2$^{\text{nd}}$ cas : le troisième du classement a pêché au plus 15 poissons.
Dans ce cas, le quatrième en a pêché au plus 14, le cinquième au moins 13, le sixième au plus 12 et le septième au plus 11.
Les quatre derniers du classement ont donc pêché au plus $14+13+12+12 = 50$ poissons.
Les trois premiers ont pêché au moins 50 poissons.

640 Poisson (8)

Énigme

Un aquarium contient deux cents poissons.
1 % de ces poissons sont des poissons bleus, les autres sont jaunes.

Combien de poissons jaunes faut-il enlever de l'aquarium de telle sorte que l'aquarium contienne 2 % de poissons bleus ?

A) 2 B) 4 C) 20 D) 50 E) 100

Kangourou des mathématiques, Épreuve « TS, Bac+ », 2009

Réponse E.

Il y a au départ 2 poissons bleus et 198 jaunes.

Pour que ces 2 poissons bleus représentent 2 % de l'effectif, il faut que celui-ci soit 100, donc qu'il y ait 98 poissons jaunes.

Il faut donc enlever 100 poissons jaunes.

641 Poisson (9)

Énigme

Renart et Ysengrin vont à la pêche trois jours de suite.
Renart a pris plus de poissons le premier jour, Ysengrin en a pris plus le deuxième et ils ont pêché la même chose le troisième jour.
Au total, Renart a pris 4 poissons et Ysengrin un seul.

Que s'est-il passé le premier jour ?

A) Renart a pris 2 poissons et Ysengrin 1

B) Renart a pris 4 poissons et Ysengrin 0

C) Renart a pris 1 poisson et Ysengrin 0

D) Renart a pris 4 poissons et Ysengrin 1

E) Renart a pris 2 poissons et Ysengrin

Kangourou des mathématiques, Épreuve « $4^{\text{ème}}$ - $3^{\text{ème}}$ », 2011

Réponse B.

Ysengrin a pris un seul poisson ; c'était forcément le deuxième jour, et ce jour-là Renart en a pris 0.

Le troisième jour, Ysengrin n'a pris aucun poisson, et Renart non plus. C'est donc le premier jour que Renart avait pris ses 4 poissons (pendant qu'Ysengrin n'en prenait aucun).

642 Poisson (10)

Énigme

Dans un bocal, des poissons rouges et des poissons blancs tournent en rond, tous dans le même sens.
Chaque poisson n'a qu'un poisson immédiatement devant lui.
On compte exactement :

- 7 poissons rouges qui ont un poisson rouge immédiatement devant eux ;
- 12 poissons rouges qui ont un poisson blanc immédiatement devant eux ;
- 3 poissons blancs qui ont un poisson blanc immédiatement devant eux.

Au total, combien de poissons nagent dans ce bocal ? Expliquer.

« Que de poissons ! »,
Mathématiques sans frontières, Académie de Strasbourg, 2007

D'après les deux premières affirmations, il y a, en tout, $12+7=19$ poissons rouges.

Si 12 poissons rouges ont un poisson blanc devant eux, alors 12 poissons blancs ont un poisson rouge derrière eux ... et si 3 poissons blancs ont un poisson blanc devant eux, alors 3 poissons blancs ont un poisson blanc derrière eux.

Il y a donc en tout 15 poissons blancs.

Par conséquent, il y a au total 34 poissons.

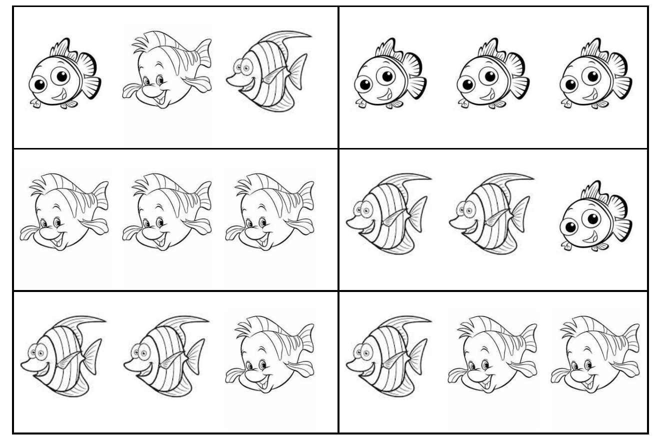
643 Poisson (11)

Énigme

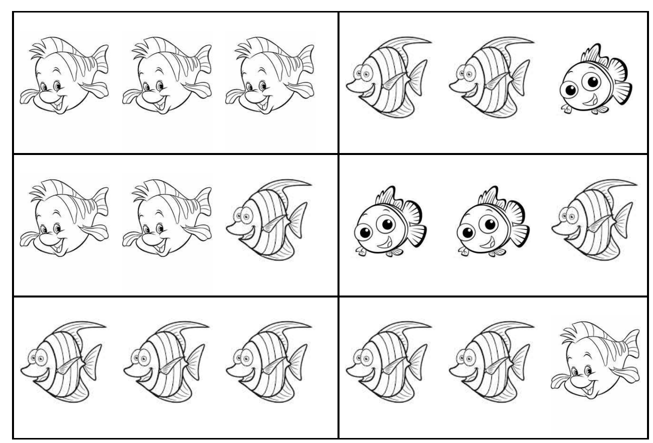
Étienne s'est rendu à l'aquarium ce week-end avec sa famille.
Sur les tickets d'entrée sont dessinés aléatoirement trois poissons.
À la sortie, il a désiré garder les trois des six tickets d'entrée qui lui ont permis de totaliser trois poissons de chaque type.

Quels tickets a-t-il gardés ?

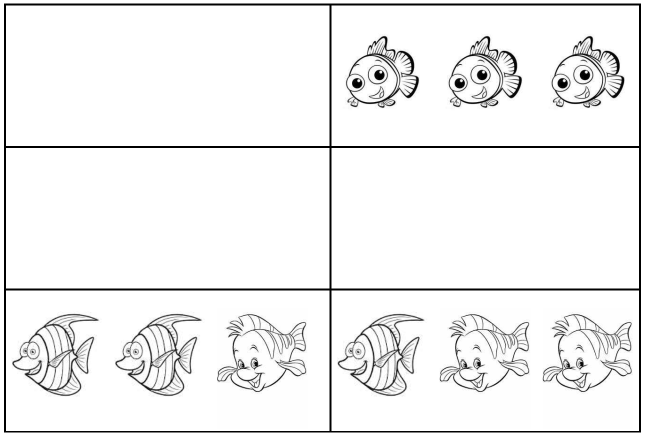
Samedi



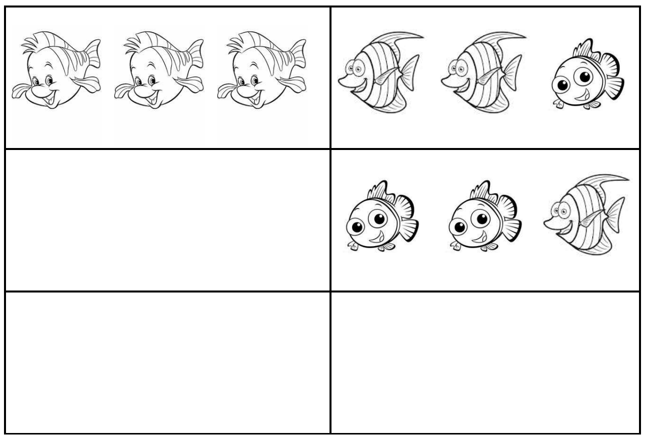
Dimanche



Samedi



Dimanche



644 Poisson (12)

Énigme

Étienne a pêché un poisson qui pèse 2 kilogrammes.
Il est constitué de 99 % d'eau.
Il le fait sécher : il ne lui reste plus que 98 % d'eau.

Combien pèse alors le poisson ?

Le poisson pèse 2 kilos.

Puisque, sur les deux kilos, 99 % sont de l'eau, il reste 1 % de matière sèche, soit 20 grammes.

Or le poids de la matière sèche reste la même au cours du séchage et représente maintenant 2 % du poids total.

En désignant par P le poids (en grammes) du poisson après séchage, on a alors :

$$\frac{2}{100}\,P = 20$$

Par conséquent, $P = 1\,000$.

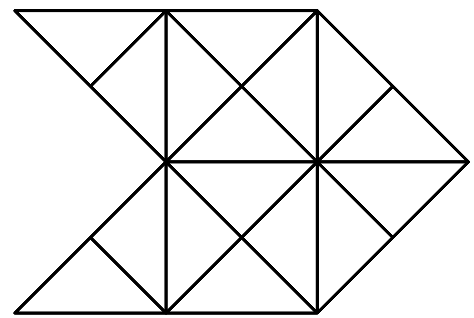
Après séchage, le poisson ne pèse plus que 1 kg.

645 Poisson (13)

Énigme

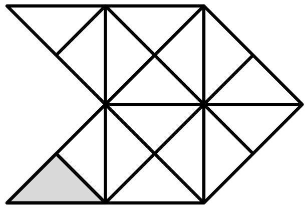
Camille représente un poisson à l'aide de tuiles triangulaires.
Chaque tuile est un triangle rectangle isocèle.

Combien voit-on de triangle sur sa représentation ?

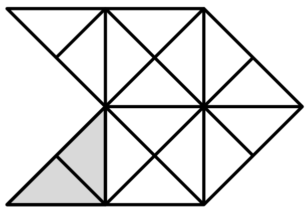


D'après un défi mathématique déposé sur le site de Jean-Louis Sigrist en 2003

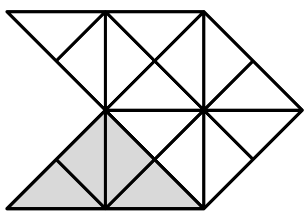
On voit 16 triangles constitués d'une tuile, dont voici un exemple :



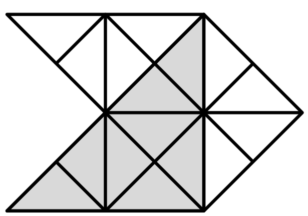
On voit 12 triangles constitués de deux tuiles, dont voici un exemple :



On voit 7 triangles constitués de quatre tuiles, dont voici un exemple :



On voit 2 triangles constitués de huit tuiles, dont voici un exemple :



Ce qui donne un total de 37 triangles.

646 Poisson (14)

Énigme

Un aquarium a la forme d'un parallélépipède rectangle.
Il contient 200 poissons.
Durant une rénovation, on décide d'augmenter de 20 % chacune des dimensions de l'aquarium pour pouvoir y mettre davantage de poissons.
On souhaite bien sûr que chaque poisson ait à sa disposition un volume d'eau au moins égal à celui qu'il avait précédemment (on suppose que tous les poissons sont de la même taille et ont besoin du même volume d'eau).

Combien de poissons le nouvel aquarium pourra-t-il contenir, au maximum ?

« L'aquarium », Rallye mathématique transalpin, Épreuve 1, 2011

Augmenter une quantité de 20 % revient à la multiplier par 1,2.

Si chacune des trois dimensions de l'aquarium est multipliée par 1,2 alors le volume de l'aquarium est multiplié par $1,2^3 = 1,728$.

Le nombre maximum de poissons est inférieur ou égal à $200 \times 1,728 = 345,6$.

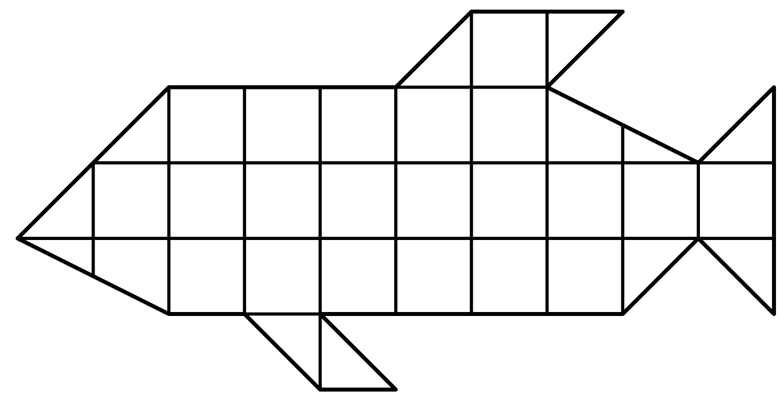
Le nouvel aquarium pourra contenir, au maximum, 345 poissons.

647 Poisson (15)

Énigme

Pour le 1er avril, Abdel a acheté un poisson en chocolat.
Chaque carré de chocolat pèse 10 grammes.

Quel est le poids de ce poisson ?



Rallye mathématique de l'académie de Nice, CM2 - 6ème, Mars 2010

On calcule d'abord l'aire de la figure :

- il y a 21 carrés, d'aire totale 21 ;
- il y a 9 triangles rectangles isocèles, d'aire totale 4,5 ;
- il y a 2 triangles (composés chacun d'un triangle et d'un trapèze) d'aire totale 2.

L'aire de la figure est donc égale à 27,5 carreaux.

Le poids du poisson en chocolat est donc $10 \times 27,5 = 275$ g.

648 Poisson (16)

Énigme

C'est le 1er avril.
Ali, Sarah, Max et Lise se collent des poissons dans le dos.
À la fin du jeu, ils ont collé 6 poissons.
Chacun ne voit que le dos de ses camarades et voici ce qu'ils disent :
Ali : « J'ai réussi à coller des poissons à chacun des autres enfants.
Sarah : — Je vois 4 poissons en tout sur le dos de mes amis.
Max : — Aucun de mes amis n'a le même nombre de poissons.
Lise : — C'est Max qui a le plus de poissons. »

Trouve combien chacun a de poissons dans son dos.

« Poissons d'avril », Rallye math 92, CM1, 2014-2015

Il y a 4 amis qui ont des nombres différents deux à deux de poissons (d'après Max) dont la somme vaut 6 : les nombres sont donc égaux à 0, 1, 2 et 3.

Puisque Max a le plus de poissons, il en a 3.

Sarah voit 4 poissons : cela signifie qu'elle en a $6 - 4 = 2$.

Puisqu'Ali a réussi à coller des poissons sur chaque enfant, cela veut dire que Lise a 1 poisson (et non pas 0) et que lui-même n'a pas de poisson.

Ali	Lise	Max	Sarah
0	1	3	2

649 Poisson (17)

Énigme

Léo vient d'avoir un aquarium avec 2 poissons mâles et 3 femelles. Tous les mois, chaque femelle de l'aquarium donne naissance à 3 poissons mâles et 4 femelles.

Combien Léo aura-t-il de poissons au bout de deux mois ?

« L'aquarium », Rallye mathématique sans frontière, CM2-6$^{\text{ème}}$, Finale, 2007

Il y au départ 2 mâles et 3 femelles.

Au bout d'un mois,
- il y a $3 \times 3 = 9$ mâles en plus (chacune des trois femelle donnant 3 mâles), s'ajoutant aux 2 mâles précédents, soit au total 11 mâles,
- il y a $3 \times 4 = 12$ femelles en plus (chacune des trois femelle donnant quatre femelles), s'ajoutant aux 3 femelles précédentes, soit au total 15 femelles.

Au bout de deux mois,
- il y a $3 \times 15 = 45$ mâles en plus, s'ajoutant aux 11 mâles précédents, soit au total 56 mâles,
- il y a $15 \times 4 = 60$ femelles en plus, s'ajoutant aux 15 femelles précédentes, soit au total 75 femelles.

$56 + 75 = 131$: Léo aura 131 poissons en tout.

650 Poisson (18)

Énigme

Deux mères et deux filles étaient à la pêche.
Elles réussirent à attraper un grand poisson, un gros poisson et un petit poisson.

Puisqu'il y a trois poissons qui ont été pêchés, comment se fait-il que chacune d'entre elles ait ramené un poisson à la maison ?

Il y a une fille, sa mère et sa grand-mère.

En effet, l'une des trois femmes est à la fois une mère (de la femme la plus jeune) et une fille (de la femme la plus âgée).

651 Poisson (19)

Énigme

Pascal part en vacances au chalet avec toute sa famille.
Son père décide de l'initier à la pêche.
Le premier jour, Pascal pêche son premier poisson.
Très heureux, il retourne pêcher le deuxième jour et il pêche deux poissons.
Le troisième jour, il en pêche trois.
Ensuite, pendant plusieurs jours, il pêche toujours quatre poissons.
Les vacances de Pascal tirent à leur fin.
Deux jours avant de quitter le chalet, Pascal pêche trois poissons.
L'avant-dernière journée, il en pêche deux.
Et finalement, la dernière journée de ses vacances, il pêche un seul poisson.
Pendant ses vacances, Pascal a pêché 52 poissons en tout.

Combien de jours les vacances de Pascal ont-elles duré ?

« Les poissons de Pascal », Rallye Concours AQJM, 22$^{\text{ème}}$ championnat, Finale, `www.semainedesmaths.ulaval.ca`

Pendant les trois premiers et les trois derniers jours, le nombre de poissons pêchés par Pascal est égal à $1+2+3+3+2+1=12$.

Pascal a pêché en tout 52 poissons. Donc en dehors de la période des trois premiers et les trois derniers jours, il a pêché $52-12=40$ poissons.

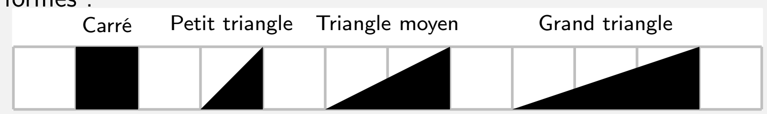
Comme, lors de cette période, il a pêché 4 poissons par jour, la période a duré $40 \div 4 = 10$ jours.

Les vacances de Pascal ont donc duré $3+10+3=16$ jours.

652 Poisson (20)

Énigme

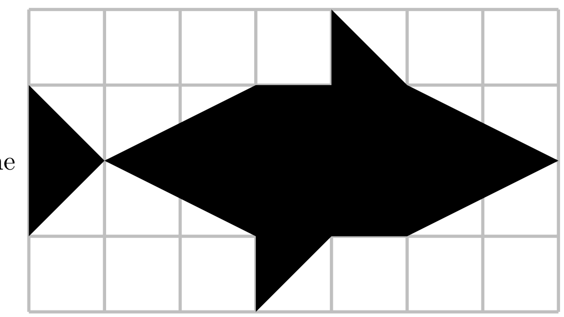
Anne et Bernard ont chacun réalisé un poisson sur deux feuilles quadrillées de même taille.
Ils ont réalisé leurs poissons en assemblant des pièces grises ayant ces formes :



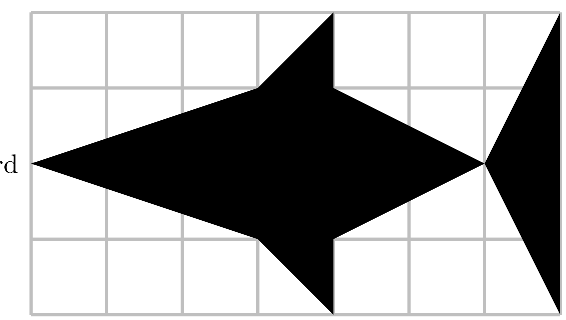
Les figures ci-dessous montrent les poissons réalisés par les deux enfants.
Anne est certaine que son poisson est plus grand que celui de Bernard, c'est-à-dire qu'il occupe une partie plus importante de la feuille.
À l'inverse, Bernard est convaincu que c'est son poisson qui est le plus grand.

Indiquez qui a raison, Anne, Bernard ou aucun des deux.

Poisson d'Anne



Poisson de Bernard



« 6. Les deux poissons », $25^{\text{ème}}$ Rallye mathématique transalpin, Finale, Cat. 4, 5, 6, Mai 2017

On exprime les aires des deux figures en prenant pour unité un carré du quadrillage.

Un carré a donc pour aire 1, un petit triangle a pour aire 0,5 , un triangle moyen a pour aire 1 et un petit triangle a pour aire 1,5.

(Un petit triangle est la moitié d'un carré 1×1 et donc deux petits triangles sont équivalents à un carré ; un triangle moyen est la moitié d'un rectangle d'aire 2 carrés et donc deux triangles moyens sont équivalents à deux carrés ; un grand triangle est la moitié d'un rectangle d'aire 2 carrés et donc que deux grands triangles sont équivalents à trois carrés.)

Le poisson d'Anne peut être construit avec 4 carrés, 4 petits triangles et 4 triangles moyens.
Son aire est dont égale à $4 \times 1 + 4 \times 0,5 + 4 \times 1 = 10$.

Le poisson de Bernard peut être construit avec 2 carrés, 2 petits triangles, 4 triangles moyens et 2 grands triangles.
Son aire est dont égale à $2 \times 1 + 2 \times 0,5 + 4 \times 1 + 4 \times 1,5 = 10$.

Les deux poissons ont la même aire : aucun des deux enfants n'a raison.

On peut aussi trouver ce résultat en retirant les parties des deux figues qui sont constituées avec les mêmes pièces : comparer les aires des deux figures revient à comparer les aires de surfaces composées l'une de 2 carrés et 2 petits triangles (pour le poisson d'Anne) et l'autre de 2 grands triangles (pour le poisson de Bernard).

653 Poisson (21)

Énigme

Sonia pêche des poissons.
Si elle en avait attrapés trois fois plus qu'elle n'en a eus, elle en aurait eus douze de plus.

Combien Sonia a-t-elle pêché de poissons ?
A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

Kangourou des mathématiques, 2013, Sujet P, n° 14

Réponse **B**

Trois fois plus c'est une fois plus deux fois, donc 12 représente deux fois le nombre de poissons pêchés par Sonia. $12 \div 2 = 6$.

(On a bien $3 \times 6 = 18 = 6 + 12$.)

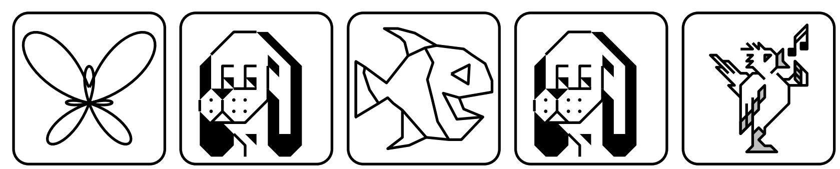
654 Poisson (22)

Énigme

Les cinq cartes ci-dessous ont un dessin sur chaque face.
Elles sont de deux sortes :

- des cartes avec un chien sur une face et un poisson sur l'autre ;
- des cartes avec un papillon sur une face et un oiseau sur l'autre.

Combien y a-t-il de poissons au total sur ces cinq cartes ?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



Kangourou des mathématiques, 2015, Sujet P, n° 5

Réponse **C**

Il y a un poisson sur chaque carte dont une face est un poisson ou un chien.
Comme on voit 2 faces avec un chien et une avec une poisson, il y a au total $2 + 1$, soit 3 poissons.

655 Poisson (23)

Énigme

Lors d'un concours de pêche, on attribue à chaque pêcheur 50 points par poisson, plus 1 point par gramme de poisson pêché.
Hubert a pris 19 poissons pour une masse totale de 2 430 grammes.
Patrick, lui, avait pris 14 poissons, pour une masse totale de 1 860 grammes, mais juste avant le coup de sifflet final, il prend deux poissons de même masse, et il se retrouve à égalité avec Hubert.

Quelle est la masse en grammes d'un des deux derniers poissons pris par Patrick ?

« 6. Le concours de pêche », 17ème Championnat des jeux mathématiques et logiques, Demi-finale, 2003

On désigne par m la messe d'un poisson.

Le nombre de points d'Hubert est $19 \times 50 + 2\,430 \times 1 = 3\,380$

Le nombre de points de Patrick est
$(14 \times 50 + 1\,860 \times 1) + (2 \times 50 + 2 \times m \times 1) = 2\,m + 2\,660$.

Le nombre de points étant égaux, on a : $2\,m + 2\,660 = 3\,380$.
Donc $2\,m = 3\,380 - 2\,660 = 720$.
Donc $m = 720 \div 2 = 360$.

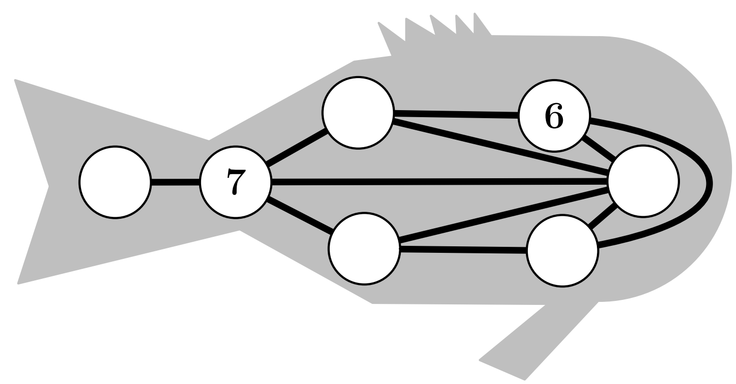
Donc chaque poisson a pour masse $360\,\text{g}$.

656 Poisson (24)

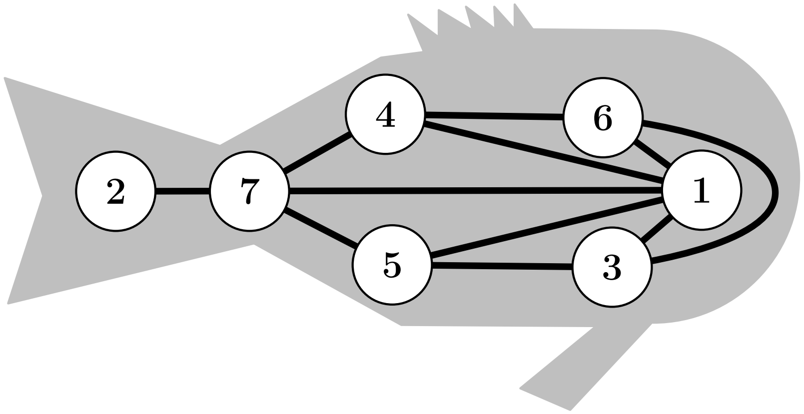
Énigme

Jonathan vient de trouver ce curieux poisson dans le grenier de son grand-père.
Il porte des chiffres de 1 à 7.
Lorsque deux chiffres sont directement reliés par une ligne (droite ou courbe), ce ne sont jamais deux chiffres qui se suivent (comme 1 et 2 ou 5 et 4 par exemple).

Place les chiffres de 1 à 5.



« 2. Le poisson », 22ème Championnat des jeux mathématiques et logiques, Demi-finale, 2008

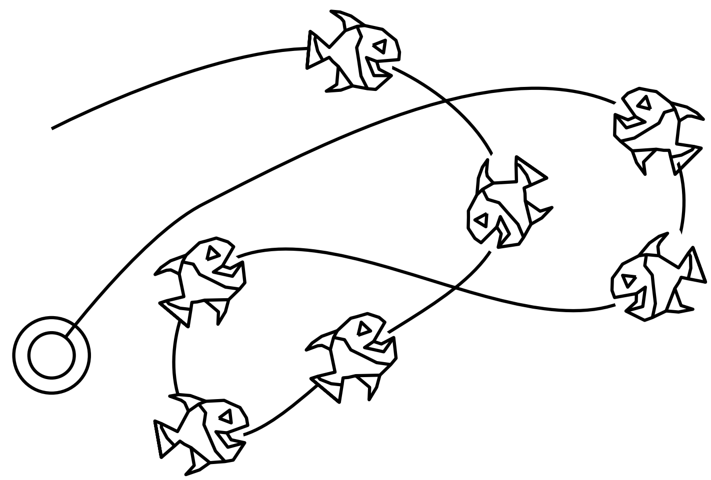


657 Poisson (25)

Énigme

Si on tend la corde avec les poissons, combien de poissons auront la tête tournée vers l'anneau qui est au bout de la corde ?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



Question 2, *Concours Kangourou*, Sujet E, 2021

Réponse C

Une fois la corde tendue, il y a 4 poissons qui ont la tête tournée vers l'anneau.
En partant de l'anneau et en suivant la corde, ce sont ceux dont on rencontre la tête avant la queue (1^{er}, $3^{ème}$, $6^{ème}$ et $7^{ème}$).

658 Poisson (26)

Énigme

Dans ma ménagerie bien particulière, je le concède, j'ai quelques hérissons, trois renards, quatre couples de chèvres, treize mulets, des chats, des moutons, des vaches, plusieurs insectes tous différents, sept cobras des Indes, une « magnifique » collection de mygales bien noires et bien velues et une volière pleine d'oiseaux.
Tous ces animaux sont normalement constitués.
Bien comptée, ma ménagerie se compose de 136 têtes ou, si vous préférez, de 630 pattes.
J'ai autant de quadrupèdes que d'oiseaux et deux fois plus d'insectes que d'oiseaux.

Mais, au fait, combien ai-je de poissons ?

« Quelle ménagerie ! »,
Cassez-vous la tête ! (La compil), Louis Thépault, Éd Dunod, 2007

La difficulté de ce problème tient à ce qu'on ne sait pas si les mulets sont des quadrupèdes ou des poissons.

Désignons par q le nombre de quadrupèdes (mulets compris) et par b le nombre de mulets quadrupèdes ; b est au plus égal à 13 et q est au moins égal à $19+b$ (au moins deux hérissons, trois renards, huit chèvres, b mulets, deux chats, deux moutons, deux vaches).

J'ai donc q quadrupèdes avec quatre pattes chacun (soit $4\,q$ pattes), q oiseaux avec deux pattes chacun (soit $2\,q$ pattes), $2\,q$ insectes avec six pattes chacun (soit $12\,q$ pattes), sept cobras à zéro patte, f mygales à huit pattes chacune (soit $8\,f$ pattes) et $(13-b)$ poissons à zéro patte.

L'équation « aux têtes » est $4\,q+7+f+13-b=136$, soit :

(1) $\quad 4\,q+f-b=116$

L'équation « aux pattes » est :

(2) $\quad 18\,q+8\,f=630$

De l'équation (2), on déduit que f est un multiple de 9.

Pour chaque valeur de f, on a une valeur de q, que l'on peut reporter dans (1) pour obtenir b.

On obtient successivement :

- $f=9 \Rightarrow q=31 \Rightarrow b=17$
- $f=18 \Rightarrow q=27 \Rightarrow b=10$
- $f=27 \Rightarrow q=23 \Rightarrow b=3$
- $f=36 \Rightarrow q=19 \Rightarrow b=-4$

Comme $q \geqslant 19$, on ne va pas plus loin.

Le premier cas est à rejeter car $b \leqslant 13$.

Le deuxième cas est à rejeter car on doit avoir $q \geqslant 19+b$.

Le quatrième cas est à rejeter car $b>0$.

Reste le cas possible, $q=23$ quadrupèdes dont $b=3$ mulets quadrupèdes, les 10 autres mulets représentant les 10 poissons de ma ménagerie.

659 Poisson (27)

Énigme

Hier, Romuald est allé à la pêche en Loire avec son ami Rodolphe.
À eux deux, ils ont attrapé 84 poissons !
Parmi ces 84 poissons :

- $\dfrac{1}{4}$ étaient trop petits, donc ils les ont remis à l'eau ;
- ils en ont donné $\dfrac{2}{7}$ à Wilfried, le voisin de Romuald ;
- le chien Youki en a dévoré 6 ;
- ils se sont partagé le reste, mais Romuald en a eu trois de moins que Rodophe.

Combien Rodolphe a-t-il rapporté de poissons pour le déjeuner familial ?

Problème 8, Rallye mathématique de Loire-Atlantique, Deuxième épreuve, 2015

$\frac{1}{4} \times 84 = 21$ poissons ont été remis à l'eau.
Il en reste $84 - 21 = 63$.

$\frac{2}{7} \times 63 = 18$ poissons ont été donnés à Wilfried.
Il en reste $63 - 18 = 45$.

Youki a dévoré 6 poissons.
Il en reste $45 - 6 = 39$.

$39 = 2 \times 18 + 3$.
Rodolphe a rapporté 18 poissons (et Rodolphe, $18 + 3 = 21$).

660 Poisson (28)

Énigme

Chacun des trois amis Antoine, Bruce et Carlo confie à l'un des autres une information liée au poisson d'avril surglé qu'on leur a mis dans le dos.
Ami 1 : « Tu as un poisson rouge dans le dos.
Ami 2 : — Antoine a un poisson blanc dans le dos.
Ami 3 : — Selon Bruce, tu as un poisson vert dans le dos. »

Retrouvez, pour chaque ami, son nom et la couleur de son poisson.

« Froid dans le dos », Revue *Tangente*

Ami 1 : Carlo, avec un poisson vert dans le dos.

Ami 2 : Bruce, avec un poisson rouge dans le dos.

Ami 3 : Antoine, avec un poisson blanc dans le dos.

661 Poisson rouge

Énigme

Un poisson rouge tourne toute la journée dans son bocal.
En une semaine, il fait 14 000 tours de 80 cm chacun.

Au bout de combien de jours aura-t-il parcouru une distance égale à la traversée de la Manche (30 km), à la traversée de l'Atlantique (6 500 km) ?

« Le poisson rouge a le tournis », *Arithmétique appliquée et pertinente*, Jean-Louis Fournier, Éditions Payot & Rivages, 1993

Distance hebdomadaire parcourue par le poisson :
$14\,000 \times 80 = 1\,120\,000$ cm = 1,12 km

Soit, pour faire 1 km :
$7 \div 11,2 = 0,625$ jour

Soit, pour faire 30 km :
$0,625 \times 30 = 18,75$ jours

Soit, pour faire 6 500 km :
$0,625 \times 6\,500 = 4\,062,5$ jours

662 Poney (1)

Énigme

Un cheik possédait de nombreux poneys.
Un jour qu'on lui demandait combien il en avait, il répondit :
« Si vous ajoutez un quart de ce nombre au tiers de ce nombre, vous en aurez dix de plus que la moitié de ce nombre. »

Combien de poneys avait-il ?

« 12. Combien y a-t-il de poneys ? »,
Les énigmes de Shéhérazade, R. Smullyan, Éd. Flammarion, 1998

On désigne par p le nombre de poneys.

L'énoncé se traduit par :

$$\frac{p}{4} + \frac{p}{3} = \frac{p}{2} + 10$$

Donc $\dfrac{15\,p}{60} + \dfrac{20\,p}{60} = \dfrac{30\,p}{60} + \dfrac{600}{60}$.
Donc $15\,p + 20\,p = 30\,p + 600$.

Donc $5\,p = 600$.

Donc $p = 600 \div 5 = 120$.

Le cheik avait 120 poneys.

663 Poney (2)

Énigme

Un jour, un poney se perdit dans le désert pendant cinq jours.
Il parcouru une certaine distance le premier jour, puis accrut cette distance d'un mille par jour.
À la fin du cinquième jour, il rentra exténué, ayant au total parcouru cinquante-cinq milles.

Combien de milles parcourut-il le dernier jour ?

« 13. Le poney perdu »,
Les énigmes de Shéhérazade, R. Smullyan, Éd. Flammarion, 1998

55 milles en 5 jours représentent une moyenne de 11 milles par jour.
Dans la mesure où la distance journalière parcourue augmente régulièrement (1 mille par jour), le poney a dû atteindre cette moyenne le troisième jour.
Ce qui signifie que qu'il a parcouru 9 milles le premier jour, 10 le deuxième, 11 le troisième, 12 le quatrième et 13 le cinquième et dernier jour.

664 Porc (1)

Énigme

Un chef de ménage a construit un enclos où il enferma une truie.
La truie a donné naissance à sept porcelets au milieu de la porcherie.
Chaque porc, y compris la mère qui est le huitième porc, a donné naissance à sept porcelets à chaque coin de l'enclos [soit quatre générations].
Enfin, au centre, chaque truie y compris la mère a mis au monde sept porcelets [soit la dernière génération].

Dis-moi, qui le veut, combien de porcs, y compris les mères successives, il y avait à la fin.

Ce problème a été proposé par Alcuin (735–804), qui fut l'un des hommes les plus savants de son temps. Engagé par le roi Charlemagne comme précepteur pour réformer les programmes d'enseignement, il a écrit des traités de théologie et de pédagogie dont le recueil *Propositiones ad acuendos juvenes* (*Propositions pour aiguiser la perspicacité des jeunes*). Ce problème est le quarante-et-unième des cinquante-trois problèmes.

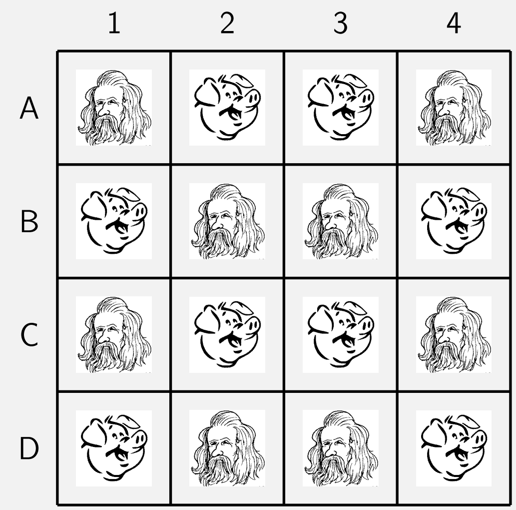
Voilà la solution donnée par son auteur :

Solution 41.
Après la première naissance, qui a eu lieu au milieu de l'enclos, il y avait 7 porcelets, soit 8 avec la mère.
8 fois 8 font 64 : ce qui est le nombre de porcs du premier coin.
8 fois 64 font 512 : ce qui est le nombre de porcs du deuxième coin.
8 fois 512 font 4 096 : ce qui est le nombre de porcs du troisième coin.
8 fois 4 096 font 32 768 : ce qui est le nombre de porcs du quatrième coin.
8 fois 32 768 font 262 144 : ce qui est le nombre de porcs à la fin.

665 Porc (2)

Énigme

Sur l'île d'Ééa, la magicienne Circé a regroupé dans un enclos des porcs et des compagnons d'Ulysse.



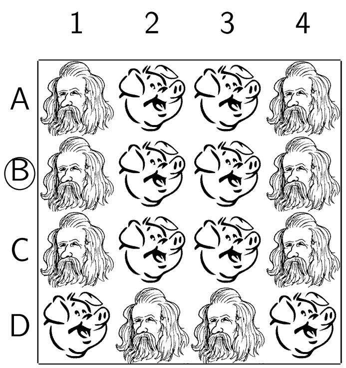
D'un coup de baguette magique, elle peut transformer un homme en porc et un porc en homme !
Elle dirige à chaque fois sa baguette sur les quatre êtres vivants alignés parallèlement à un bord de l'enclos.

En combien de coups de baguette magique au minimum peut-elle transformer tous les hommes de l'enclos en porcs ?

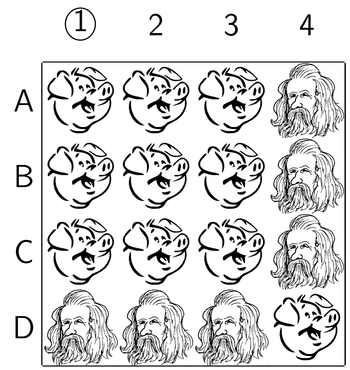
Elle dirige sa baguette dans les alignements B, 1, 4 et D.

Elle aura transformé tous les hommes de l'enclos en porcs en quatre coups de baguette magique.

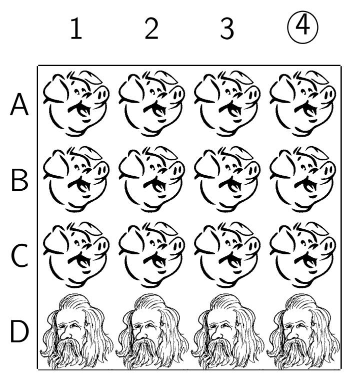
Coup de baguette 1



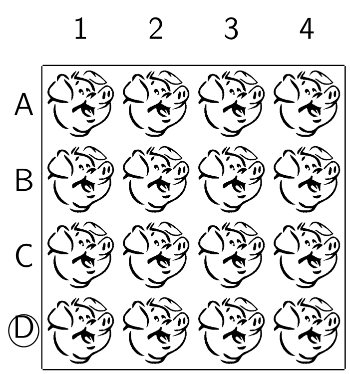
Coup de baguette 2



Coup de baguette 3



Coup de baguette 4



666 Porc (3)

Énigme

Trois Néerlandais, nommés Hendrick, Elas et Cornelius, et leurs épouses, Gurtrün, Katrün et Anna, achètent des porcs.
Chacun achète autant qu'il (ou elle) donne des shillings pour un porc.
Chaque mari paie au total trois guinées de plus que sa femme.
Hendrick achète vingt-trois porcs de plus que Katrün, et Elas onze de plus que Gurtrün.

Maintenant, quel était le nom de la femme de chaque homme ?

(Une guinée a la valeur de 21 shillings.)

« 139. Les femmes des Hollandais »,
Amusements in Mathematics, Henry Ernest Dudeney, 1917

(Solution de l'auteur)

L'argent payé dans chaque cas était un nombre carré de shillings, car ils en achetaient 1 porc à 1 shilling, 2 porcs à 2 shillings, 3 porcs à 3 shillings, etc. Mais chaque mari paie en tout 63 shillings de plus que sa femme, nous devons donc trouver de combien de manières 63 peut être la différence entre deux nombres carrés. Ce sont les trois seuls moyens possibles : le carré de 8 moins le carré de 1, le carré de 12 moins le carré de 9 et le carré de 32 moins le carré de 31. Ici, 1, 9 et 31 représentent le nombre de porcs achetés et le nombre de shillings par porc payé par chaque femme, et 8, 12 et 32 le même pour leurs maris respectifs. À partir des informations complémentaires fournies sur leurs achats, nous pouvons maintenant les coupler comme suit :
Cornelius et Gurtrün ont acheté 8 et 1 ; Elas et Katrün ont acheté 12 et 9 ; Hendrick et Anna ont acheté 32 et 31.
Et ces paires représentent correctement les trois couples mariés.

667 Pou

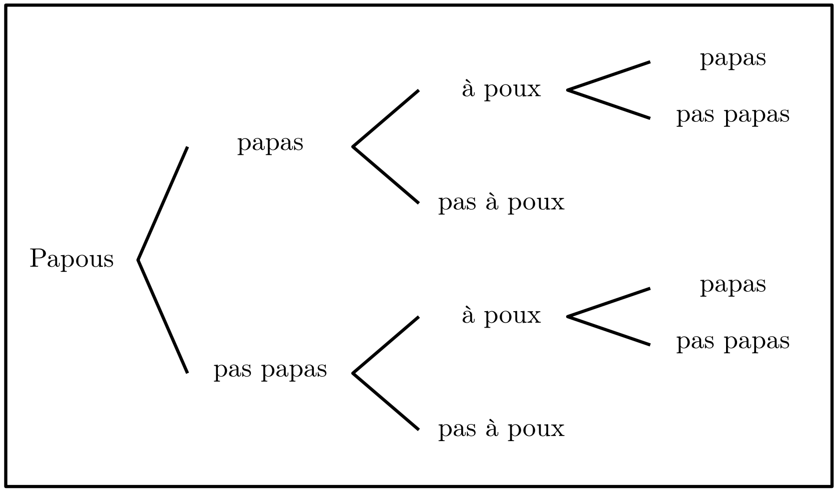
Énigme

En Papouasie, il y a des Papous et des pas Papous.
Parmi les Papous, il y a des Papous papas et des Papous pas papas.
Mais il y a aussi des papas pas Papous et des pas Papous pas Papas.
De plus, il y a des Papous pas papas à poux et des papas pas Papous à poux.
Mais il n'y a pas de papas Papous à poux ni de pas Papous pas papas à poux.

Combien y a-t-il de types de Papous en Papouasie ?

Dans l'album 6, *Des gaffes et des dégâts*, p. 53, Gaston Lagaffe raconte une telle histoire…

On peut utiliser un arbre de choix pour représenter la situation :



On obtient ainsi :

- des Papous papas à poux papas ;
- des Papous papas à poux pas papas ;
- des Papous papas pas à poux ;
- des Papous pas papas à poux papas ;
- des Papous pas papas à poux pas papas ;
- des Papous pas papas pas à poux.

C'est-à-dire six types de Papous.

668 Poule (1)

Énigme

Si six poules pondent six œufs en six minutes, combien d'œufs pondent soixante poules en soixante minutes ?

Si six poules pondent six œufs en six minutes,
alors soixante poules pondent soixante œufs en six minutes.

Par conséquent,
soixante poules pondent six cents œufs en soixante minutes.

669 Poule (2)

Énigme

Monsieur Desvolcans a des poules noires, et une poule rousse pour faire joli.
Les poules noires pondent un œuf tous les matins, mais la poule rousse, qui est un peu « snob », ne pond son œuf que les jours où Monsieur Desvolcans nettoie le poulailler.
En faisant ses comptes pour le mois de mars, Monsieur Desvolcans constate que, pour ce mois, il a récolté 345 œufs.

Combien Monsieur Desvolcans a-t-il de poules en tout ?
Combien de fois Monsieur Desvolcans a-t-il nettoyé son poulailler pendant le mois de mars ?

« Quelle basse-cour ! », Rallye mathématique d'Auvergne

En mars, chaque poule noire pond 31 œufs et la poule rousse pond, au plus, 31 œufs.

Or $345 = 11 \times 31 + 4$.

Donc Monsieur Desvolcans possède 12 poules et il a nettoyé son poulaillé 4 fois durant le mois de mars.

670 Poule (3)

Énigme

Des œufs dont disposés dans des paniers, dans les uns des œufs de poule, dans les autres des œufs de cane.
Ces paniers contiennent respectivement 5, 6, 12, 14, 23 et 29 œufs.
Si je vends un de mes paniers, dit le marchand, il me restera exactement deux fois plus d'œufs de poule que d'œufs de cane.

De quel panier s'agit-il ?

Oh, les maths !, Y. Perelman, Éd. Dunod

Le marchand voulait parler du panier contenant 29 œufs.

Les œufs de poules étaient dans les paniers contenant 23, 12 et 5 œufs, ceux de cane dans les paniers en contenant 14 et 6.

Vérifions.
Il reste au total :
$23 + 12 + 5 = 40$ œufs de cane et
$14 + 6 = 20$ œufs de poule.

671 Poule (4)

Énigme

En cette année 2000, mes poules pondent des œufs tantôt bleus, tantôt blancs, tantôt rouges et j'ai pu exactement compter, qu'en moyenne, une poule et demie pond un œuf et demi bleu, pond deux œufs et demi blancs et trois œufs et demi rouges pendant 7,5 jours. Elles n'ont pas (jour férié oblige) pondu le 14 juillet.

Combien d'œufs bleus, d'œufs blancs et d'œufs rouges mes 9 poules ont-elles pondus pendant le mois de juillet ?

« Dans un poulailler », Concours « 1, 2, 3, Mathématiques de l'an 2000 », ACDS, Collégiens

On a $9 = 1,5 \times 6$ et $30 = 7,5 \times 4$ (ce qui explique pourquoi le 14 juillet n'est pas compté !).

	Poules	Œufs bleus	Œufs blancs	Œufs rouges	Temps
	1,5	1,5	2,5	3,5	*(7,5)*
× 6	**9**	9	15	21	*(7,5)*

	Poules	Œufs bleus	Œufs blancs	Œufs rouges	Temps
	(9)	9	15	21	**7,5**
× 4	*(9)*	36	60	84	**30**

D'où la solution :

Œufs bleus	Œufs blancs	Œufs rouges
36	60	84

672 Poule (5)

Énigme

Une poule savait compter suivant un système de numération en base 5. Les cinq symboles qu'elle employait pour cela étaient les suivants : *C*, *D*, *E*, *O* et *T*.

Quelle valeur numérique précise donnait-elle à chacune de ces cinq lettres, sachant que, lorsqu'elle voulait dire 41 346 460, elle faisait « *CCOTCOTCODET* » ?

« Jeux et problèmes, La ronde des animaux », *Tangente*, n° 43, Mai-juin 1995

$41\,346\,460 > 4 \times 5^{10}$, d'où $C = 4$.

$41\,346\,460 - 4 \times 5^{10} = 2\,283\,960$ et $5^9 < 2\,283\,960 < 2 \times 5^9$, d'où $O = 1$.

$T = 0$ d'après le chiffre des unités.

En retranchant progressivement les nombres associés à des chiffres déjà connus, on obtient $DET = 85$, d'où $DE = 17$, soit $D = 3$ et $E = 2$.

C	D	E	O	T
4	3	2	1	0

673 Poule (6)

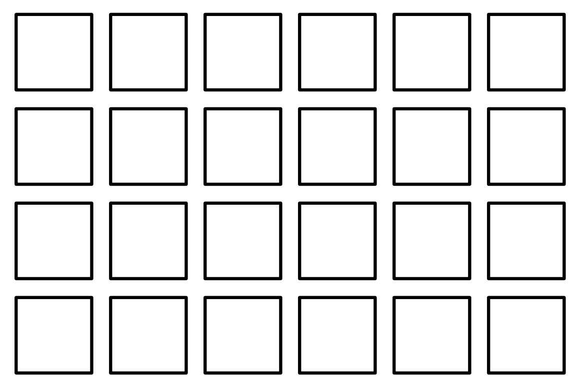
Énigme

Une poule se promène sur un rectangle de tuiles 4×6.
Elle part de la tuile supérieure gauche et veut placer ses ergots sur chacune des tuiles une fois.
Elle se déplace toujours en diagonale, sauf lorsqu'elle ne peut plus avancer.
À ce moment, elle avance d'une tuile voisine horizontalement ou verticalement.
De plus, elle ne doit jamais couper son chemin.
À son premier essai, elle a réussi à se piéger à la septième tuile comme il est illustré ci-dessous.

1					
7	2				
5	6	3			
	4				

Parvenue à 7, la poule ne peut plus avancer, car elle couperait son chemin.

Combien de tuiles au maximum lui est-il possible d'ergoter ?



« Piège de la poule », Défi 37 de la série A du site Récréomath

La poule peut se déplacer en diagonale d'abord sur les deux premières rangées horizontales.
Son retour se fait à cheval sur les deux rangées du milieu, puis un retour dans l'autre sens sur les deux rangées inférieures.
Cela permet de maximiser le nombre de tuiles qui sont ergotées.
Voici un chemin possible :

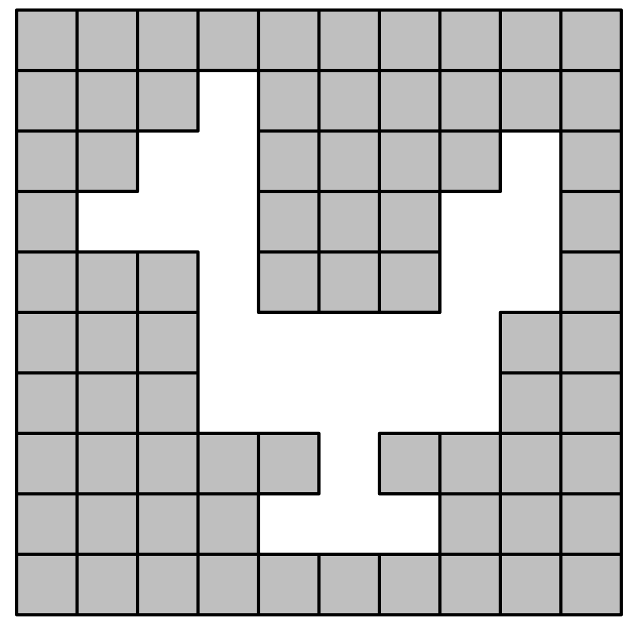
1		3		5	6
11	2	9	4	7	17
12	10	14	8	16	18
	13		15	19	20

La poule peut ergoter 20 tuiles.

674 Poule (7)

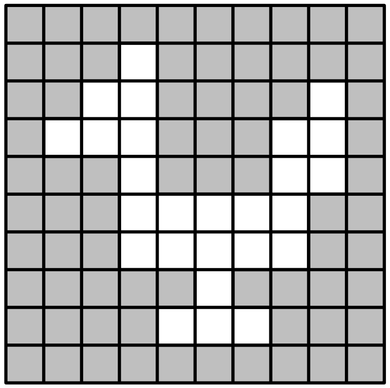
Énigme

Combien de carrés gris faut-il ajouter pour faire disparaître la poule ?



Semaine des maths 2017, DSDEN 40, Classe de CP

Il faut 26 carrés pour effacer la poule.

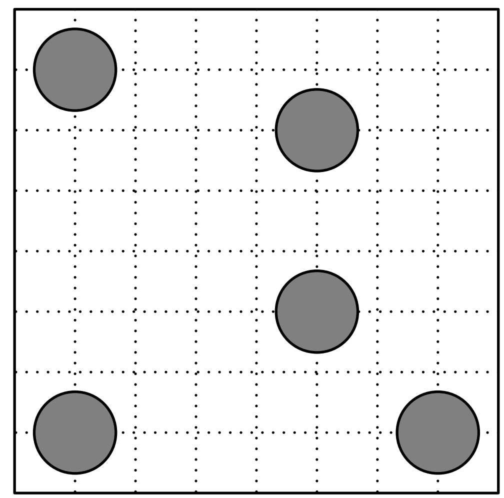


675 Poule (8)

Énigme

Félix a acheté un terrain 8×8 qu'il a partagé en cinq zones de même forme et de même grandeur.
Dans chaque zone, il a bâti une tour circulaire qui sert de poulailler.
Le jour, les poules circulent sur leur terrain.
La nuit, elles reviennent dans leur abri.
Dans la zone 2×2 restante qui n'est pas dans un coin, Félix a construit un entrepôt.

Où est situé l'entrepôt ?



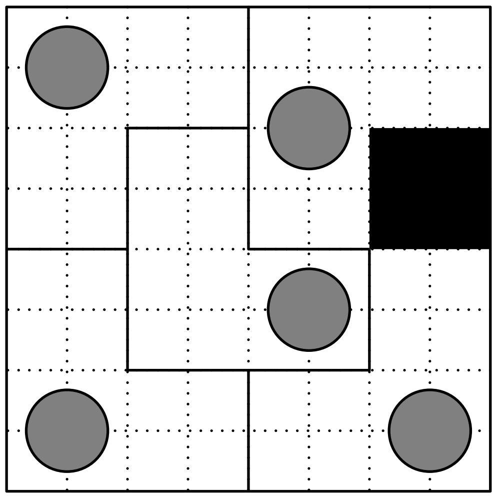
« Poulailler de Félix », `http://www.recreomath.qc.ca/`

Le terrain est formé par 64 carrés unitaires.

Chaque poulailler sera construit dans une zone de 12 carrés unitaires.

Comme il y a trois tours dans autant de coins, on partage le terrain en parcelles 2×2, puis on assemble les parcelles.

On obtient le partage suivant.



L'entrepôt sera situé dans la parcelle 2×2 colorée en noir.

676 Poule (9)

Énigme

Darine a acheté un sac de coquilles pour ses poules qui picorent dans deux enclos.
Avant de concasser les coquilles, elle les compte.
Elle se dit :
« Si je donnais 4 coquilles à chaque poule de l'enclos A et 3 coquilles à chacune de l'enclos B, il me resterait 3 coquilles.
Si je donnais 3 coquilles à chaque poule de l'enclos A et 4 coquilles à chacune de l'enclos B, il m'en manquerait 5.
Si je donnais 4 coquilles à chaque poule, il m'en manquerait 14. »

Combien Darine a-t-elle de poules ?

« Poulailler de Darine », `http://www.recreomath.qc.ca/`

La différence entre le nombre de coquilles qui manquent dans le troisième cas et le nombre de celles qui manquent dans le deuxième cas est $14-5=9$.

La différence entre le nombre de coquilles qui manquent dans le troisième cas et le nombre de celles qui restent dans le premier cas est $14-(-3)=17$.

Il y a 9 poules dans l'enclos A et 17 poules dans le B.

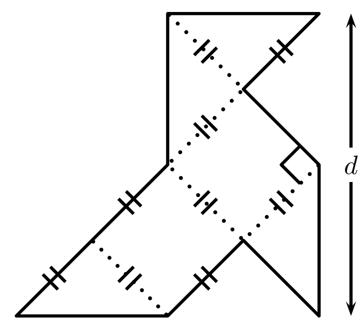
Darine a 26 poules.

677 Poule (10)

Énigme

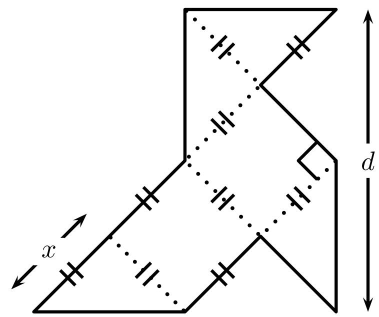
Pour élever ses poules en plein air, un éleveur loufoque construit un parc ayant la forme d'une cocotte en papier géante (voir le plan ci-dessous).

Sachant que son parc est entouré par 165 m de grillage, saurez-vous trouver la valeur exacte de d ?



« Hue Cocotte ! », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2010

On désigne par x la longueur d'un côté de l'angle droit d'un triangle rectangle isocèle.



En utilisant le théorème de Pythagore, on obtient : $\left(\dfrac{d}{2}\right)^2 = x^2 + x^2$.

Donc $\dfrac{d^2}{4} = 2\,x^2$.

Donc $x = \dfrac{d}{2\sqrt{2}}$.

Or la longueur du grillage est égale à $6\,x + 2\,d$ et à 165 m.

Donc $\dfrac{6\,d}{2\sqrt{2}} + 2\,d = 165$.

Donc $\dfrac{3\sqrt{2}+4}{2}\,d = 165$.

Donc $d = \dfrac{330}{3\sqrt{2}+4}$.

678 Poule (11)

Énigme

Mathurin emballe ses œufs de la façon suivante.

- Il les met d'abord dans des boîtes de 6 œufs ;
- chaque fois qu'il a 6 boîtes, il les met dans un carton, qu'il ferme ;
- dès qu'il a 6 cartons, il les met dans une caisse, qu'il ferme.

Aujourd'hui, les poules ont bien pondu. . .
Mathurin a ramassé 1 000 œufs.
Mathurin vient de terminer les emballages.

Combien voit-il de caisses pleines, de cartons pleins, de boîtes pleines et d'œufs non emballés ?

« Que d'œufs ! Que d'œufs ! », Rallye mathématique transalpin, Épreuve 1, 2011,

Une boîte contient 6 œufs.
Un carton contient 6 boîtes, donc $6 \times 6 = 36$ œufs.
Une caisse contient 6 cartons, donc $6 \times 36 = 216$ œufs.

$1\,000 = 4 \times 216 + 136$
$136 = 3 \times 36 + 28$
$28 = 4 \times 6 + 4$

Mathurin voit donc 4 caisses pleines, 3 cartons pleins, 4 boîtes pleines et 4 œufs non emballés.

679 Poule (12)

Énigme

Dans le poulailler de Piticoq, chaque poule pond un œuf par jour, sauf Carmelita qui ne pond que les jours ensoleillés.
Lors du mois de mars, le fermier a récolté 753 œufs.

Combien y a-t-il eu de jours ensoleillés lors de ce mois de mars ?

« La poule mouillée », Rallye mathématique sans frontière, CM2-6$^{\text{ème}}$, Finale, 2014

Le mois de mars compte 31 jours.

En divisant 753 par 31 on obtient le nombre d'œufs pondus chaque jour.

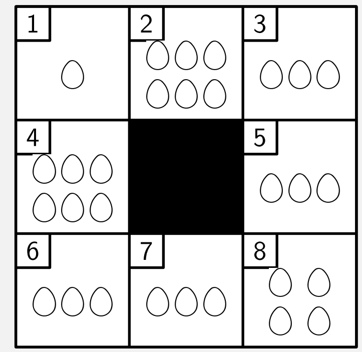
$753 = 31 \times 24 + 9$

Il y a donc 9 jours de soleil au cours de ce mois de mars.

680 Poule (13)

Énigme

Eustache, notre ami fermier, possède 8 poules qui pondent des œufs chacune dans une case du poulailler.
Voici le poulailler d'Eustache :
Il est à remarquer que chaque poule se situe dans une case.
Celles-ci s'organisent pour que le fermier compte toujours 10 œufs dans chaque rangée et dans chaque colonne du poulailler.
Par exemple, hier, les poules ont pondu 29 œufs au total.
Voici comment étaient disposés les œufs :



Eustache aimerait connaître le nombre minimal d'œufs que les poules doivent pondre pour que chacune des cases contienne au moins un œuf et qu'il y ait exactement 10 œufs dans chaque rangée.

Peux-tu trouver le nombre d'œufs minimal que les poules doivent pondre, dans ce cas ?

« Le poulailler », Rallye Concours AQJM, 22ème championnat, Finale, www.semainedesmaths.ulaval.ca

On doit commencer en s'assurant de respecter la première contrainte, soit de placer un œuf par case.

[1] 1	[2] 1	[3] 1
[4] 1		[5] 1
[6] 1	[7] 1	[8] 1

Par la suite, afin de respecter la deuxième contrainte, on doit placer 10 œufs dans chaque rangée et chaque colonne de sorte que le nombre total d'œufs soit minimal.

On doit donc se questionner sur l'impact d'ajouter un œuf dans une case particulière.

Placer un œuf dans la case centrale d'une rangée (cases 2 et 7) fait en sorte que seulement le nombre d'œuf de cette rangée augmente. Le même principe s'applique pour la case centrale d'une colonne (cases 4 et 5).

On peut remarquer que les cases du poulailler qui sont placées aux quatre coins se trouvent à l'intersection d'une rangée et d'une colonne. Ainsi, placer les œufs dans l'une des cases aux quatre coins du poulailler (cases 1, 3, 6 et 8) fait en sorte que le nombre d'œufs contenus dans une rangée et une colonne augmente simultanément. Cette manipulation nous permet d'utiliser moins d'œuf au total.

Ainsi, on veut avoir seulement un œuf dans les cases centrales. Il y a donc au total 9 œufs à placer dans les deux cases restantes d'une même rangée ou d'une même colonne et ils peuvent être répartis tel que désiré.

Un exemple de répartition des 10 œufs est :

[6] 3	[7] 1	[8] 6

Or, comme le coin liant une rangée et une colonne entre dans la somme des œfs de chacune d'elles, il doit y avoir le même nombre d'œfs dans les cases aux coins opposés du poulailler.

Parmi les solutions possibles, voici un exemple. On place tout d'abord un œf dans chaque case. Par la suite, on en place 8 dans un coin du poulailler afin d'arriver à la somme de 10 pour une rangée et une colonne simultanément. Finalement, on place 8 autres œfs dans le coin opposé, ce qui nous permet également d'arriver à la somme de 10 pour la rangée et la colonne qu'il reste.

[1] 8	[2] 1	[3] 1
[4] 1		[5] 1
[6] 1	[7] 1	[8] 8

Le nombre d'œufs total est égal à $8 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 8 = 22$.

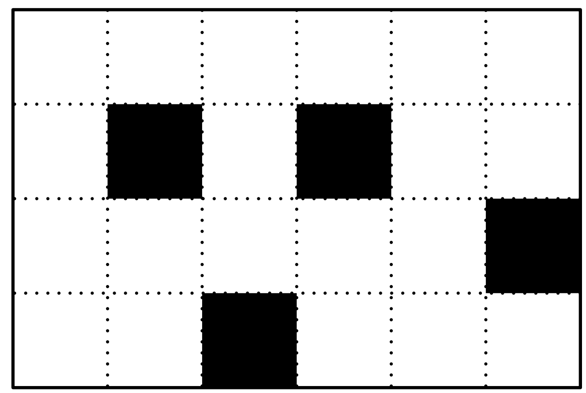
La réponse finale est donc 22 œufs.

681 Poule (14)

Énigme

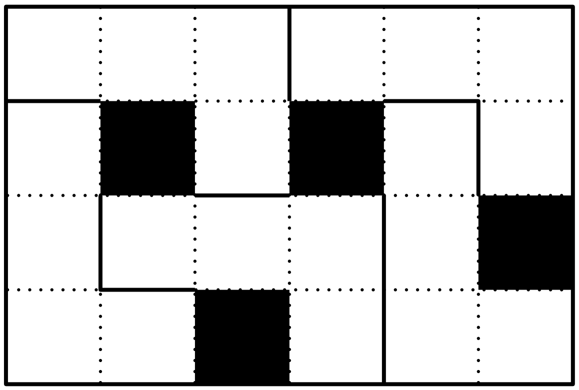
Josée veut faire des enclos pour ses poules.
Son plancher peut être partagé en 24 petits carrés.
Toutefois, dans quatre carrés, ceux noircis, il y a des colonnes qui soutiennent la charpente.
Ces quatre carrés ne peuvent donc pas être occupés par les poules.
Josée veut partager le plancher disponible en cinq parties de même forme et de même grandeur.

Partagez le terrain.



« Poules partagées », *Récréations géométriques*, Problème 15 B, Site Recreomath

Vingt petits carrés peuvent être occupés.
Comme il y a cinq parties, chaque pièce doit contenir quatre petits carrés.
Selon la disposition des petits carrés inoccupés, chaque pièce doit être en forme de L.
Voici le partage :



682 Poule (15)

Énigme

Six poules pondent huit œufs en trois jours.

Combien d'œufs pondront trois poules en neuf jours ?
A) 9 B) 12 C) 14 D) 16 E) 24

« Poules pondeuses », Série 4***,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **B**

Puisque deux fois moins de poules donnent deux fois moins d'œufs, dans le même temps : trois poules pondent quatre œufs en trois jours.
Et donc trois poules pondent douze œufs en neuf jours (on obtient trois fois plus d'œufs avec trois fois plus de temps et le même nombre de pondeuses).

683 Poule (16)

Énigme

Voici le tableau des valeurs des volailles sur le marché de Troc-village.

Échanger au juste prix !		
1 dinde	⇔	5 coqs
1 oie + 2 poules	⇔	3 coqs
4 poules	⇔	1 oie

Combien de poules, au minimum, doit-on amener au marché si on veut finalement repartir avec une oie, une dinde et un coq ?

A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 4

Kangourou des mathématiques, Cadets, 2010, n° 21

Réponse **C**

Pour obtenir 1 dinde, il faut 5 coqs.
Pour obtenir 1 dinde et 1 coq, il faut donc 6 coqs.
Pour obtenir 6 coqs, il faut 2 oies et 4 poules.
Pour obtenir 1 dinde, 1 coq et 1 oie, il faut donc 3 oies et 4 poules.
Pour obtenir 3 oies, il faut 12 poules.
Il faut donc au total 16 poules pour obtenir 1 dinde, 1 coq et 1 oie.

684 Poule (17)

Énigme

Jacques a 10 poules.
5 de ses poules pondent un œuf chaque jour.
Les 5 autres pondent un œuf un jour sur deux.

Combien d'œufs pondent les 10 poules en 10 jours ?

A) 10 B) 25 C) 50 D) 60 E) 75

Kangourou des mathématiques, 2015, Sujet P, n° 9

Réponse **E**

En 10 jours, les 5 poules à « un œuf par jour » pondent 50 œufs.
Les cinq autres poules en pondent la moitié, soit 25.
Donc, en 10 jours, ces 10 poules pondent $50 + 25$, soit 75 œufs.

685 Poule (18)

Énigme

Un fermier teste des poules génétiquement modifiées.
Dans son poulailler, une poule sur 5 a des plumes bleues, 3 poules sur 7 ont des dents et il y a autant de poules avec des dents sans plumes bleues que de poules sans dents ni plumes bleues.

Quelle est la proportion de poules qui ont des dents et des plumes bleues ? (Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.)

« 2. Le fermier », *Concours Bombyx*, Demi-finale, 3^{eme} Dérogatoire et $3^{\text{ème}}$ DP6, 2011

Une poule sur cinq a des plumes bleues donc quatre poules sur cinq n ont pas de plumes bleues.
Parmi celles-ci, il y en a autant avec dents que sans dent : donc deux poules sur cinq ont des dents et n'ont pas de plumes bleues.
De plus, trois poules sur sept ont des dents. Donc la proportion de poules qui ont des dents et des plumes bleues est égale à $\frac{3}{7} - \frac{2}{5} = \frac{1}{35}$.

686 Poule (19)

Énigme

Chacune des poules du professeur Burbanks pond ses œufs dans sa caisse de telle sorte qu'il n'y ait pas plus de deux œufs chaque direction. Deux œufs déjà été pondus dans la caisse de ci-dessous.

Pouvez-vous indiquer combien d'œufs il est possible de placer ?

O					
					O

« A Study in Eggs », *Sam Loyd's Cyclopedia of 5000 Puzzles, Tricks and Conundrums with Answers*, 1914

On peut mettre 12 œufs :

O		O			
		O		O	
O	O				
				O	O
	O		O		
			O		O

687 Poule (20)

Énigme

Julie emballe ses œufs de la façon suivante :

- elle les met d'abord dans des boîtes de 6 œufs ;
- chaque fois qu'elle a 6 boîtes, elle les met dans un carton, qu'elle ferme ;
- dès qu'elle a 6 cartons, elle les met dans une caisse, qu'elle ferme.

Aujourd'hui, les poules ont bien pondu.
Julie a ramassé 1 000 œufs.
Elle vient de terminer les emballages.

Combien voit-elle de caisses pleines, de cartons pleins, de boîtes pleines et d'œufs non emballés ?

Problème 4,
Rallye mathématique de Loire-Atlantique, Deuxième épreuve, 2017

Une boîte contient 6 œufs.
Un carton contient $6 \times 6 = 36$ œufs.
Une caisse contient $6 \times 36 = 216$ œufs.

$1\,000 = 216 \times 4 + 136$
$136 = 36 \times 3 + 28$
$28 = 6 \times 4 + 4$

Julie voit 4 caisses pleines, 3 cartons pleins, 6 boîtes pleines et 4 œufs non emballés.

688 Poulet (1)

Énigme

Trois poulets et un canard vendus jusqu'à deux oies ; un poulet, deux canards et trois oies ont été vendus ensemble pour 25,00 $.

Quel était le prix de chaque oiseau en un nombre exact de dollars ?

« 25. Une affiche de volaille »,
536 Puzzles & Curious Problems, Henry Ernest Dudeney

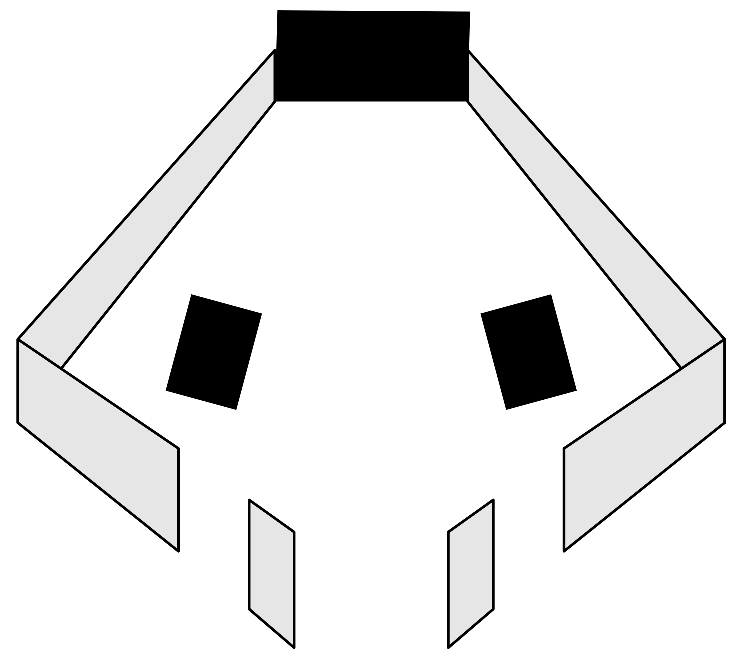
Le prix d'un poulet était de 2,00 $, pour un canard de 4,00 $ et pour une oie de 5,00 $.

689 Poulet (2)

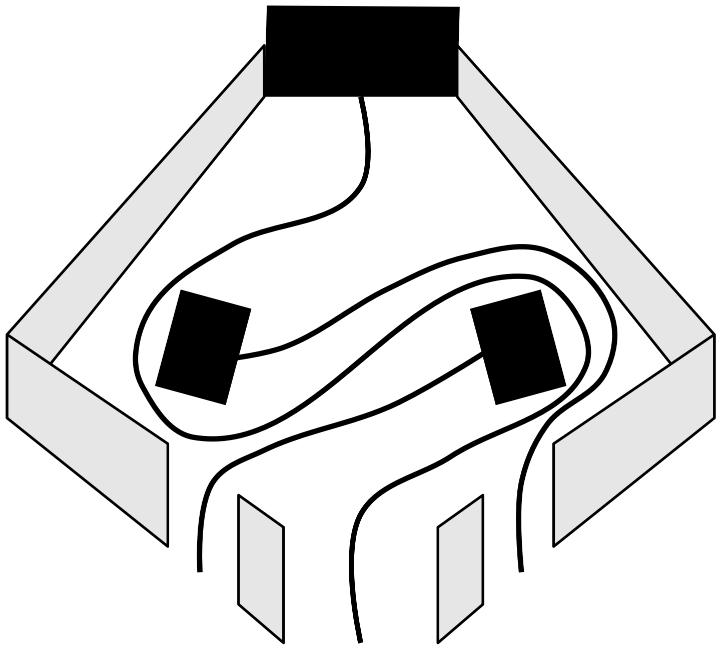
Énigme

On raconte que trois voisins, qui partageaient un petit parc, comme le montre la figure, se sont disputés.
Le propriétaire de la grande maison se plaignant que les poulets de son voisin l'ennuyaient, a construit une allée fermée de sa porte à la grille en bas de la figure.
Ensuite, l'homme de droite a construit un chemin vers la porte de gauche, et l'homme de gauche a construit un chemin vers la porte de droite, de sorte qu'aucun des chemins ne se croise !

Trouvez trois chemins permettant aux trois hommes de ne jamais se croiser.



« Quarrelsome Neighbors », *Sam Loyd's Cyclopedia of 5000 Puzzles, Tricks and Conundrums with Answers*, 1914



690 Poulet (3)

Énigme

Un fermier et son épouse vont au marché échanger leurs poulets pour du bétail au taux de 85 poulets pour un cheval et une vache, 5 chevaux valant exactement autant que 12 vaches.
« John, dit la femme, prenons encore une fois autant de chevaux que nous en avons déjà pris. Nous n'aurons ainsi que 17 chevaux et vaches à nourrir cet hiver.
— Je crois que nous devrions avoir plus de vaches que cela, dit John. D'ailleurs, si nous avions 2 fois plus de vaches que jusqu'à maintenant, cela nous ferait 19 vaches et chevaux en tout et nous aurions juste assez de poulets à donner en échange. »

Combien les paysans ont-ils apporté de poulets au marché ?

« Trading Chickens », *Sam Loyd ?'s most famous mathematical puzzles*

La première phrase nous dit :

- 85 poulets = 1 cheval + 1 vache
- 5 chevaux = 12 vaches

On en déduit alors :
5×85 poulets = 5 chevaux + 5 vaches.
Donc 425 poulets = 17 vaches.
Donc 1 vache = 25 poulets.
Ainsi, 5 chevaux = 12 vaches = 12×25 poulets = 300 poulets.
Donc 1 cheval = 60 poulets.

Notons maintenant x le nombre de chevaux que le couple a déjà achetés et y le nombre de vaches que le couple a déjà achetées.
Le dialogue entre le mari et la femme donne alors le système $\begin{cases} 2\,x + y = 17 \\ x + 2\,y = 19 \end{cases}$.
Donc $\begin{cases} 2\,x + y = 17 \\ 2\,x + 4\,y = 38 \end{cases}$.
Donc, par soustraction, $3\,y = 21$.
Donc $y = 7$.
Donc $x = 19 - 2 \times 7 = 5$.
Le couple a donc déjà acheté 5 chevaux et 7 vaches.

Ainsi, s'il achète 7 vaches, il lui faut 7×25 t = 175 poulets.
Les paysans ont donc amené 175 poulets.

691 Poulet (4)

Énigme

Trois poulets n'ayant pas la même couleur sont placés dans des cages situées en des endroits différents.
Poulets : Divo, Ovo, Pavo
Couleurs : blanc, gris, roux
Endroits : centre, nord, sud

1. Divo n'est pas roux et n'est pas dans la cage du sud.
2. Pavo n'est pas gris et n'est pas dans la cage du centre.
3. Le poulet qui est dans la cage du centre est roux.
4. Ovo n'est pas blanc et n'est pas dans la cage du nord.

Découvrez la couleur et l'endroit de la cage de chaque poulet.

« Petits poulets », `http://www.charleries.net/`

Divo est gris et est dans la cage du nord.
Ovo est roux et est dans la cage du centre.
Pavo est blanc et est dans la cage du sud.

692 Poulet (5)

Énigme

Dans un snack, Mélissa a commandé des ailes de poulet et Houda, des croquettes de poisson.
Mélissa a eu 20 % d'ailes de plus que Houda de croquettes, mais elle a payé 50 % plus cher.

De quel pourcentage les ailes sont-elles plus chères que les croquettes ?

« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du mercredi 14 juin, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Supposons que Houda a reçu n croquettes qui coûtent chacune x euros.

Mélissa a alors reçu $1,2\,n$ ailes.

Supposons que chacune coûte y euros.

Comme Mélissa a payé 50 % de plus que Houda, on a :
$1,2\,n \times y = 1,5\,(n \times x)$.

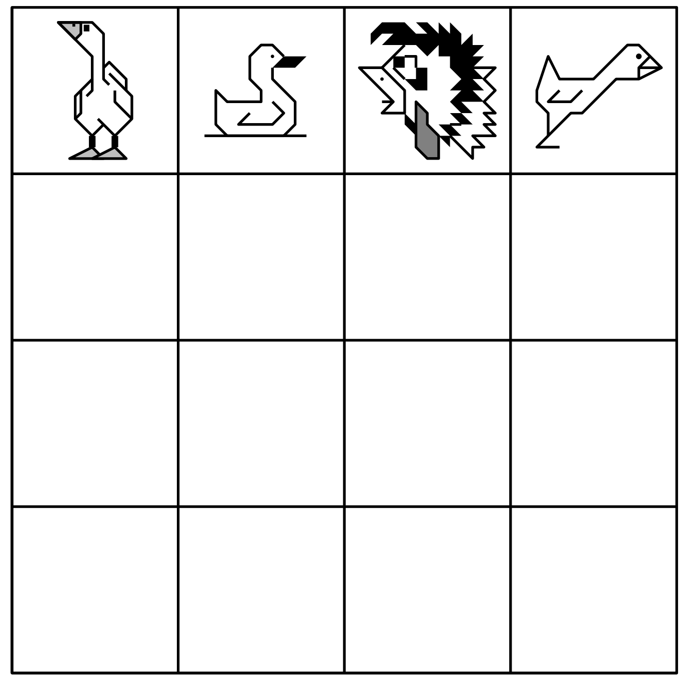
On a alors $y = \dfrac{1,5}{1,2}\,x = 1,25\,x$.

C'est-à-dire que les ailes coûtent 25 % de plus que les croquettes.

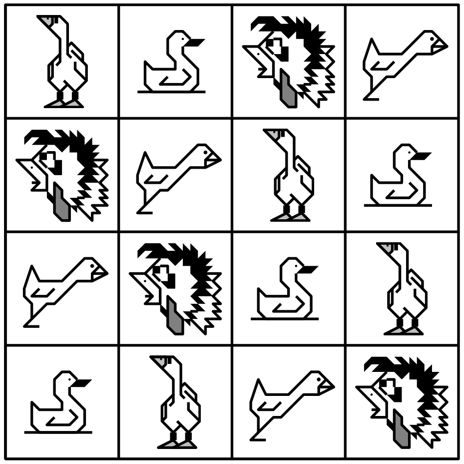
693 Poussin (1)

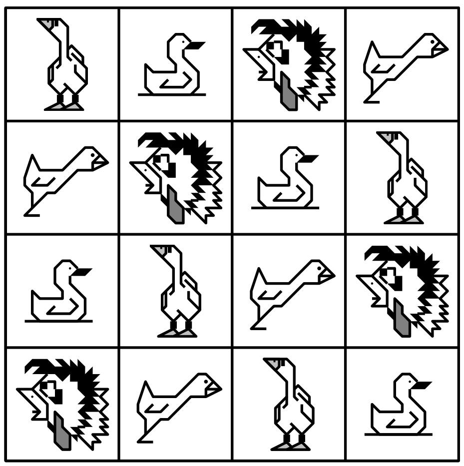
Énigme

Placer les animaux dans les cases de telle façon que *chaque* volatile apparaisse une, et une seule, fois dans *chaque* ligne, *chaque* colonne et dans *chacune* des deux diagonales principales.



Il y a deux solutions :





Ces deux carrés sont appelés carrés d'ordre 4.

694 Poussin (2)

Énigme

Dans une compétition, quatre équipes (Poussins, Coqs, Œufs, et Ferme) se sont rencontrées.
Voici les résultats de leur. . . poule.

Équipe	Victoire	Nul	Défaite
Poussins	1	2	0
Coqs	1	1	1
Œufs	1	1	1
Ferme	1	0	2

On sait de plus que Ferme n'a pas gagné contre Œufs.

Quel est le résultat du match de Coqs contre Œufs ?

« Cocorico ! », Rallye mathématique sans frontières Midi-Pyrénées, Cycle 3, Manche 1, 2011

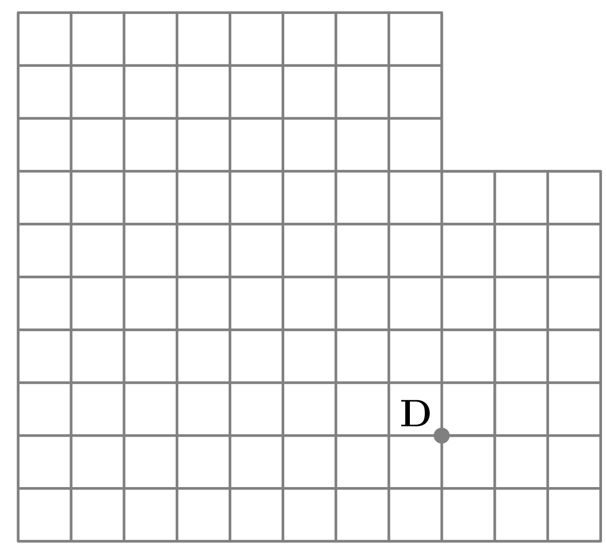
L'équipe Poussins a fait deux matches nuls, ce ne peut être que contre Coqs et Œufs.
Donc elle a gagné contre Ferme.
Puisque Ferme n'a pas gagné contre Œufs, elle a gagné contre Coqs.
Donc Coqs a gagné contre Œufs.
(Et Œufs a gagné contre Ferme)

695 Puce (1)

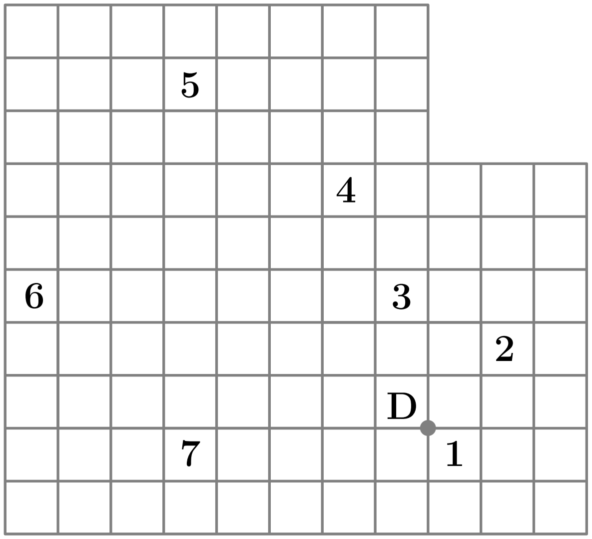
Énigme

Ma puce savante se déplace par sauts, en suivant les lignes d'un réseau quadrillé.
Elle s'arrange pour que chaque saut s'effectue dans une direction perpendiculaire à celle du saut précédent.
En outre, la longueur de chaque saut est supérieure d'une unité à celle du précédent.
La figure ci-dessous nous montre ses deux premiers sauts.

Quels devront être les suivants pour que ma puce revienne à son point de départ D après un minimum de sauts ?



« Ma puce savante », *Jeux mathématiques*, Tangente, n° 74, Avril-mai 2000



696 Puce (2)

Énigme

Une puce a été lâchement abandonnée par son chien qui s'est réfugié en haut d'un édifice comportant 2 005 marches.
Elle décide alors de le rejoindre.
La puce effectue des bonds successifs de 1 marche, 2 marches, 3 marches, 4 marches, 5 marches, puis elle continue en bondissant à nouveau de 1, puis 2, puis 3, puis 4, puis 5 marches et ainsi de suite.

De combien de marches aura été son dernier bond ?
Combien de bonds aura-t-elle effectués en tout ?

« La puce affectueuse et… matheuse », Rallye Midi-Pyrénées, 2005

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

$2\,005 = 133 \times 15 + 10$

Or $10 = 1 + 2 + 3 + 4$

Le dernier bond de la puce aura été de 4 marches.

Elle aura effectué en tout 137 bonds.

697 Puce (3)

Énigme

Matthew est très fort : il a réussi à dompter une puce nommée Ptit !
Il lui a appris à se déplacer en ligne droite en effectuant des sauts de 5 centimètres.
Ptit peut sauter vers l'avant ou en arrière ; c'est elle qui choisit !
L'autre jour, Ptit est partie d'un point O et a effectué vingt sauts en ligne droite ; elle a ainsi avancé de 60 centimètres.

Combien de sauts Ptit a-t-elle effectués vers l'avant ?

« Matthew a dompté une puce », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Janvier 2016, CM2

On constate d'abord que $60 = 5 \times 12$, ce qui veut dire qu'avec 12 sauts vers l'avant Ptit a avancé de 60 cm.

Matthew nous dit qu'elle a effectué 20 sauts : qu'a-t-elle fait pendant les huit autres sauts ?

Pour ne pas s'éloigner davantage, elle a dû en faire quatre vers l'arrière et quatre vers l'avant.

Au final, Ptit a effectué 16 sauts vers l'avant.

698 Puce (4)

Énigme

À minuit, une puce sur une horloge se situe dos à l'aiguille des heures et commence à courir à vitesse constante dans le sens inverse des aiguilles.
À 8 h, la puce diminue sa vitesse du quart ; à 16 h elle diminue encore sa vitesse, cette fois-ci du tiers.
Exactement 24 heures après le début de sa course, la puce croise pour une 2012$^{\text{ème}}$ fois l'aiguille des heures.

À quelle position sur l'horloge était la puce à 10 h du matin ?
Dire sur quel numéro de l'horloge se trouve la puce ou donner la fraction du chemin qu'il lui reste à parcourir entre deux numéros consécutifs.

« 2. La puce à remonter le temps », Concours de l'Association Mathématique du Québec, Niveau collégial, 2012

Posons v, la vitesse en tours/heure de la puce pendant les 8 premières heures.
Ensuite elle va à une vitesse de $\frac{3}{4}v$.
À 16 h, elle diminue à nouveau sa vitesse du tiers qui devient alors $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} v \frac{1}{2} v$.
La puce et l'aiguille se croisent à chaque fois que le somme de leur distance parcourue donne un tour.
La distance totale parcourue de la puce est $8\,v + \frac{3}{4}v + 8 \times \frac{1}{2}v = 18\,v$.
La distance totale parcourue par l'aiguille est $24 \times \frac{1}{12} = 2$ tours.
La somme de ces deux distances donne donc le nombre total de croisements.
À partir de ce nombre, on peut isoler la vitesse initiale de la puce.
$18\,v + 2 = 2012$ donc $v = \frac{335}{3}$ tours/heure $= 111$ et $\frac{2}{3}$ tours/heure.
Après 8 heures, la puce a fait $8 \times \frac{335}{3} = 893$ tours et $\frac{1}{3}$ de tour.
Donc elle est sur le 8 $\left(\text{elle va dans le sens inverse des aiguilles, } 8 = 12 - \frac{12}{3}\right)$.
Pendant les deux prochaines heures, elle fait $2 \times \frac{3}{4} \times \frac{335}{3} = \frac{335}{2}$ tours donc 167 tours complets et un demi-tour.
Elle est donc sur la position du numéro 2 $\left(2 = 8 - \frac{12}{2}\right)$.

699 Puce (5)

Énigme

Une puce mesure 1,5 millimètre et saute à 30 cm.
Si un élève, mesurant 1,50 mètre, sautait dans les mêmes proportions que la puce par rapport à sa taimme, quelle distance pourrait-il sauter ?
A) 3 m B) 30 m C) 300 m D) 900 m E) 3 km

Kangourou de midi, 2018, n° 1

La puce mesure 1,5 millimètre et saute à 0,30 m.
L'élève, mesurant 1 000 fois plus, pourrait « donc » sauter à 300 m.

Réponse **C**

700 Puce (6)

Énigme

Matthew est très fort : il a réussi à dompter une puce nommée Ptit !
Il lui a appris à se déplacer en ligne droite en effectuant des sauts de 5 centimètres.
Ptit peut sauter vers l'avant ou en arrière ; c'est elle qui choisit !
L'autre jour, Ptit est partie d'un point O et a effectué vingt sauts en ligne droite ; elle a ainsi avancé de 60 centimètres.

Combien de sauts Ptit a-t-elle effectués vers l'avant ?

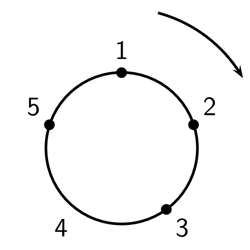
« 2. Matthew a dompté une puce »,
Concours Bombyx, Quarts de finale, CM2, 2016

On constate d'abord que $60 = 5 \times 12$, ce qui veut dire qu'avec 12 sauts vers l'avant, Ptit a avancé de 60 cm.
Matthew nous dit qu'elle a effectué 20 sauts : qu'a-t-elle fait pendant les huit autres sauts ?
Pour ne pas s'éloigner davantage elle a dû en faire quatre vers l'arrière et quatre vers l'avant.
Au final, Ptit a effectué 16 sauts vers l'avant.

701 Puce (7)

Énigme

Sur un cercle, cinq points sont numérotés 1, 2, 3, 4 et 5 dans le sens indiqué sur le schéma.



Une puce matheuse (donc LA star des puces) saute de point en point dans le même sens en obéissant à la consigne suivante : si elle se trouve sur un point de numéro impair, elle fait un petit saut jusqu'au point voisin, et si elle se trouve sur un point de numéro pair, elle fait un grand saut par-dessus le point voisin pour avancer jusqu'au point suivant.

1. Si la puce part du point 5, après 8 sauts, sur quel point se trouvera-t-elle ?
2. Si la puce part du point 5, après 2016 sauts, sur quel point se trouvera-t-elle ?

« 2. La star des puces », *Concours Bombyx*, Finale, CM2, 2016

La puce part du point 5, puis saute sur le point 1 : 1 saut.
Du point 1, elle saute sur le point 2.
De 2, elle saute au point 4, puis elle saute sur le point 1 : cela fait 3 sauts. Et ainsi de suite : de 1 à 2, de 2 à 4, de 4 à 1, etc.

1. $8 = 1 + 7$ et $7 = 3 \times 2 + 1$
Comme il reste 1 dans la division euclidienne, après 2 boucles 1-2-4-1, elle fait un dernier saut et arrive sur le point 2.
Si la puce part du point 5, après 8 sauts, elle se trouve sur le point 2.

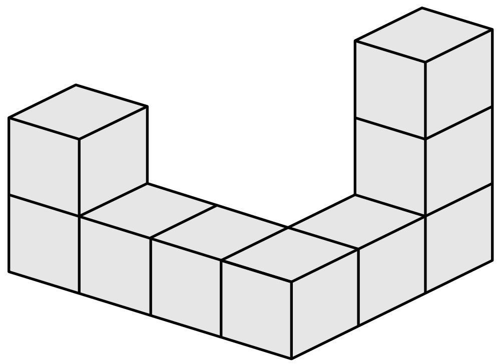
2. $2\,016 = 1 + 2015$ et $2\,016 = 3 \times 671 + 2$
comme il reste 2, après 671 boucles 1-2-4-1, elle fait encore deux sauts 1-2-4. Si la puce part du point 5, après 2 016 sauts, elle se trouve sur le point 4.

702 Puce (8)

Énigme

Une puce saute de cube en cube. . . mais la peinture est fraîche !
On sait qu'il faut 2 dL de peinture par couche pour peindre une face d'un de ces cubes.
Les cubes sont assemblés comme indiqué ci-dessous en collant les cubes face contre face.

Combien de décilitres de peinture sont nécessaires pour peindre cet assemblage sur trois couches y compris la face inférieure ?



« 1. Une puce et ses cubes », *Concours Bombyx*, Quarts de finale, 4ème, 2015

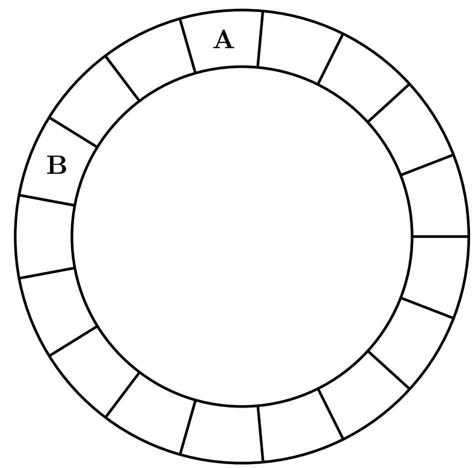
On compte les faces.
Dessus : 6 ; dessous : 6 ; avant : 7 ; arrière : 7 ; gauche : 6 ; droite : 6.
$6 + 6 + 7 + 7 + 6 + 6 = 38$.
38 faces mais 3 couches : l'équivalent de 114 faces à peindre, à raison de 2 dL par face.
228 décilitres de peinture sont nécessaires pour peindre cet assemblage sur trois couches.

703 Puce (9)

Énigme

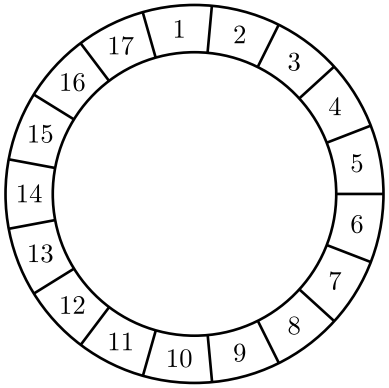
À chaque seconde, la puce A se déplace de 3 cases dans le sens des aiguilles d'une montre, et la puce B se déplace de 2 cases dans le sens contraire.

Au bout de combien de secondes les deux puces se poseront-elles en même temps sur la même case ?



« 5. Cyclopuce », 16ème Championnat des Jeux Mathématiques et logiques, Demi-finale, 2002

On numérote les cases du circuit :



On regarde le numéro des cases traversées au fil du temps :

Temps	A	B
0	1	15
1	4	13
2	7	11
3	10	9
4	13	7
5	16	5
6	2	3
7	5	1
8	8	16
9	11	14
10	14	12
11	17	10
12	3	8
13	6	6

Les deux puces se poseront au bout de 13 secondes sur la même case.

704 Puceron

Énigme

Un puceron se repose sur la tuile A.
Il désire se rendre à B en passant d'une tuile à l'autre vers la droite, de haut en bas ou de bas en haut, jamais obliquement.

De A à B, combien de chemins différents le puceron peut-il emprunter en passant exactement par six tuiles numérotées ?

A	2	4	6	8
1	3	7	9	B

« Repos d'un puceron », *Récréations géométriques*, Problème 59 B, Site Recreomath

Le puceron peut prendre 10 chemins :

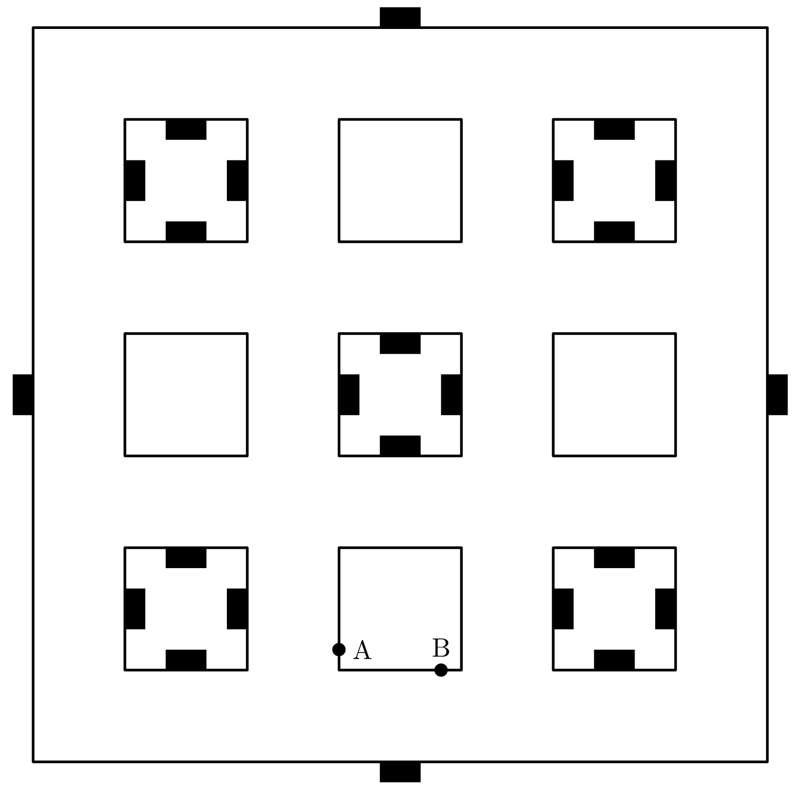
- (1, 3, 2, 4, 5, 7)
- (1, 3, 2, 4, 6, 7)
- (1, 3, 2, 4, 6, 8)
- (1, 3, 5, 4, 6, 7)
- (1, 3, 5, 4, 6, 8)
- (1, 3, 5, 7, 6, 8)
- (2, 3, 5, 4, 6, 7)
- (2, 3, 5, 4, 6, 8)
- (2, 3, 5, 7, 6, 8)
- (2, 4, 5, 7, 6, 8)

705 Quiscale

Énigme

Bérénice doit distribuer la ration de graines journalière dans chacune des 24 mangeoires des quiscales.
Le plan du bâtiment où ils se trouvent est fourni ci-dessous.
Chaque bloc fait 2 mètres de long. On négligera la largeur des allées.
Elle part de A pour arriver à B.

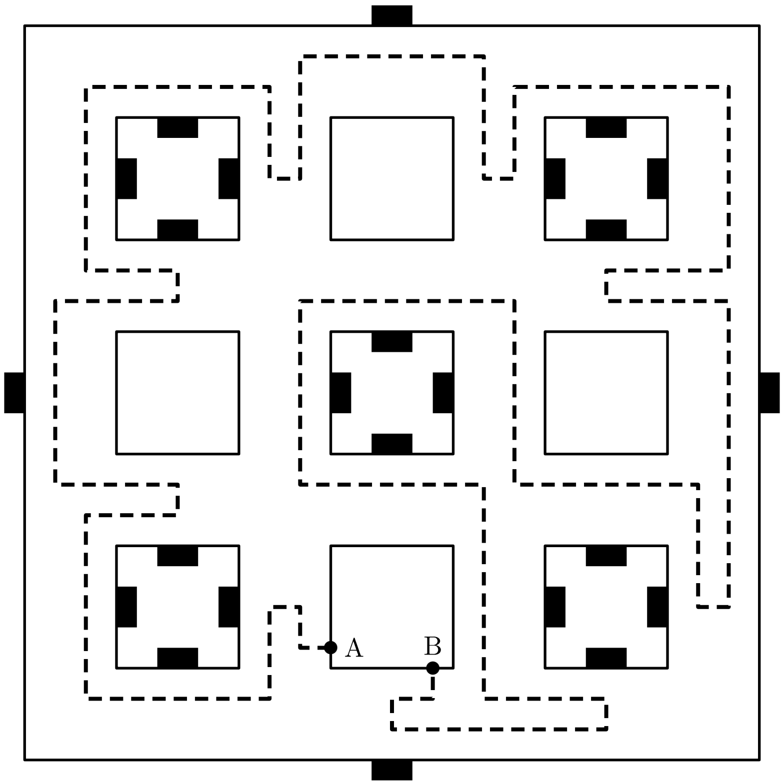
Quelle est la longueur du trajet minimum ?



D'après « Le facteur X », 5$^{\text{ème}}$ Championnat de France des Jeux Mathématiques et Logiques, 1991

Pour chaque mangeoire, que Bérénice fasse un aller-retour jusqu'à cette mangeoire, ou bien qu'elle parcoure toute l'allée jusqu'au carrefour suivant, elle doit faire 2 mètres, ce qui porte à 48 mètres le minimum théorique pour desservir les 24 mangeoires.

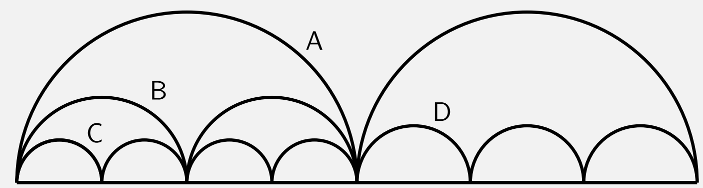
Le dessin ci-dessous montre que ce minimum peut être atteint.



706 Quokka

Énigme

Cette famille de quokkas a l'esprit vraiment géométrique : leurs bonds sont exactement des demi-cercles !
Tandis que Quola (A) fait un énorme bond de 4 m, son fils (B) fait 2 bonds pour la même distance et son petit-fils (C) en fait 4 ; sa femelle (D) fait 3 sauts pour ces 4 m.



La trajectoire de D est-elle plus longue que celle de A ? de B ? de C ?

D'après « Sauts marsupiaux », *Les jeux du Kangourou des collèges*, 1995

Les trajectoires de A, B, C et D ont exactement la même longueur !

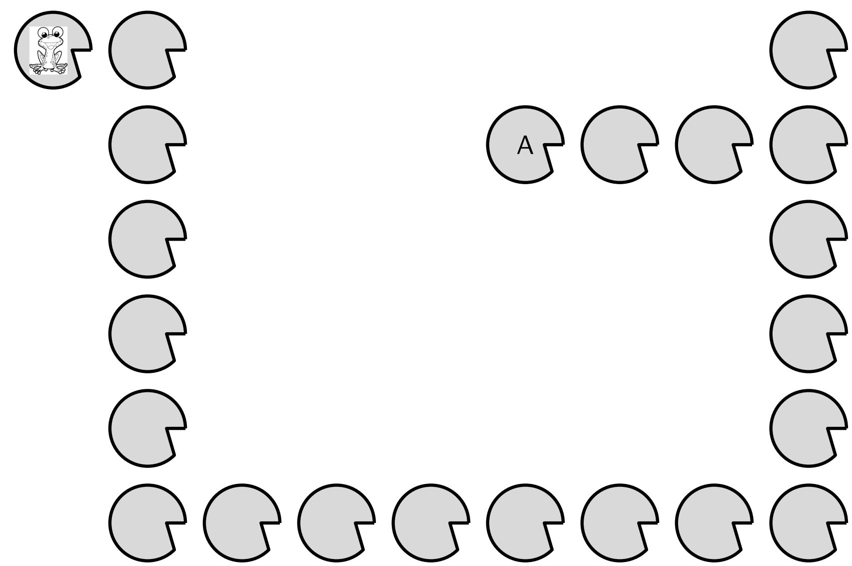
En effet, la longueur d'un demi-cercle (et donc des trajectoires) s'obtient en multipliant celle du diamètre (et donc la distance parcourue au sol) par un nombre. Et les distances « parcourues » au sol sont les mêmes.

707 Rainette

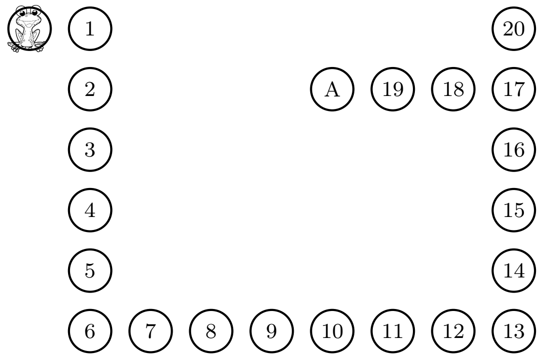
Énigme

Une rainette se tient au départ de ce parcours.
Elle se déplace de manière particulière : elle commence toujours par un saut d'un nénuphar, puis un saut de deux, puis un saut de trois ; et elle répète cette séquence de trois sauts autant de fois que nécessaire.
Elle peut changer de direction entre chaque saut mais pas au cours d'un saut.
Elle doit atterrir exactement sur le nénuphar A.

Quel est le nombre minimum de sauts qu'elle devra effectuer pour y parvenir ?



« 1, 2, 3... l'arrêt net ! », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2013



1.  $\rightarrow 1$
2. $1 \rightarrow 3$
3. $3 \rightarrow 6$
4. $6 \rightarrow 7$
5. $7 \rightarrow 9$
6. $9 \rightarrow 12$
7. $12 \rightarrow 11$
8. $11 \rightarrow 13$
9. $13 \rightarrow 16$
10. $16 \rightarrow 15$
11. $15 \rightarrow 17$
12. $17 \rightarrow \mathrm{A}$

Le nombre minimal de sauts est égal à 12.

708 Rat (1)

Énigme

Hélène, Clotilde et Virginie discutent sur le nombre de... rats vus chez l'animalier spécialiste des NAC (« nouveaux animaux de compagnie »).

- Hélène dit avoir vu plus de 10 rats.
- Clotilde pense qu'il y a au plus 10 rats.
- Virginie affirme avoir vu au moins un rat.

Mais, en fait, voulant se faire remarquer auprès des deux autres filles, deux filles ont menti !

Quel est le nombre exact de rats chez l'animalier ?

Les deux premiers filles ont tenu des propos contradictoires : l'une dit « bien plus de 10 » et l'autre, « au plus 10 ».
Il est donc impossible qu'elles mentent toutes les deux ou qu'elles disent la vérité au même temps.
Cela implique que l'une des deux dit la vérité et que l'autre ment.

Comme il y a deux filles qui mentent parmi les trois, cela implique que la troisième fille ment aussi.
Or celle-ci affirme avoir vu au moins un rat.

Il n'y a donc aucun rat chez l'animalier.

709 Rat (2)

Énigme

Tout au long de la journée, des rats volent des morceaux de fromage dans la cuisine.
Le chat Félix les regarde passer.
Chaque rat vole moins de 10 morceaux de fromage, et aucun rat ne vole ni la même quantité ni la moitié de ce que vole un autre rat.

Au maximum, combien de rats Félix a-t-il pu voir passer au cours de la journée ?

« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du mardi 28 novembre, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Si l'on fait la liste des quantités possibles de morceaux de fromage que volent les rats, comme aucun rat ne vole la moitié de ce que vole un autre, seuls peuvent apparaître deux nombres parmi $\{1, 2, 4, 8\}$ et un nombre parmi $\{3, 6\}$.
Les trois nombres restants, 5, 7 et 9, peuvent apparaître dans la la liste sans tenir compte des autres nombres déjà choisis.
Ainsi, le plus grand nombre nombre de rats qu'a pu voir Félix est 6.

710 Rat (3)

Énigme

Un chercheur travaille sur l'apprentissage des rats.
À un moment donné, le rat étudié doit franchir l'une des dix portes devant lui, numérotées de 1 à 10.
Pour ne pas que le rat mémorise la porte à franchir, il procède de la manière suivante.

- Le premier jour, il ouvre toutes les portes.
- Le deuxième jour, il ferme toutes les portes de numéros pairs.
- Le troisième jour, il ouvre les portes de numéros multiples de 3 fermées et ferme les portes de numéros multiples de 3 ouvertes.
- Le quatrième jour, il ouvre les portes de numéros multiples de 4 fermées et ferme les portes de numéros multiples de 4 ouvertes.
- Et ainsi de suite.

Au bout des 10 jours, quels sont les numéros des portes ouvertes ?

Voici les résultats successifs (O pour « ouvert » et F pour « fermé »).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
2.	O	F	O	F	O	F	O	F	O	F
3.	O	F	F	F	O	O	O	F	F	F
4.	O	F	F	O	O	O	O	O	F	F
5.	O	F	F	O	F	O	O	O	F	O
6.	O	F	F	O	F	F	O	O	F	O
7.	O	F	F	O	F	F	F	O	F	O
8.	O	F	F	O	F	F	F	F	F	O
9.	O	F	F	O	F	F	F	F	O	O
10.	O	F	F	O	F	F	F	F	O	F

Les portes ouvertes ont les numéros 1, 4 et 9. Les autres portes sont fermées.

Généralisation. Il suffit de remarquer que la porte de numéro n est manipulée autant de fois que n a de diviseurs. Autrement dit, la porte de numéro n sera ouverte si n a un nombre impair de diviseurs. Maintenant, factorisons n en produits de facteurs premiers : $n = {p_1}^{\alpha_1} \dots {p_r}^{\alpha_r}$. Alors le nombre de diviseurs de n est $(\alpha_1 + 1) \dots (\alpha_r + 1)$. Pour que ceci soit impair, il faut que tous les $\alpha_i + 1$ soient impairs, c'est-à-dire que tous les α_i soient pairs. Autrement dit, la porte de numéro n est ouverte si et seulement si n est un carré parfait.

711 Rat (4)

Énigme

Prenons un rat adulte.
Sa tête mesure 5 cm, son corps, 10 cm et sa queue, 12 cm.

Combien faut-il de rats pour couvrir la distance Paris-Lille par l'autoroute (216 km) ?

« La longueur d'un rat », *Arithmétique appliquée et pertinente*, Jean-Louis Fournier, Éditions Payot & Rivages, 1993

Le rat mesure au total $5 + 10 + 12 = 27$ cm.
La distance Paris-Lille est égale à $21\,600\,000$ cm.
Il faut donc $21\,600\,000 \div 27 = 800\,000$ rats.

712 Renard (1)

Énigme

Un renard est poursuivi par un chien.
Il a 27 bonds d'avance.
Or 3 bonds de renard valent en longueur 2 bonds de chien.
Et pendant que le chien fait 4 bonds, le renard en fait 5.

En combien de bonds le chien rattrapera-t-il le renard ?

Pendant que le renard fait 5 bonds, le chien, qui en fait 4, prend au renard l'équivalent d'un bond de renard.
Il rattrapera donc les 27 bonds de renard de retard en 27 fois plus de bond, soit en 108 bonds (de chien).

713 Renard (2)

Énigme

Un renard a mangé 100 grains de raisin pendant une période de 5 jours. Chaque jour, il a mangé 6 grains de plus que le jour précédent.

Quel est le nombre de grains mangés le premier jour ?

« Le renard et les raisins », Challenge Mathématique Poitou-Charentes, 1993

On peut dénombrer les grains qui s'ajoutent au nombre initial : 6 le second jour, 12 le troisième jour, 18 le quatrième, et 24 le cinquième.
Cela fait en tout 60 grains supplémentaires.
$100 - 60 = 40$
Ces 40 grains correspondent à 5 fois le nombre de grains mangés le premier jour.
Le nombre de grains mangés le premier jour est donc égal à $40 \div 5$, c'est-à-dire 8.

714 Rhinocéros (1)

Énigme

Si, dans tous les zoos où il y a des hippopotames et des rhinocéros, il n'y a pas de girafe, si dans tous les zoos où il y a des rhinocéros mais pas de girafe, il y a des hippopotames et si enfin dans tous les zoos où il y a des hippopotames et des girafes, il y a des rhinocéros...

Peut-on trouver, oui ou non, un zoo où il y a des hippopotames sans qu'il y ait ni girafe ni rhinocéros ?

« Jeux et problèmes, La ronde des animaux », *Tangente*, n° 43, Mai-juin 1995

Un zoo où il y a des hippopotames mais pas de girafe ni de rhinocéros ne mettra en défaut aucun des trois conditions énoncées, puisque chacune exprime une contrainte qui ne s'applique pas à ce zoo.
Rien n'empêche donc d'avoir un tel zoo.

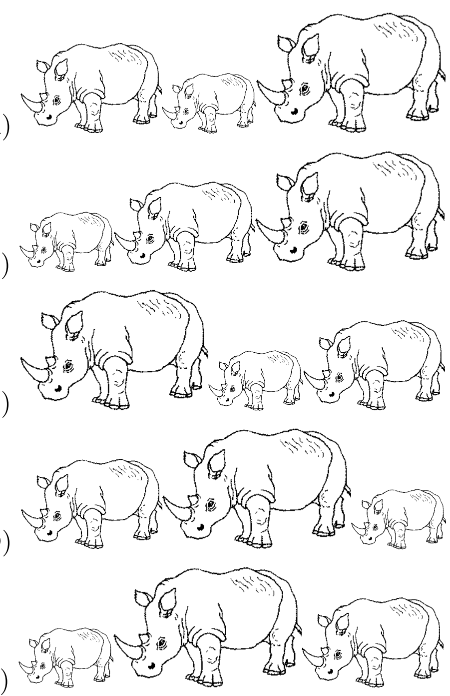
715 Rhinocéros (2)

Énigme

Rhino, Pato et Jojo vont se promener.
Rhino marche devant, Pato est au milieu et Jojo est en dernier.
Rhino pèse 500 kg de plus que Pato.
Pato pèse 1 000 kg de moins que Jojo.

Lequel de ces dessins représente Rhino, Pato et Jojo dans le bon ordre ?
A) A B) B C) C D) D E) E

A) B) C) D) E)



Réponse A.

Les indications sur les masses permettent de classer du plus léger au plus lourd : Pato $<$ Rhino $<$ Jojo.

Celui qui marche devant est Rhino qui est donc le moyen, puis vient Pato qui est le petit et le dernier est Jojo qui est le plus lourd.

Cela correspond au dessin A.

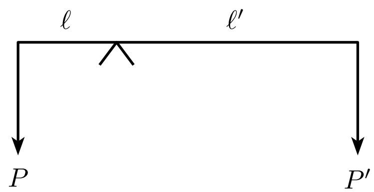
716 Rhinocéros (3)

Énigme

M. Yang, marchand de corne de rhinocéros, vend son produit avec une marge de 50 % par rapport au prix de son fournisseur, ce qui est beaucoup, et, de plus, il n'est pas très honnête : l'un des fléaux de sa balance est plus court que l'autre, de sorte que son fournisseur, lorsqu'il lui apporte de la marchandise, doit mettre 1 100 grammes sur un plateau pour équilibrer le kilo que place M. Yang sur l'autre plateau.
Par contre, lorsqu'un acheteur se présente, il n' a pas sur son plateau les 1 000 grammes qui devraient équilibrer le kilo.
Sur la dernière livraison qu'il a reçue, M. Yang a fait ainsi un superprofit frauduleux de 63 dollars.

Combien M. Yang avait-il payé ce lot ?

« 28. Le commerce frauduleux de M. Yang », *Nouveaux jeux de l'esprit et divertissements mathématiques*, Jean-Pierre Alem, Seuil, 1981



Á l'équilibre, $P\,\ell = P'\,\ell'$. Ou encore $\dfrac{P}{P'} = \dfrac{\ell}{\ell'}$.
Le rapport des poids s'équilibrant est toujours le même.
À l'achat, le poids reçu par M. Yang, sur le plateau A, alors qu'il a mis 1 000 g sur le plateau A' de la balance est 1 100 g.
$\dfrac{P}{P'} = \dfrac{1\,100}{1\,000} = 1,1$.
À la vente, M. Yang met ces 1 100 g sur le plateau A', et le poids facturé au client est $1\,100 \times 1,1 = 1\,210$ g.
Soit x le poids facturé par M. Yang pour 1 000 g de marchandise et y le prix de vente affiché par M. Yang pour 1 000 g.
Alors $y = 1,5\,x$.
Lorsque M. Yang a déboursé x, il devrait normalement recevoir y, et son profit licite serait $y - x = 0,5\,x$.
En réalité, M. Yang reçoit $1,21\,y$, et son profit est
$1,21\,y - x = 1,21 \times 1,5\,x - x = 0,815\,x$.
Si une mise de fonds de x procure un profit frauduleux de $0,815\,x - 0,5\,x = 0,315\,x$, c'est une mise de fonds de $[x \div (0,315\,x)] \times 63 = 200$, qui procure un profit frauduleux de 63.
M. Yang a payé son lot de corne de rhinocéros 200 dollars.

717 Saumon (1)

Énigme

Trois amis ont passé l'après-midi à pêcher.
L'un a pris six truites, un autre quatre truites et le troisième deux truites.
Trois autres amis se pointent à l'improviste.
Les pêcheurs décident de partager leur butin également pour le dîner.
En guise de compensation, chacun des trois nouveaux arrivants verse 10 florins.

Comment les trois pêcheurs se partageront-ils l'argent ?

« Un dîner saumoné », http://recreomath.qc.ca/

Chacun a mangé deux truites.

Celui qui avait six truites en a cédé quatre ; celui qui en avait quatre en a cédé deux et le troisième aucune.

Le montant versé est de 30 florins pour six truites, soit cinq florins par truite.

Le premier recevra 20 florins, le deuxième 10 florins et le troisième aucun florin.

718 Saumon (2)

Énigme

Un saumon part de Saumur par la Loire à 9 h 30, il fait du 3 nœuds. Un second saumon part de Saumur à 10 h dans la même direction.

À quelle heure le second saumon, qui fait du 4 nœuds, pourra-t-il faire une queue de poisson au premier saumon ?

(Un nœud correspond à un mille marin (soit 1 852 mètres) par heure.)

« Queue de poisson de saumon », *Arithmétique appliquée et pertinente*, Jean-Louis Fournier, Éditions Payot & Rivages, 1993

À 10 heures, le premier saumon a fait :
$3 \times 0,5 = 1,5$ mille

Toutes les heures, le second saumon rattrape
$4 - 3 = 1$ mille

Il rattrapera donc le premier en :
$1,5 \div 1 = 1,5$ heure $= 1$ h 30 minutes

C'est-à-dire à 11 h 30.

719 Sauterelle

Énigme

Une sauterelle peut faire des bonds de 1 ou 3 mètres et désire parcourir 7 mètres.

De combien de manières peut-elle le faire ?

« Calendrier mathématique 2016, Un défi quotidien », Énigme du vendredi 28 octobre, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Distinguons plusieurs possibilités.

1. Si la sauterelle ne fait que des bonds de 1 mètre, il n'y a qu'une façon de procéder.
2. Si la sauterelle fait seulement un bond de 3 mètres, elle fera donc en tout cinq bonds : un grand et quatre petits.

   Il y aura alors 5 façons de faire : elle peut choisir lequel de ses bonds sera le grand.
3. Si la sauterelle fait deux bonds de 3 mètres, elle fera en tout trois bonds : deux grands et un petit.

   Il y aura alors 3 façons de faire : elle peut choisir lequel de ses bonds sera le petit.

En tout, la sauterelle a donc $1 + 5 + 3 = 9$ possibilités.

720 Savane

Énigme

Pour parcourir une même distance dans la savane africaine, l'éléphant fait 3 pas, la gazelle 15 pas, le singe 5 fois plus que la gazelle.
Un pas de rhinocéros mesure 2 m.
Le rhinocéros fait 2 fois plus de pas que l'éléphant !
Ces quatre animaux vont chercher de l'eau à la source qui se trouve à 24 m.

Combien de pas chacun des quatre animaux fera-t-il ?

« De pas en pas », Rallye mathématique des écoles de Gironde, Cycle 3 – Force 5 – Seconde manche 2009-2010

Le rhinocéros a besoin de $24 \div 2 = 12$ pas.

Comme le rhinocéros fait deux fois plus de pas que l'éléphant pour la même distance, l'éléphant aura besoin de $12 \div 2 = 6$ de ses pas.
(Et alors un pas d'éléphant mesure $24 \div 6 = 4$ mètres)

Quand l'éléphant fait 3 pas, la gazelle en fait 15 pas.
Donc si l'éléphant a besoin de 6 de ses pas (soit deux fois plus), la gazelle aura besoin de $15 \times 2 = 30$ pas (de gazelle).
(Et alors un pas de gazelle mesure $24 \div 30 = 0,8$ mètre)

Puisque le singe fait cinq fois plus de pas que la gazelle, le singe va faire $30 \times 5 = 150$ pas.
(Et alors un pas de singe mesure $24 \div 150 = 0,16$ mètre)

Par conséquent,

- Le rhinocéros fait 12 pas.
- L'éléphant fait 6 pas.
- La gazelle fait 30 pas.
- Le singe fait 150 pas.

721 Serpent (1)

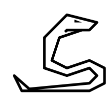
Énigme

Il y a dans un pré un certain nombre de loups, un certain nombre de moutons et un certain nombre de serpents.

- Chaque matin, chaque loup mange un mouton.
- Chaque midi, chaque serpent mange un loup.
- Chaque soir, chaque mouton mange un serpent.

Le soir du quatrième jour, il reste en tout et pour tout un mouton.

On demande combien d'animaux de chaque espèce il y avait au matin du premier jour.



Ce problème a été publié dans le numéro 79-80 du *Petit Archimède* (décembre 81). Il a été repris bien souvent depuis avec des scorpions, des serpents et des souris (et une seule à la fin). Dans le problème initial, il était question du quinzième jour.

Supposons avoir le vendredi matin seulement un mouton. On cherche donc le nombre de loups, de serpents et de moutons lundi matin.

Remontons le temps. Les résultats numériques correspondent aux effectifs de chaque espèce avant la mort de l'un des animaux.

Jeudi soir, le mouton a mangé un serpent.
   Il y avait donc 1 serpent et 1 mouton.
Jeudi midi, le serpent a mangé un loup.
   Il y avait donc 1 serpent, 1 loup et 1 mouton.
Jeudi matin, le loup a mangé un mouton.
   Il y avait donc 1 serpent, 1 loup et 2 moutons.

Mercredi soir, chaque mouton a mangé un serpent : il y avait donc deux serpents en plus.
   Il y avait donc 3 serpents, 1 loup et 2 moutons.
Mercredi midi, chacun des trois serpents a mangé un loup : il y avait donc trois loups en plus.
   Il y avait donc 3 serpents, 4 loups et 2 moutons.
Mercredi matin, chacun des quatre loups a mangé un mouton : il y avait donc quatre moutons en plus.
   Il y avait donc 3 serpents, 4 loups et 6 moutons.

On trouve de même les effectifs au mardi matin.
   Il y avait donc 9 serpents, 13 loups et 19 moutons.

Et enfin, les effectifs au lundi matin.
   Il y avait donc 28 serpents, 41 loups et 60 moutons.

Complément
On note ℓ, m et s les nombres respectifs de loups, de moutons et de serpents à un matin donné et ℓ', m' et s' les effectifs au matin suivant.

On a :

$$\begin{cases} \ell' = \ell - s \\ m' = -\ell + m \\ s' = \ell - m + s \end{cases}$$

D'où l'on tire :

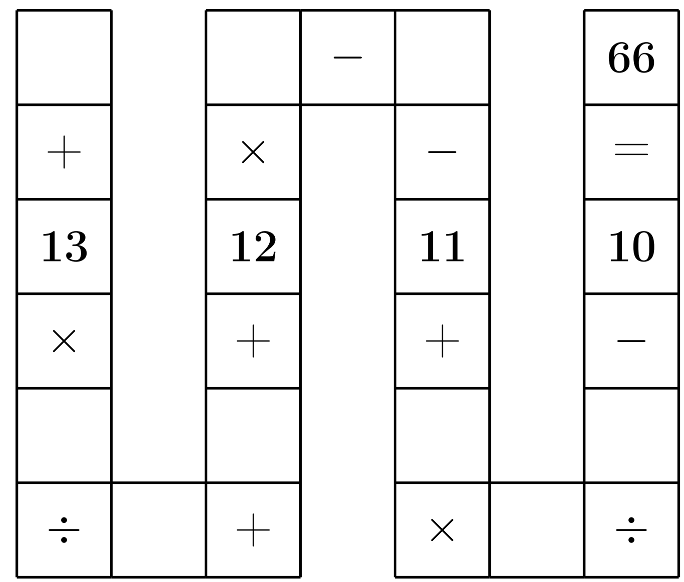
$$\begin{cases} \ell = \ell' + m' + s' \\ m = \ell' + 2\,m' + s' \\ s = m' + s' \end{cases}$$

En partant de $\ell' = 0$, $m' = 1$ et $s' = 0$, on retrouve les résultats donnés.

722 Serpent (2)

Énigme

Neuf cases sont à remplir avec des chiffres de 1 à 9 (qu'il ne faut utiliser qu'une fois chacun).
En ajoutant, multipliant, soustrayant et divisant au fur et à mesure (en suivant l'ordre des opérations –multiplications et divisions en priorité), on doit arriver à 66.



Ce problème a circulé sur l'e-toile sous le titre « Saurez-vous résoudre ce problème de maths vietnamien donné à des enfants de 8 ans ? »

Deux solutions possibles (les facteurs 7 et 8 peuvent de plus être commutés) :

5		2	−	1		66
+		×		−		=
13		12		11		10
×		+		+		−
9		6		7		4
÷	3	+		×	8	÷

6		2	−	1		66
+		×		−		=
13		12		11		10
×		+		+		−
9		5		7		4
÷	3	+		×	8	÷

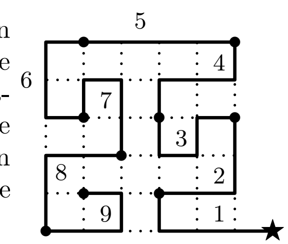
723 Serpent (3)

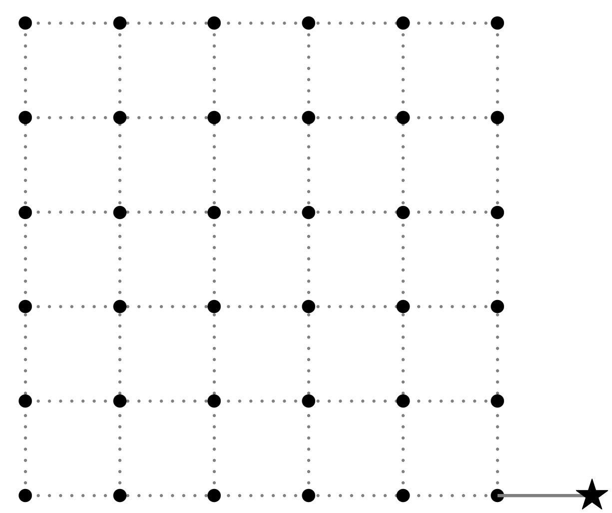
Énigme

En partant de l'étoile, il s'agit, en suivant les lignes du quadrillage, de passer par les 36 intersections du réseau quadrillé, sans passer deux fois par la même.
Cela serait enfantin sans la contrainte suivante : quel que soit l'itinéraire choisi, celui-ci est toujours composé de 36 segments-unités et peut être donc décomposé en 9 sections successives de 4 segments chacune.

Trouver un itinéraire pour lequel les 9 sections sont toutes différentes, que ce soit par rotation ou par retournement.

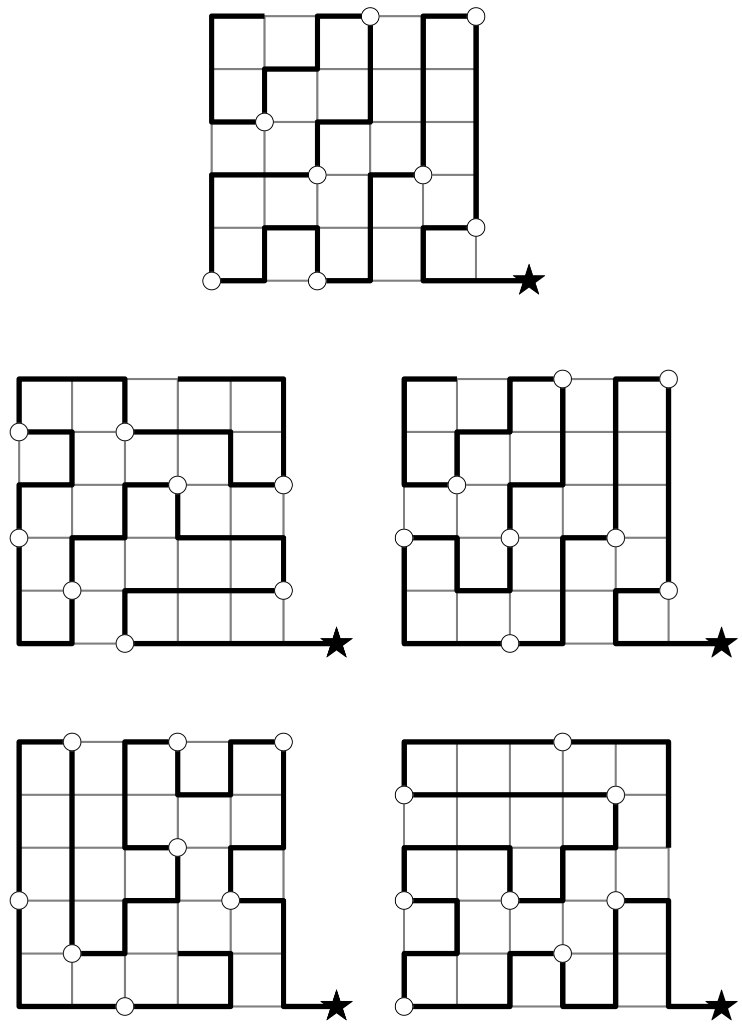
Ce qui n'est pas le cas avec l'exemple ci-contre : en effet, les sections 2 et 8 sont identiques, de même que les sections 7 et 9. Des cinq solutions existantes, la solution idéale est celle pour laquelle le passage d'une section à la suivante s'opère par un changement de direction, comme pour le passage de 1 à 2 ou de 2 à 3, contrairement à de 3 à 4.





« Le serpent », *Jeux mathématiques*, Tangente, n° 74, Avril-mai 2000

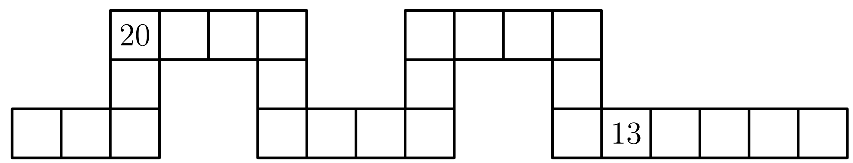
Les cinq solutions possibles (la première vérifie la règle de perpendicularité) :



724 Serpent (4)

Énigme

Écrivez un nombre de 1 à 25 dans chaque case du serpent. Les nombres 13 et 20 sont déjà placés et tous les autres nombres doivent être utilisés une seule fois. La somme des deux nombres écrits dans deux cases voisines (se touchant par un côté, mais pas seulement par un coin) doit toujours être le carré d'un nombre entier.



« Le serpent de l'année », quart de finale de la 27$^{\text{ème}}$ édition du concours de l'AQJM, n° 13

Trois solutions :

		20	5	11	25			3	22	14	2					
		16			24			6			23					
18	7	9			1	8	17	19			13	12	4	21	15	10

		20	5	11	25			10	15	21	4					
		16			24			6			12					
18	7	9			1	8	17	19			13	23	2	14	22	3

		20	5	11	25			10	15	21	4					
		16			24			6			12					
18	7	9			1	8	17	19			13	3	22	14	2	23

725 Serpent (5)

Énigme

Une exposition sur les serpents comprend neuf salles, chacune en communication avec ses voisines.
César est entré, a visité toutes les salles puis est ressorti.
On a indiqué sur la figure le nombre de ses passages dans huit salles. (Chaque entrée dans une salle compte pour un passage dans cette salle)

Sortie

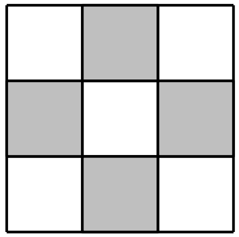
3	7	8
2	?	6
1	5	4

Entrée

Combien de fois César est-il passé par la casse centrale ?

D'après « Le visiteur », Rallye mathématique de Bourgogne, 2de-1re-Tle, 1998

Désignons deux types de salles, comme sur la figure : les salles « blanches » et les salles « grisées ».



Notons par un parcours quelconque

- x le nombre de passages au total dans une salle blanche ;
- y le nombre de passages au total dans une salle grisée.

Il est clair que chaque changement de salle amène le visiteur d'une salle blanche dans une salle grisée ou d'une salle grisée dans une salle blanche. Ainsi le visiteur traverse autant de salles blanches que de salles grisées juste avant d'atteindre la salle par laquelle il sort… et qui est blanche. Donc $x = y + 1$.

Si n est le nombre de passages dans la case centrale, on en déduit :

$$n + (1 + 4 + 8 + 3) = (7 + 2 + 5 + 6) + 1$$

Par conséquent :

$$n = 5$$

César est passé cinq fois par la case centrale.

726 Singe (1)

Énigme

Un singe tape au hasard sur un clavier, qui comporte 50 touches.
Le choix d'une lettre ne dépend pas des lettres précédentes.

Quelle est la probabilité qu'il écrive le mot « banane » dans un bloc de 6 lettres ?

En tapant au hasard, il y a une chance sur 50 que la première lettre tapée soit « b » ; de même, il y a une chance sur 50 que la deuxième lettre tapée soit « a », et ainsi de suite.

Ces événements sont indépendants : la probabilité de taper « banane » vaut $\left(\frac{1}{50}\right)^6$.

727 Singe (2)

Énigme

Un jour, cinq marins et un singe accostèrent sur une île déserte, et cueillirent des bananes.
La nuit venue, un marin se réveilla, donna une banane au singe et cacha la moitié du reste des bananes.
Plus tard, un deuxième marin se réveilla, donna 2 bananes au signe, et cacha les 2/3 du reste des bananes.
Encore plus tard, un troisième marin se réveilla, donna 3 bananes au signe, et cacha les 3/4 du reste.
Le quatrième marin donna 4 bananes au signe, et cacha les 4/5 du reste.
Finalement, le dernier marin, après un don de 5 bananes au goinfre simiesque, cacha 5/6 des bananes.
Le lendemain matin, les 5 marins et le singe se partagèrent également le reste des bananes.

Combien (au moins) avaient-ils cueilli de bananes ?

« Banana split », 5$^{\text{ème}}$ Championnat de France de Jeux Mathématiques et Logiques, 1991

Désignons par X le nombre minimum de bananes cueillis par les 5 marins et leur mascotte le premier jour.
On suppose bien sûr qu'à aucun moment une banane ne peut être coupée.
X sera bien le nombre minimum de bananes si, le lendemain matin, il reste exactement 6 bananes, c'est-à-dire une pour chaque marin et une pour le singe.
Nous avons alors :

$$\frac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{X-1}{2}-2}{3}-3}{4}-4}{5}-5}{6}=6$$

ce qui nous donne :

$$X = ((((6 \times 6 + 5) \times 5 + 4) \times 4 + 3) \times 3 + 2) \times 2 + 1 = 5\,039$$

Le nombre de bananes cueillies le premier jour est donc égal à $5\,039$.

728 Singe (3)

Énigme

Sur une rive du fleuve, il y a 3 humains, 1 grand singe, 2 petits singes et 1 barque.
Les humains et le grand singe sont capables de manœuvrer la barque, pas les petits singes.
La barque peut convenir à 1 ou 2 occupants.
De plus, il ne faut pas que les humains soient en infériorité numérique, sinon ils se font attaquer par les singes.

Comment emmener tout ce petit monde de l'autre côté du fleuve ?

Notations :

H : humain, S : grand singe, s : petit singe.

Une solution optimale est composée de 13 trajets.
En voici une, ci-dessous.

Comme il y a deux possibilités pour l'étape 1 et par suite l'étape 2 (S et s traversent puis S revient OU H et s traversent puis H revient), et deux possibilités pour l'étape 12 et par suite l'étape 13 (S revient puis S et s traversent OU H revient puis H et s traversent), on obtient un total de 4solutions optimales.

	Étapes	Rive 1	Rive 2
0.		HHH S ss	
1.	S et s traversent	HHH s	S s
2.	S revient	HHH S s	s
3.	S et s traversent	HHH	S ss
4.	S revient	HHH S	ss
5.	h et h traversent	H S	HH ss
6.	h et s reviennent	HH Ss	H s
7.	h et S traversent	H s	HH S s
8.	h et s reviennent	HH ss	H S
9.	h et h traversent	ss	HHH S
10.	S revient	Sss	HHH
11.	S et s traversent	s	HHH S s
12.	S revient	S s	HHH s
13.	S et s traversent		HHH S ss

729 Singe (4)

Énigme

Dans la première allée du zoo, il y a quatre niches situées respectivement aux numéros 1, 2, 3, 4 et disposées en ligne dans cet ordre.
Dans chacune de ces niches vit un animal.

- Il y a un singe.
- Au numéro 3 habite un chien.
- Petitpois occupe la niche n° 2.
- Loukoum habite la niche verte.
- La niche n° 1 est jaune.
- Un lapin habite la niche rouge.
- Les niches bleue et jaune ne sont pas voisines.
- Groumpf n'a qu'un voisin : un chien.
- Le chat s'appelle Slurp.

À quel numéro demeure le singe et quel est son nom ?

« Les niches », Rallye mathématique de l'Allier, Manche finale, 2007-2008

On peut remplir un tableau, petit à petit :

Numéro	1	2	3	4
Animal	Chat	Lapin	Chien	Singe
Nom	Slurp	Petitpois	Loukoum	Groumpf
Couleur	Jaune	Rouge	Verte	Bleue

Le singe habite dans la niche n° 4 et il s'appelle Groumpf.

730 Singe (5)

Énigme

Des singes s'amusaient. De la troupe bruyante,
Un huitième au carré gambadait dans les bois,
Douze criaient tous à la fois
Au haut de la colline verdoyante
Combien d'êtres comptaient la caste remuante ?

Bhāskarāchārya (ou Bhāskarā II) est un mathématicien indien du douzième siècle. Il écrivait ses problèmes mathématiques en vers. Le défi proposé provient du chapitre arithmétique appelé *Lilivati* (en référence au nom de sa fille) de son ouvrage *Siddhanta Siroman* écrit en 1150. Le texte proposé est une traduction de L. Rodet datant de 1878.

On désigne par s le nombre de singes.

L'énoncé se traduit par l'équation $s - \frac{1}{64}\, s^2 = 12$ ou encore par : $s^2 - 64\, s + 768 = 0$.

Le déterminant de cette équation du second degré est $\Delta = (-64)^2 - 4 \times 1 \times 768 = 1\,024$.

L'équation admet deux racines,
$s_1 = \dfrac{-(-64) - \sqrt{1\,024}}{2 \times 1} = 16$ et $s_2 = \dfrac{-(-64) + \sqrt{1\,024}}{2 \times 1} = 48$.

La troupe contient 16 singes ou 48 singes.

731 Singe (6)

Énigme

Un homme est allé â la maison des singes du zoo avec un sac de noix. Il a trouvé que s'il les partageait également entre les onze singes de la première cage, il aurait une noix de plus ; s'il les partageait également entre les treize les singes dans la deuxième cage, il en resterait huit ; s'il les a divisées parmi les dix-sept singes de la dernière cage, il restera trois noix.
Il a également constaté que s'il les répartissait également entre les quarante-et-un singes dans les trois cages, ou parmi les singes dans deux cages, il en resterait toujours.

Quel est le plus petit nombre de noix que l'homme aurait pu avoir dans son sac ?

« 204. Nourrir les singes »,
536 Puzzles & Curious Problems, Henry Ernest Dudeney

On désigne par n le nombre de noix.

n est donc le plus petit entier naturel tel que $\begin{cases} n \equiv 1\ [\,11\,] \\ n \equiv 8\ [\,13\,] \\ n \equiv 3\ [\,17\,] \end{cases}$.

(On note $r_1 = 1$, $r_2 = 8$ et $r_3 = 3$ les trois restes des équations précédentes.)

On commence par calculer $M = 11 \times 13 \times 17 = 2\,431$
puis $M_1 = 13 \times 17 = 221$, $M_2 = 11 \times 17 = 187$ et $M_3 = 11 \times 13 = 143$, qui sont premiers entre eux.

On cherche ensuite des entiers n_1, n_2 et n_3 tels que
$\begin{cases} 221\, n_1 \equiv 1\ [\,11\,] \\ 187\, n_2 \equiv 1\ [\,13\,] \\ 143\, n_3 \equiv 1\ [\,17\,] \end{cases}$ ou encore tels que $\begin{cases} n_1 \equiv 1\ [\,11\,] \\ 5\, n_2 \equiv 1\ [\,13\,] \\ 7\, n_3 \equiv 1\ [\,17\,] \end{cases}$
(car $221 \equiv 1\ [\,11\,]$, $187 \equiv 5\ [\,13\,]$ et $143 \equiv 7\ [\,17\,]$).

Les entiers $n_1 = 1$, $n_2 = 8$ et $n_3 = 5$ conviennent.

n est tel que $n \equiv \displaystyle\sum_{k=1}^{3} r_i\, M_i\, n_i\ [\,M\,]$.
Donc $n \equiv 1 \times 221 \times 1 + 8 \times 187 \times 8 + 3 \times 143 \times 5\ [\,2\,431\,]$.
Donc $n \equiv 14\,334\ [\,2\,431\,]$.
Donc $n \equiv 2\,179\ [\,2\,431\,]$

De plus, $2\,179 \not\equiv 0\ [\,41\,]$, $2\,179 \not\equiv 0\ [\,24\,]$, $2\,179 \not\equiv 0\ [\,28\,]$ et $2\,179 \not\equiv 0\ [\,30\,]$.

Le plus petit nombre de noix est de $2\,179$.

732 Singe (7)

Énigme

Dans un premier temps, essayez de trouver selon quel critère la phrase incomplète ci-dessous a été logiquement construite.
Cela vous permettra ensuite de déterminer parmi les quatre nombres suivants celui qui peut venir occuper l'espace libre de cette phrase pour la compléter selon ce critère.

« J'ai mis vrais singes savants
derrière cinquante ingénieurs inefficaces. »

trois quatre cinq six

« Les singes et les ingénieurs »,
Cassez-vous la tête ! (La compil), Louis Thépault, Éd. Dunod, 2007

Chaque terme de cette phrase compte une lettre de plus que le terme précédent.
Le mot manquant doit compter quatre lettres. La seule possibilité parmi les quatre nombres proposés est « cinq ».

733 Souris (1)

Énigme

Une souris est à vingt pas de son trou.
Un chat est à cinq bonds de la souris.
Pendant que le chat fait un bond, la souris fait trois pas et un bond de chat a la même longueur que dix pas de la souris.

Le chat rattrapera-t-elle la souris ?

Le chat se trouve à 50 pas de la souris.

À chaque étape, la souris fait 3 pas et le chat, 10.

Après le premier bond, la souris est à $20 - 3 = 17$ pas de son trou et le chat, à $50 - 10 + 3 = 43$ pas de la souris.

Au second bond, la souris est à $17 - 3 = 14$ pas de son trou et le chat à $43 - 10 + 3 = 36$ pas de la souris.

À chaque bond du chat, la distance de souris à son trou diminue de 3 pas et la distance du chat à la souris diminue de $10 - 3 = 7$ pas.

On peut dresser le tableau suivant, donnant les distances en pas…

	… de la souris	… du chat
	à son trou	à la souris
1$^{\text{er}}$ bond	17	43
2$^{\text{ème}}$ bond	14	36
3$^{\text{ème}}$ bond	11	29
4$^{\text{ème}}$ bond	8	22
5$^{\text{ème}}$ bond	5	15
6$^{\text{ème}}$ bond	2	8

La souris aura donc (de justesse !) le temps de rentrer dans son trou.

734 Souris (2)

Énigme

John le fermier a de nombreux sacs de blé et 8 chats gloutons.
Mais son grenier recèle aussi d'énormes souris voraces.
Chacune de ces souris est capable de dévorer, en une nuit, le quart d'un sac de blé.
Mais ces souris sont intelligentes et économes, et jamais elles n'entameraient un nouveau sac de blé avant que les sacs entamés ne soient entièrement mangés.
Toutefois, heureusement pour John, tous les matins, chacun de ses 8 chats mange une souris.
Hier soir, on pouvait compter 40 souris.

Lorsque toutes les souris auront été mangées par les chats, combien John aura-t-il perdu de sacs de blé ?
(On supposera que John possède suffisamment de blé pour que les souris, qui ne mangent que la nuit, le fassent toujours à leur faim)

« Des souris et des sacs », Championnat des jeux mathématiques et logiques, 1995

Visionnons le film de cette aventure gloutonne.
Dans le tableau ci-dessous, les journées sont en blanc et les nuits en gris.
(S V est le nombre de souris en vie et S M le nombre de sacs mangés)

	Hier		Aujour-d'hui		Demain		Après-demain		Dans 3 jours		Dans 4 jours
S V	40		32		24		16		8		0
S M		10		8		6		4		2	

Le nombre total de sacs mangés est donc égal à $10+8+6+4+2=30$ sacs de blé.

735 Souris (3)

Énigme

Á la suite d'expériences hasardeuses en laboratoire, Astrid, Bérengère et Charlotte ont hélas perdu la vue mais sont devenues en contrepartie remarquablement intelligentes.
Elles ont devant elles un sac contenant 10 morceaux de fromage, et savent qu'il y a là 3 morceaux de fromage de vache, 2 parts de fromage de chèvre, 4 bouts de fromage de brebis et 1 échantillon de fromage au lait d'ânesse. . .
Astrid prend à tâtons 3 morceaux au hasard, les mange et dit : « Je ne sais pas quel genre de fromage vous ne pourrez pas goûter. »
Bérengère saisit à son tour 3 morceaux, les avale et s'exclame : « Je ne peux pas te dire quel type de fromage tu ne pourras pas déguster, Charlotte ! »
Charlotte prend alors 3 morceaux et, après les avoir grignotés, dit : « non seulement je sais quelle sorte de fromage il reste au fond du sac, mais je sais aussi précisément ce que chacune d'entre vous a mangé. »

Quels fromages ont mangé respectivement Astrid, Bérengère et Charlotte ?

« Les souris dégustent ! », `http://www.mathsaharry.com/`

Notons A le fromage au lait d'ânesse, B une part de fromage de brebis, C une part de fromage de chèvre et V une part de fromage de vache. Puisque ni Astrid, ni Bérengère ne pouvait dire quelle sorte de fromage les autres ne pourraient pas manger, aucune des deux n'a mangé ni A, ni 2 C, ni 3 V. Les possibilités restantes, pour chacune des deux indépendamment, sont donc C + V + V, C + V + B, C + B + B, V + V + B, V + B + B ou B + B + B. Charlotte est capable de dire ce que chacune des deux a mangé et non pas les deux ensemble. En supposant par exemple qu'Astrid ait mangé C + V + V et Bérengère C + V + B (ce qui est techniquement possible), Charlotte pourrait tout aussi bien penser que c'est Bérengère qui a mangé C + V + V, et Astrid C + V + B ! Vu les rôles indépendants et similaires que jouent Astrid et Bérengère, le seul cas où Charlotte peut savoir ce que chacune des deux a mangé est lorsque Astrid et Bérengère ont mangé la même chose ! Regardons ce qui reste dans ces différents cas.

Astrid et Bérengère ont mangé :	Il reste pour Charlotte :
2 × (C + V + V)	Impossible : il n'y a que 3 V
2 × (C + V + B)	V + B + B + A (1)
2 × (C + B + B)	V + V + V + A (2)
2 × (V + V + B)	Impossible : il n'y a que 3 V
2 × (V + B + B)	V + C + C + A (3)
2 × (B + B + B)	Impossible : il n'y a que 4 B

Cas (1). Il correspond au cas où Astrid et Bérengère ont mangé chacune C + V + B, mais il y a d'autres possibilités : Astrid a mangé C + V + V et Bérengère C + B + B, ou l'inverse ! Donc, dans le cas (1), Charlotte ne pourra pas dire avec certitude ce que chacune des deux a mangé.
Cas (3). De même, il y a d'autres possibilités : Astrid pourrait avoir mangé V + V + B et Bérengère B + B + B, ou l'inverse. Donc dans ce cas non plus Charlotte ne pourrait pas conclure.
Cas (2). Astrid et Bérengère ont forcément mangé un et un seul C, sinon l'autre aurait mangé 2 C et aurait pu dire ce que les autres ne pourraient pas manger. Chacune des deux a donc mangé (C, *, *), et, comme il reste 4 B à répartir, chacune a donc mangé (C, B, B). C'est la seule solution possible, et le seul cas où Charlotte soit en mesure de conclure. Le fromage restant est forcément le fromage au lait d'ânesse. En effet, Charlotte sait que, de toute façon il reste A parmi les 4 fromages restants (sinon Astrid et Bérengère auraient répondu différemment). Supposons que Charlotte ait tiré (A, V, V). Dans ce cas, elle n'aurait pas pu avoir de certitude quant au fromage restant, qui aurait pu être V, mais aussi B ou C ce qui mettrait à bas toute la théorie précédente, puisque, pour pouvoir conclure, les quatre fromages restants doivent être nécessairement (V, V, V, A) ! Elle a donc forcément tiré (V, V, V).
Astrid a mangé 1 fromage de chèvre et 2 fromages de brebis ; Bérengère a mangé 1 fromage de chèvre et 2 fromages de brebis ; Charlotte a mangé 3 fromages de vache ; il reste le fromage au lait d'ânesse.

736 Souris (4)

Énigme

Pour l'anniversaire de son chat Oscar, Julie a acheté 500 souris mécaniques.
Bien sûr, Oscar n'en avait pas besoin d'autant, mais il y avait une promotion !
Et, pour les différencier, elle a nommé chaque souris avec 2 lettres, la première se nommant « AA », la deuxième « AB », la troisième « AC », la vingt–sixième « AZ », les suivantes « BA », « BB », « BC » et ainsi de suite.

Mais quelles sont les lettres inscrites sur la 500$^{\text{ème}}$ souris ?

« Le chat et les souris », `http://www.mathsaharry.com/`

Commençons par remarquer qu'on change de première lettre toutes les 26 souris…
La 26$^{\text{ème}}$ souris est nommé AZ, la 52$^{\text{ème}}$ (2×26) se nommera BZ, la 78$^{\text{ème}}$ (3×26) se nommera CZ, et ainsi de suite.

Or $500 = 19 \times 66 + 6 = 494 + 6$. Donc la 494$^{\text{ème}}$ souris se nommera SZ, puisque S est la 19$^{\text{ème}}$ lettre de l'alphabet.

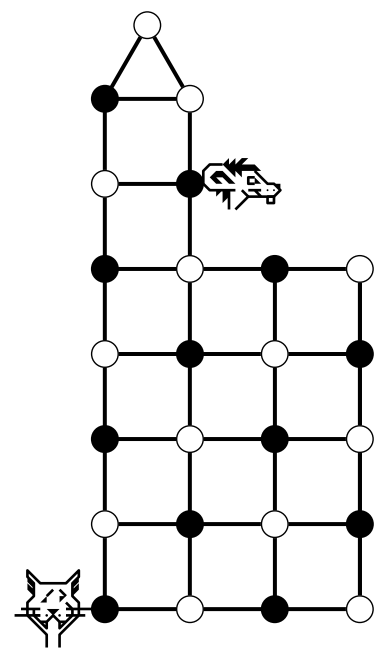
La 495$^{\text{ème}}$ se nommera TA, la 496$^{\text{ème}}$, TB, la 497$^{\text{ème}}$, TC, la 498$^{\text{ème}}$, TD, la 499$^{\text{ème}}$, TE… et la 500$^{\text{ème}}$, TF.

737 Souris (5)

Énigme

La grille ci-dessous est un assemblage de carrés et d'un triangle.
Leurs sommets portent des cases en forme de disques.
Au départ, le chat et la souris occupent les cases indiquées sur la figure.
Ils vont se déplacer sur cette grille, chacun à son tour, passant chaque fois d'une case à une case voisine le long d'un segment de droite.
Le chat avancera le premier.
Il veut attraper la souris.
Il pourra la manger dès qu'il se trouvera sur la même case qu'elle.

Quelle stratégie le chat doit-il suivre pour être sûr de pouvoir manger la souris ? Expliquer.



« Grille-souris », Mathématiques sans frontières, Académie de Strasbourg, 2007

Au début de jeu, la souris a le temps de quitter la tour, où elle est en danger.

Elle descend donc dans le rectangle pendant que le chat se rapproche.

On observe que les cases sont alternativement sombres ou claires.

Si le chat se déplace dans le rectangle, la souris répond toujours en allant sur une case de la même couleur que la sienne.

Elle pourra ainsi se maintenir à une distance de sécurité, restant sur une case diagonalement opposée à celle du chat dans un carré.

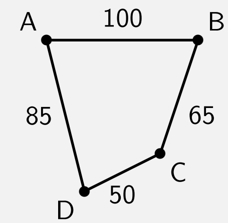
Pour changer cette alternance des couleurs, le chat doit aller au sommet de la tour pour passer successivement sur 2 cases claires.

Au retour, il sera maître du jeu et pourra repousser la souris dans un coin, avant de la croquer.

738 Souris (6)

Énigme

Chaque nuit, quatre mignonnes souris blanches nommées A, B, C et D dorment dans leur cage.
Elles sont étendues chacune dans leur litière.
La distance entre chaque litière en sourimètres est indiquée.



Le lundi, la souris A reçoit les trois autres chez elle.
Le mardi, c'est la B qui reçoit ; le mercredi, c'est au tour de la C ; le jeudi, c'est la D.

Quel jour de la semaine la distance parcourue par les trois voyageuses sera-t-elle la plus courte ?

« Souris blanches », `http://recreomath.qc.ca/`

Vers A, la distance minimale est de 100 + 135 + 85 = 320 sourimètres.

Vers B, elle est de 65 + 115 + 100 = 280 sourimètres.

Vers C, elle est de 50 + 65 + 135 = 250 sourimètres.

Vers D, elle est aussi de 85 + 50 + 115 = 250 sourimètres.

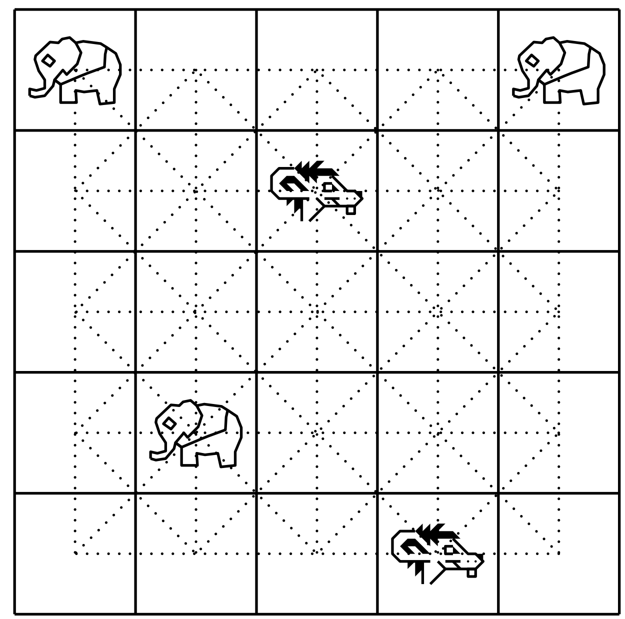
La distance parcourue est la plus courte le mercredi et le jeudi.

739 Souris (7)

Énigme

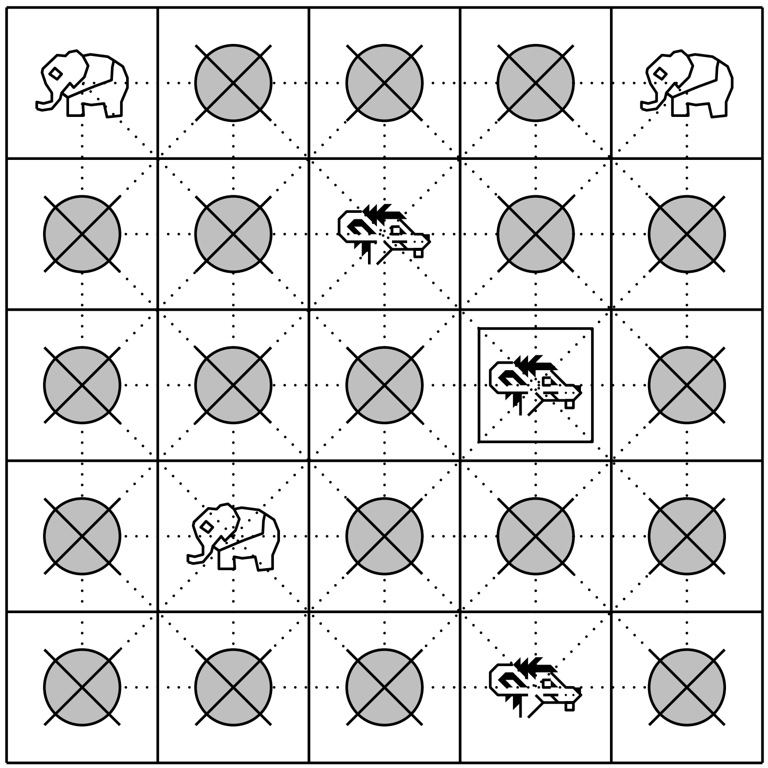
Le jeu suivant se joue à deux.
Le premier joueur possède des éléphants, le second joueur possède des souris.
On peut placer son animal dans une case à condition que les éléphants et les souris ne se voient ni à l'horizontale, ni à la verticale, ni en diagonale (un éléphant peut voir un éléphant mais pas une souris, une souris peut voir une souris mais pas un éléphant).
On ne déplace pas un animal déjà posé sur le plateau, on ne peut pas mettre deux animaux sur la même case.
Un joueur gagne si son adversaire ne peut plus jouer.
C'est au tour du joueur des souris.

Où peut-il placer son troisième rongeur ?
Qui va gagner ?



« Gare aux souris », Rallye mathématique Poitou-Charente, 3ème, 2013

On élimine toutes les cases alignées avec un éléphant (ronds grisés).



Il ne reste qu'une case pour placer la souris (souris encadrée).

On élimine alors toutes les cases alignées avec une souris (les croix).

Il ne reste aucune case libre.

Il n'est pas possible de placer un autre éléphant.

C'est donc le joueur possédant les souris qui a gagné.

740 Souris (8)

Énigme

Sur l'étagère de la cave se trouvent des morceaux de gruyère identiques.
Trois souris, une petite, une de taille moyenne, et une grosse, viennent régulièrement dans cette cave pour grignoter le gruyère dont elles raffolent.
La petite souris dévore un morceau en un quart d'heure.
La souris de taille moyenne dévore un morceau en 7 min 30 s.
La grosse souris, la plus gourmande, dévore un morceau en 5 min.
Hélas, un jour, il ne reste plus qu'un seul morceau de gruyère en tout identique à ceux toujours entreposés.
Les trois souris se précipitent en même temps sur ce morceau pour le dévorer.
Chaque souris mange à son rythme habituel.

Combien de temps faudra-t-il aux trois souris pour dévorer entièrement ce morceau de gruyère ?

« Miam-miam », Compétition Mathématiques Sans Frontières, Épreuve de découverte, 2015

En une heure, la petite souris mange l'équivalent de $60 \div 15 = 4$ morceaux.
En une heure, la moyenne souris mange l'équivalent de $60 \div 7,5 = 8$ morceaux.
En une heure, la grosse souris mange l'équivalent de $60 \div 5 = 12$ morceaux.

Par conséquent, en une heure, les trois souris mangent ensemble l'équivalent de $4 + 8 + 12 = 24$ morceaux.

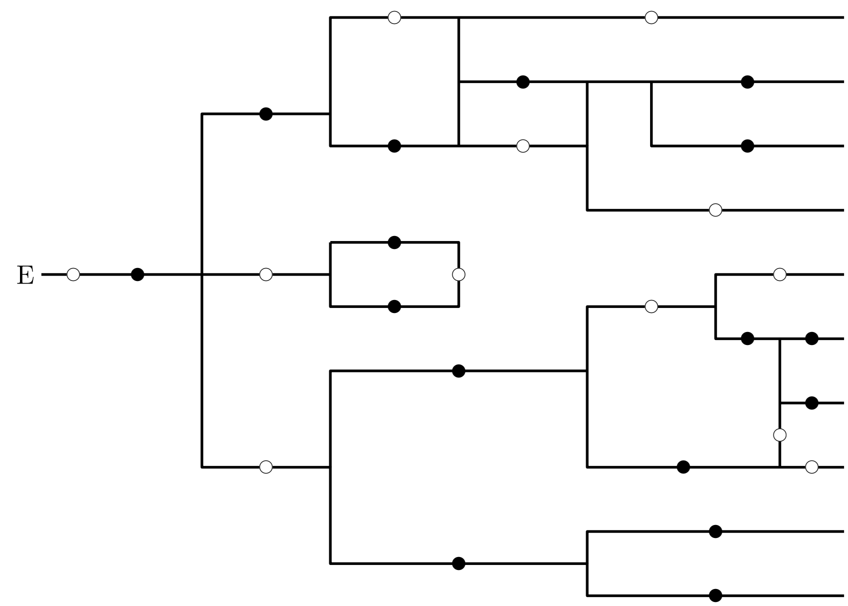
Donc pour manger ensemble un morceau, il leur faudra $1/24$ h, soit 2 minutes et 30 secondes.

741 Souris (9)

Énigme

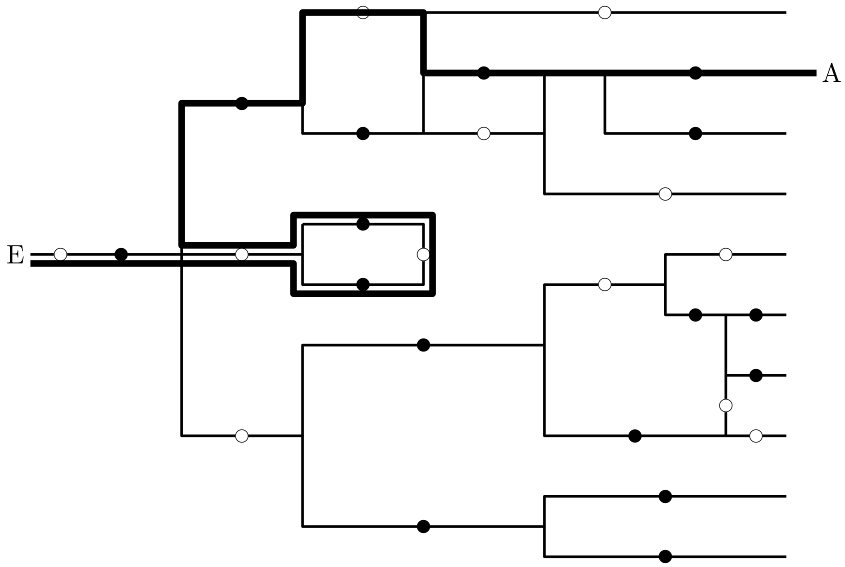
Dans un laboratoire, des chercheurs testent un certain apprentissage sur des souris.
Les souris doivent traverser un réseau de couloirs avant de sortir.
Dans ce réseau, toutes les portes sont automatiques.
Au départ, toutes les portes marquées d'un rond blanc sont ouvertes, toutes celles marquées d'un rond noir sont fermées.
Chaque fois qu'une souris passe une porte ouverte, toutes les portes ouvertes se referment aussitôt et toutes les portes fermées s'ouvrent.

Trouve le chemin que doit prendre une souris pour sortir.



D'après « Les portes logiques », Rallye mathématique de l'IREM Paris-Nord, 2015

Pour sortir du dédale, il faut utiliser la boucle centrale. Cela permet d'emprunter le chemin de gauche et de trouver la sortie.



742 Souris (10)

Énigme

Ça y est, deux souris ont envahi ce matin l'armoire à provisions !
Très affairées à piller les réserves, elles sont aussi très organisées : Grisette ouvre les « sachets fraîcheur » de trois biscottes et Roussette, les paquets contenant quatre tranches de gouda.
Ce que les souris préfèrent, ce sont les « canapés » : une tranche de fromage sur une biscotte.
Grisette suggère à sa comparse d'échanger biscottes contre fromage.
« D'accord, mais deux biscottes contre une tranche de fromage », dit Roussette, pas prêteuse.
Et les échanges vont bon train : deux biscottes pour une tranche de fromage ou une tranche de fromage contre deux biscottes, chaque souris n'ouvrant un nouveau sachet que s'il est indispensable à son appétit ou à une transaction.
À la fin de la matinée, rassasiées par les canapés engloutis, elles arrêtent leur manège.
Il reste alors à Roussette quelques biscottes mais plus aucune tranche de fromage et à Grisette quelques tranches de fromage mais plus aucune biscotte.
Plus tard, commentant son indigestion, Grisette se justifie : « Que voulez-vous, à tout moment, il manquait du fromage pour aller sur mes biscottes ou des biscottes pour soutenir mon fromage. »

Grisette ment-elle ?
Combien lui restait-il de tranches de fromage à la fin de la matinée ?

« Le festin des souris », *Jeux mathématiques du* Monde, Problème n° 418 du 01/03/2005

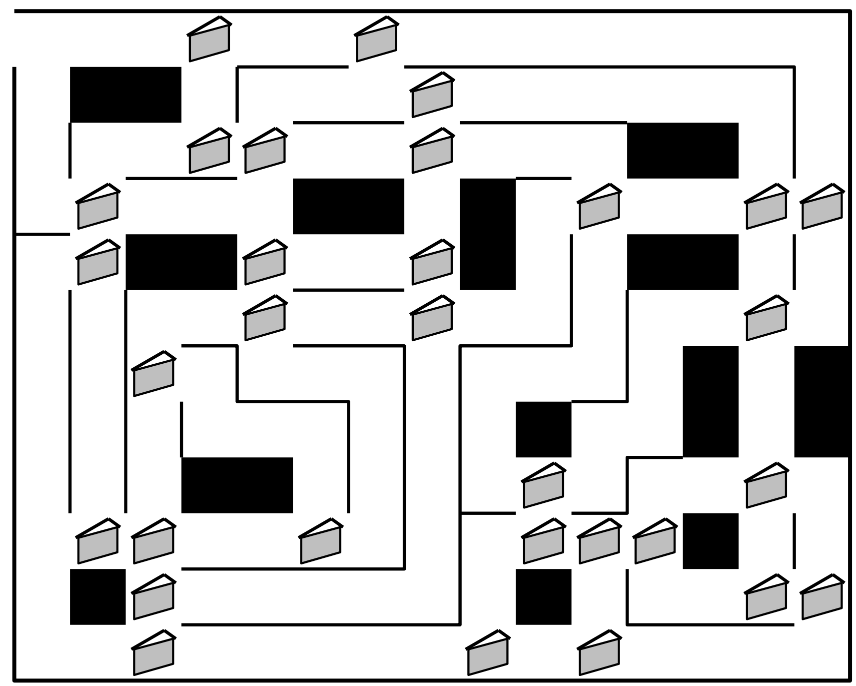
Il suffit de s'intéresser à la différence « Nombre de biscottes − nombre de tranches de fromage » possédées par Grisette.
Cette différence, strictement positive avant le premier échange (elle est égale à 3 à l'ouverture du premier sachet), augmente de 3 à chaque ouverture de sachet et diminue de 3 à chaque échange.
Quand il ne reste plus de biscotte, c'est qu'elle est égale à -3 (au-delà, il y aurait eu une ouverture ou un échange inutile).
De plus, pour passer de $+3$ à -3, c'est qu'elle a transité par 0 au bout d'un nombre entier d'échanges.
Autrement dit, à un moment donné, elle avait autant de biscottes que de tranches de fromage.
Par conséquent, elle ment et, de plus, il reste donc à Grisette trois tranches de gouda.

743 Souris (11)

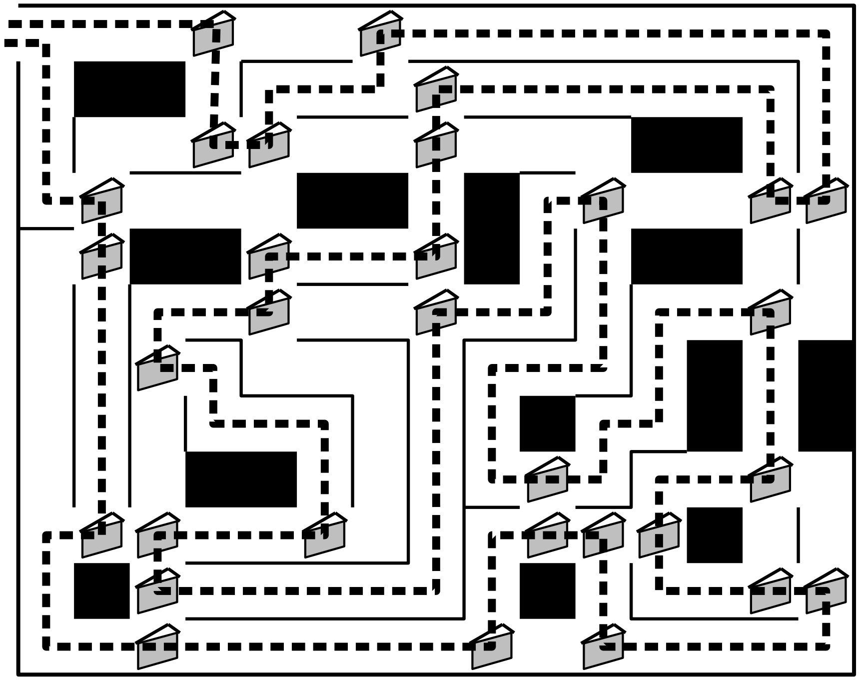
Énigme

Attirée par l'odeur, Souricette la souris est entrée dans ce château mystérieux.
Ses innombrables corridors sont jonchés de bouts de fromage.
À chaque fois que Souricette en mange un, un mécanisme secret se déclenche, et lui barre le chemin du retour.
La gourmandise est plus forte, et Souricette mange tous les bouts de fromage.
Pourtant elle sort du château !

Quel chemin a été emprunté par Souricette ?



D'après « La gourmandise », *Jeux & stratégie*, n° 3, Juin-Juillet 1980



744 Souris (12)

Énigme

Jacob a une commode rectangulaire ayant 3 rangées de 3 tiroirs dans laquelle se cache régulièrement une souris.
Elle choisit d'abord l'un des tiroirs au hasard puis, chaque fois que Jacob ouvre un tiroir pour vérifier si la souris s'y trouve et qu'elle n'y est pas, elle attend qu'il le referme et sort alors du tiroir où elle était afin de le narguer.
Elle se cache ensuite dans l'un des tiroirs adjacents, horizontalement ou verticalement, qu'elle choisit toujours au hasard.

1. Trouver la meilleure stratégie à employer pour que Jacob attrape le plus rapidement possible la souris.
2. S'il se donne les meilleures chances possibles, calculer le nombre moyen d'essais nécessaires pour que Jacob attrape la souris.

« 6. Une souris pas commode », Concours de l'Association Mathématique du Québec, Ordre collégial, 2009

1. L'endroit à partir duquel la souris a le plus grand nombre de possibilités de déplacement (quatre) est le tiroir du milieu.
Pour se donner les meilleures chances, Jacob doit donc, *lorsque c'est possible*, choisir le tiroir du milieu.
Ainsi, s'il se trompe, cela signifie que la souris n'était pas dans le tiroir du milieu, ce qui limite par la suite ses possibilités de mouvement.

2. Posons :
- n_0 le nombre moyen d'essais requis dans la situation initiale ;
- n_0 le nombre moyen d'essais requis si l'on vient de voir la souris dans un des tiroirs en coin ;
- n_0 le nombre moyen d'essais requis si l'on vient de voir la souris dans un tiroir de côté.

On a alors :

$$\begin{cases} n_0 = 1 + \dfrac{1}{9} \times 0 + \dfrac{4}{9}\, n_1 + \dfrac{4}{9}\, n_2 = 1 + \dfrac{4}{9}\, n_1 + \dfrac{4}{9}\, n_2 \\ n_1 = 1 + \dfrac{1}{2} \times 0 + \dfrac{1}{2}\, n_2 = 1 + \dfrac{1}{2}\, n_2 \\ n_2 = 1 + \dfrac{1}{3} \times 0 + \dfrac{2}{3}\, n_1 = 1 + \dfrac{2}{3}\, n_2 \end{cases}$$

Il ne reste qu'à résoudre.

$$n_1 = 1 + \frac{1}{2}\, n_2 = 1 + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2}{3}\, n_1\right) = \frac{3}{2} + \frac{1}{3}\, n_1$$

On obtient donc :

$$n_1 = \frac{9}{4}$$

$$n_2 = 1 + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} = \frac{5}{2}$$

$$n_0 = 1 + \frac{4}{9}\, n_1 + \frac{4}{9}\, n_2 = 1 + \frac{4}{9} \times \frac{9}{4} + \frac{4}{9} \times \frac{5}{2} = \frac{28}{9}$$

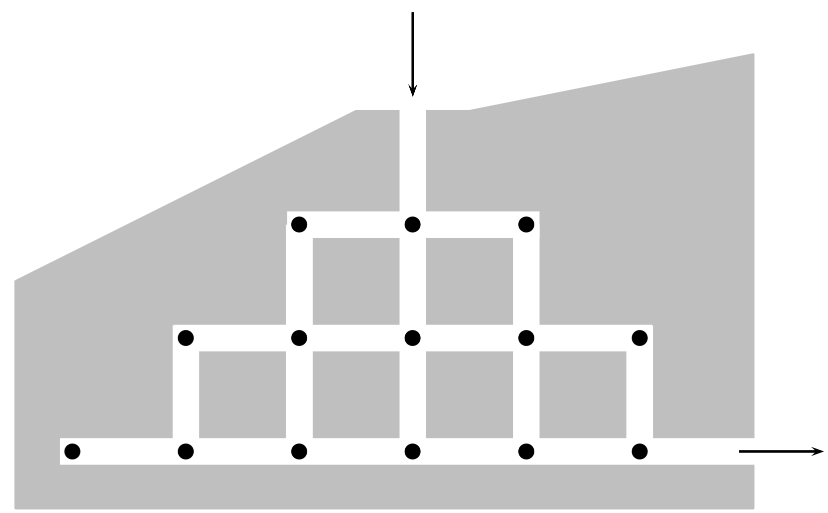
Le nombre moyen d'essais requis est donc $\dfrac{28}{9} \approx 3,1$.

745 Souris (13)

Énigme

La souris Jerry entre dans un système de tunnels qui contient 14 morceaux de fromage (voir la figure ci-dessous).
Elle n'a pas le droit de passer deux fois au même endroit.

Quel est le nombre maximum de morceaux de fromage qu'elle pourra manger avant de sortir ?
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

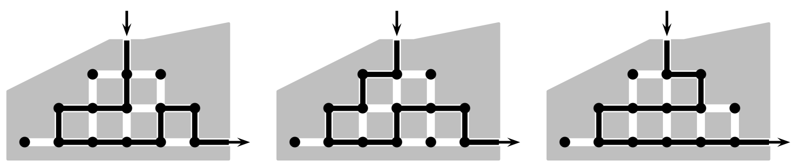


Kangourou des mathématiques, 2011, Sujet E, n° 14

Réponse **B**

Jerry ne peut pas prendre le morceau en bas à gauche de la figure (elle ne pourrait plus bouger sans repasser sur son chemin).
Dès le départ, après avoir pris son premier morceau, si Jerry continue tout droit, elle ne pourra plus revenir prendre aucun des deux morceaux laissés à droite ou à gauche et elle en laissera alors trois au minimum (voir la première figure ci-dessous).
Si, après avoir pris son premier morceau, Jerry part à droite ou à gauche, elle créera une impasse de l'autre côté ; ensuite, elle ne pourra pas parcourir les deux lignes de 5 morceaux (l'une sur l'autre en bas) sans laisser un morceau de côté ; elle laisse alors aussi 3 morceaux au minimum.
Dans tous les cas Jerry laisse donc 3 morceaux au minimum et ne peut en manger que $14 - 3$, soit 11, au maximum.

Voici trois exemples de chemin où elle peut manger 11 morceaux de fromages :



746 Souris (14)

Énigme

Un chat était un un très bon chasseur de souris.
Le premier jour, il attrapa le tiers des souris.
Le lendemain, il mit la patte sur le tiers des souris restantes et fit de même le troisième jour.
Le quatrième jour, il coinça les huit dernières souris.

Combien y avait-il de souris au départ ?

« 26. Combien y avait-il de souris ? »,
Les énigmes de Shéhérazade, R. Smullyan, Éd. Flammarion, 1998

Huit représente les deux-tiers de douze, qui représente les deux-tiers de dix-huit, qui représente les deux-tiers de vingt-sept.

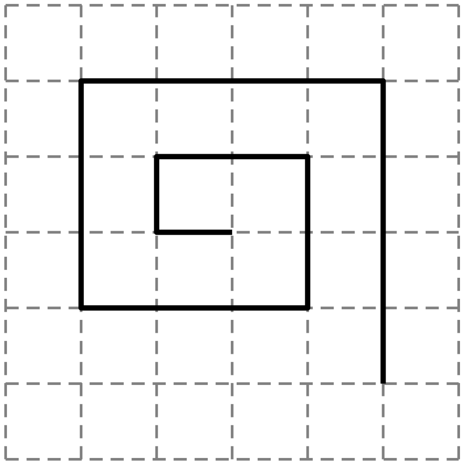
Il y avait vingt-sept souris.

747 Souris (15)

Énigme

Sophie la souris marche sur un drôle de chemin constitué de 18segments (dont le début est dessiné ici).
Les deux premiers segments mesurent chacun 1 cm.
Les deux suivants mesurent 2 cm, les deux suivants mesurent 3 cm, et ainsi de suite.

Quelle est la longueur du chemin parcouru par Sophie ?



« 1. Sophie la souris », $18^{\text{ème}}$ Championnat des Jeux Mathématiques et logiques, Demi-finales régionales

Segment 1 et segment 2 : 1 cm
Segment 3 et segment 4 : 2 cm
Segment 5 et segment 6 : 3 cm
Segment 7 et segment 8 : 4 cm
Segment 9 et segment 10 : 5 cm
Segment 11 et segment 12 : 6 cm
Segment 13 et segment 14 : 7 cm
Segment 15 et segment 16 : 8 cm
Segment 17 et segment 18 : 9 cm

La longueur du chemin est égale à $2 \times (1+2+3+\cdots+9)$ cm, c'est-à-dire à 90 cm.

748 Souris (16)

Énigme

Lucifer, le chat bien connu, a chassé des souris pendant plusieurs jours de suite.
Il a attrapé 55 souris au total.
Du deuxième au dernier jour, Lucifer a toujours attrapé deux souris de plus que le jour précédent.

Le premier jour, combien de souris a-t-il attrapées ?

« 9. Pauvres souris », $18^{\text{ème}}$ Championnat des Jeux Mathématiques et logiques, Finale, Jour 2, 2017

On désigne par S le nombre de souris attrapées le premier jour et par N le nombre de jours.

N ne peut pas être pair est pair car le nombre total de souris, 55, est impair.

- $N = 3$
  $S + (S + 2) + (S + 4) = 3\,S + 6 = 3\,(N + 2)$, multiple de 3, ne peut pas être égal à 55, non divisible par 3.
- $N = 5$
  $S + (S + 2) + (S + 4) + (S + 6) + (S + 8) = 5\,S + 20 = 55$ donne $S = 7$
- $N = 7$
  $S + \cdots + (S + 12) = 5\,S + 20 + 10 + 12 = 5\,S + 42$ ne peut pas être égal à 55.
- $N \geqslant 9$
  Le nombre total de souris dépasse $42 + 14 + 16 = 72$.

Le premier jour, il a attrapé sept souris.

749 Souris (17)

Énigme

Cinq souris vertes comparent leurs robes.
La robe d'Aline est plus foncée que celle de Bérénice.
La robe de Bérénice est plus claire que celle de Camille et que celle de Delphine.
Elma a une robe plus foncée que celle de Delphine mais plus claire que celle de Camille.
Camille n'a pas la robe la plus foncée.

Range les souris, de gauche à droite, de la robe la plus claire à la robe la plus foncée, en désignant chacune d'elles par son initiale.

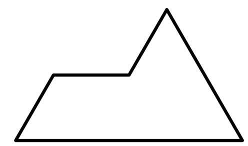
« 7. Les souris vertes », 18$^{\text{ème}}$ Championnat des jeux mathématiques et logiques, Finale suisse, 2004

B D E C A

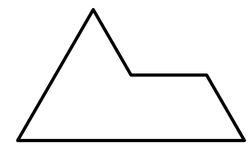
750 Sphinx (1)

Énigme

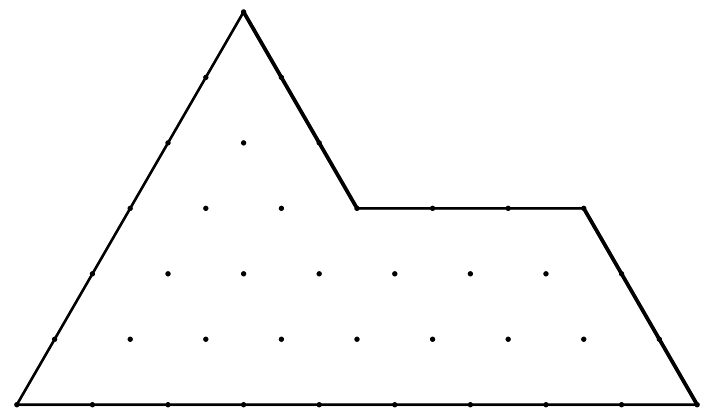
À l'aide de neuf pièces du type 1 ou du type 2, recouvrir exactement le Sphinx. (Les pièces peuvent être éventuellement tournées)

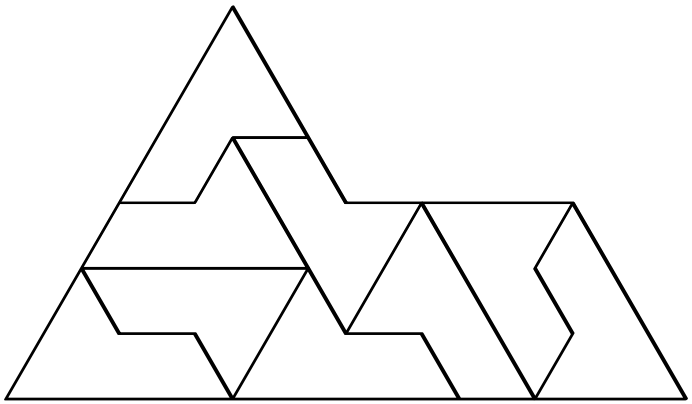


Type 1



Type 2





751 Sphinx (2)

Énigme

Vous voici arrivés à un croisement, d'où partent deux chemins ; un chemin vous mènera au paradis, alors que l'autre vous conduira inexorablement en enfer.
Devant chacun de ces deux chemins se trouve un sphinx ; ceux-ci savent vers où accèdent ces deux routes.
Vous n'avez pas oublié que l'un des deux sphinx ment toujours et que l'autre dit toujours la vérité.

Comment, en posant une seule question, serez-vous sûr d'aller au paradis ?

Il faut demander à l'un des sphinx : « Que répondrait l'autre sphinx à la question : « Où se trouve le chemin du paradis ? »

Appelons A le sphinx auquel il pose la question et B l'autre.
Examinons maintenant les deux seules possibilités suivantes.

- A dit la vérité et B ment.
  A va demander à B le chemin du paradis, qui va lui donner en retour le chemin de l'enfer.
- A ment et B dit la vérité.
  A va demander à B le chemin de l'enfer, qui va lui donner en retour le chemin de l'enfer.

Dans les deux cas sera indiqué le chemin de l'enfer.

Il vous donc prendre l'autre chemin !

Voici une autre question possible pour laquelle les deux sphinx n'ont pas besoin de savoir si l'autre ment ou pas : « Si je t'avais demandé, il y a une minute, où est la porte du paradis, que m'aurais-tu répondu ? ». Celui qui dit la vérité dira encore la vérité et le menteur dira un mensonge sur son mensonge, ce qui équivaut à dire la vérité !

752 Sphinx (3)

Énigme

Le Sphinx de cette partie du monde a décidé de mentir 6 jours sur 7 ! Pour pouvoir passer vous devez lui donner le nom du jour où il ne ment pas.
Pour ce faire, vous avez le droit (et le devoir) de passer 3 jours de suite où il vous délivre à chaque fois une indication permettant de déterminer quel est le jour où il dit la vérité.
Durant ces trois jours, le sphinx dit successivement :
Jour 1 : « Je mens le lundi et le mardi.
Jour 2 : — Aujourd'hui, nous sommes soit jeudi, soit samedi, soit dimanche.
Jour 3 : — Je mens le mercredi et le vendredi. »

Quel est donc ce jour où le Sphinx dit la vérité ?

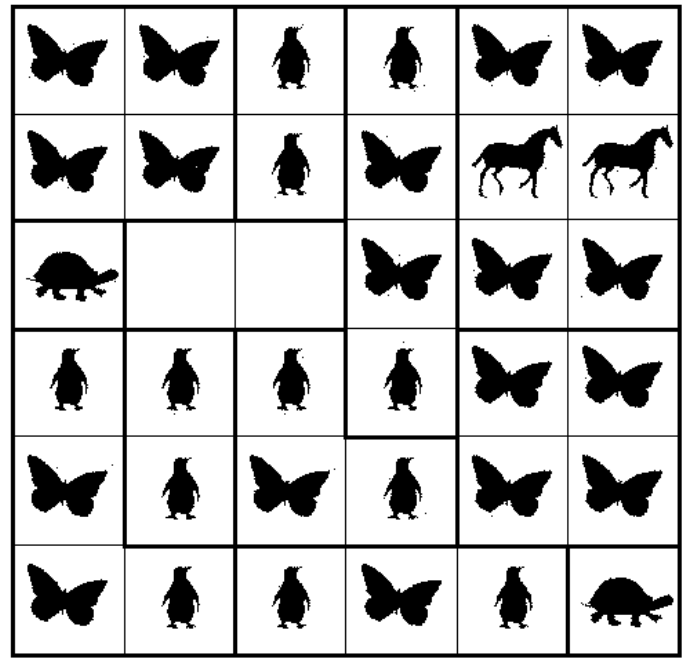
- Supposons que le premier jour soit un lundi. Alors, si le sphinx ment le lundi, sa première phrase est fausse, et il ne ment donc pas le mardi. Mais ceci contredit la phrase dite le jour 2 (le mardi), qui est la vérité. S'il dit la vérité le lundi, on obtient une contradiction avec la première phrase. Il est donc impossible que le jour 1 soit un lundi.
- Supposons que le premier jour soit un mardi. Comme ci-dessus, le sphinx ne peut pas dire la vérité le mardi, donc il ment et il dit la vérité le lundi. Oui, mais le jour 3 est un jeudi, il ment et il dit donc la vérité le mercredi ou le vendredi. Comme il dit la vérité un seul jour, on a là aussi une contradiction.
- On peut répéter ainsi le raisonnement jusque. . .
- On fait l'hypothèse que le jour 1 est un dimanche. S'il dit la vérité, on a contradiction avec la phrase du jour 3, qui est un mensonge. Il ment donc, et il dit la vérité le lundi ou le mardi. S'il dit la vérité le lundi, on a contradiction avec la phrase 2. Il ne peut donc dire la vérité que le mardi, et on n'a pas de contradictions avec le reste (la phrase 2 est bien un mensonge, la phrase 3 est bien la vérité).

En conclusion, vous avez rencontré le sphinx le dimanche, le lundi et le mardi, et il dit la vérité uniquement le mardi.

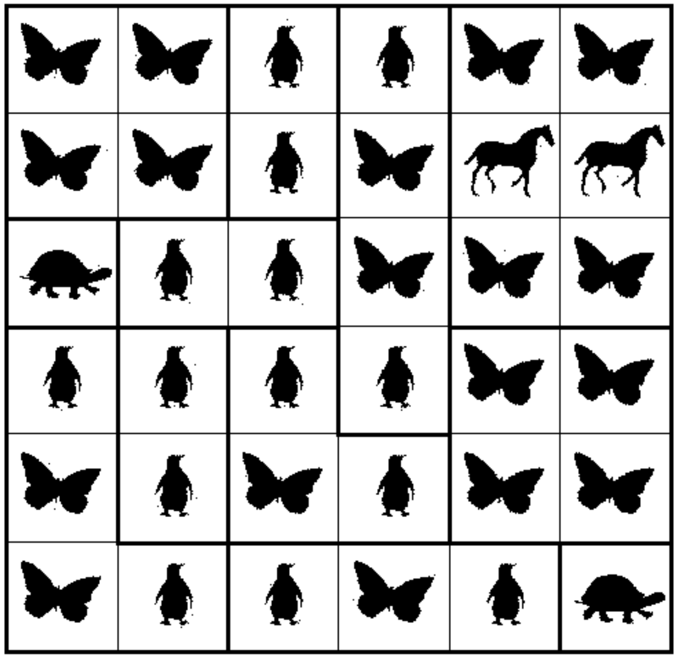
753 Tableau d'animaux

Énigme

Remplis les cases vides du tableau avec les symboles d'animaux qui conviennent !



D'après « Tableau d'animaux », *Magiques mathématiques !*, C. A. Pickover, Dunod



- Lorsqu'une case a un seul côté en trait gras, elle contient le symbole Cheval.
- Si la case a deux côtés en gras, elle contient le symbole Papillon.
- Si elle a trois côtés gras, elle contient le symbole Pingouin.
- Si les quatre côtés sont en gras, elle contient le symbole Tortue.

754 Taupe

Énigme

Une pièce d'or est enterrée.
Grizou, une taupe se trouve à 1 mètre de la pièce.
Olive, une autre taupe, se trouve à3 mètres de la pièce.

Combien de mètres, au minimum, doit faire Grizou pour que les deux taupes se retrouvent au même endroit ?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

Kangourou des mathématiques du midi, 2020, n° 8

Grizou peut ne pas bouger et Olive le rejoindre. Au minimum, Grizou peut donc faire 0 m. La pièce d'or n'a rien à voir avec la question posée !

Réponse E

755 Têtard

Énigme

Papa crapaud lâche ses têtards au centre d'un tourniquet (circulaire) en mouvement.
À l'arrêt, ils les retrouvent tous sur la circonférence qui mesure 4,80 m, certains étant espacés de 40 cm et les autres de 60 cm.

Combien y a-t-il de têtards sur ce tourniquet sachant qu'aucun ne se trouve diamétralement opposé à un autre ?

« La révolution des têtards », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2013

La circonférence du tourniquet est égale à 480 cm.

Les têtards sont espacés de 40 cm ou 60 cm.

On désigne par n le nombre d'intervalles de 40 cm et par p le nombre d'intervalles de 60 cm.

Cherchons n et p tels que :

$$40 \times n + 60 \times p = 480$$

Deux têtards ne doivent pas être diamétralement opposés. Parmi les solutions de l'équation précédente, il faut éliminer celles où deux têtards seraient distants de 240 cm.

Examinons les cinq possibilités :

1. $480 = 40 \times 12 + 60 \times 0$
Incompatible avec la condition « 2 têtards non diamétralement opposés ».

2. $480 = 40 \times 9 + 60 \times 2$
Il y a 11 têtards sur le tourniquet.

3. $480 = 40 \times 6 + 60 \times 4$
Incompatible avec la condition « 2 têtards non diamétralement opposés ».

4. $480 = 40 \times 3 + 60 \times 6$
Il y a 9 têtards sur le tourniquet.

5. $480 = 40 \times 0 + 60 \times 8$
Incompatible avec la condition « 2 têtards non diamétralement opposés ».

Il y a deux solutions : 9 ou 11 têtards.

756 Tigre (1)

Énigme

Dans chacune des deux opérations cryptées par les lettres suivantes, chaque lettre correspond à un seul chiffre, un chiffre correspond à une seule lettre et aucun nombre ne commence par 0.

Déterminer l'unique solution de ce cryptarithme.

$$\begin{array}{ccccccc} & & T & I & G & R & E \\ + & L & I & O & N & N & E \\ \hline = & T & I & G & R & O & N \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & C & H & E & V & A & L \\ + & & V & A & C & H & E \\ \hline = & O & I & S & E & A & U \end{array}$$

On a $E+E=N$ ou $E+E=N+10$. Donc N est pair.
On a $T=L+1$ et $I+T \geqslant 10$ pour avoir une retenue. De plus, on doit avoir $I+T=I$ ou $I+T+1=I+10$ (cas avec une retenue). Comme T est non nul, on a donc : $L=8$ et $T=9$.
De plus, $O+I$ est supérieur ou égal à 10 (pour avoir une retenue), et donc, puisqu'ils sont tous deux inférieurs ou égaux à 7 (8 et 9 sont pris), on a : $G \leqslant 4$, $I \geqslant 3$ et $O \geqslant 3$.
Des points précédents, on déduit : $N \in \{0,\ 2,\ 4,\ 6\}$.
On va maintenant discuter suivant les valeurs possibles de N et de E.

- Si $N=0$ et $E=5$, alors on a $G=R$, ce qui est impossible.
- Si $N=2$ et $E=1$, alors on a $2+R=O$, $2+G=R$ et $O+I=10+G$, et donc $I=6$. Puis $G=3$, $R=5$ et $O=7$. Ceci donne la solution $867\,221+96\,351=963\,572$.
- Si $N=2$ et $E=6$, alors on a $3+R=O$ (car $O \neq 0$ et $R \leqslant 7$), puis $2+G=R$ et $O+I=10+G$. On en déduit que $I=5$, puis en résolvant les 3 dernières équations, que $G=5$ et $O=6$, ce qui est impossible puisqu'on a déjà $E=6$.
- Si $N=4$ et $E=2$, alors on a $4+R=O$ (rappelons qu'on doit toujours avoir $O \geqslant 3$), puis $R=4+G$ et $10+G=O+I$. On en déduit que $I=2$, impossible !
- Si $N=4$ et $E=7$, alors on a $O=5+R$, $R=5+G$ et donc $O=10+G$, impossible !
- Si $N=6$ et $E=3$, alors on peut avoir $O=6+R$, et donc $R \leqslant 1$. Dans ce cas, on doit avoir $10+R=6+G$ et comme $G \leqslant 4$, on en déduit $R=0$ et $O=6$, impossible. On peut aussi avoir $10+O=6+R$, et comme $O \geqslant 3$ et $R \leqslant 7$, on en déduit que $O=3$ et $R=7$. Mais c'est impossible, car on a déjà $E=3$.

Par conséquent, il y a une et une seule solution : $96\,351+867\,221=963\,572$.

$$\begin{array}{r} 9\,6\,3\,5\,1 \\ +\ 8\,6\,7\,2\,2\,1 \\ \hline =\ 9\,6\,3\,5\,7\,2 \end{array}$$

La solution de l'autre cryptarithme est :

$$\begin{array}{r} 4\,9\,6\,1\,2\,7 \\ +\quad 1\,2\,4\,9\,6 \\ \hline =\ 5\,0\,8\,6\,2\,3 \end{array}$$

757 Tigre (2)

Énigme

Un tigre guette un buffle endormi à 25 mètres.
Il s'en approche à raison de 25 cm par minute.
Lorsqu'il sera à 2,25 mètres du buffle, il se jettera sur lui.
Mais la sieste du buffle est de courte durée.
Dans 1 h 30, il se réveillera et rejoindra son troupeau.

Le tigre surprendra-t-il le buffle pendant son sommeil ?
Combien de temps s'écoulera-t-il avant que le tigre saute sur sa proie ?
(Donner le résultat en minutes.)

« 3. Les tigres savent-ils compter ?, *Concours Bombyx*, Quarts de finale, 5$^{\text{ème}}$, 2013

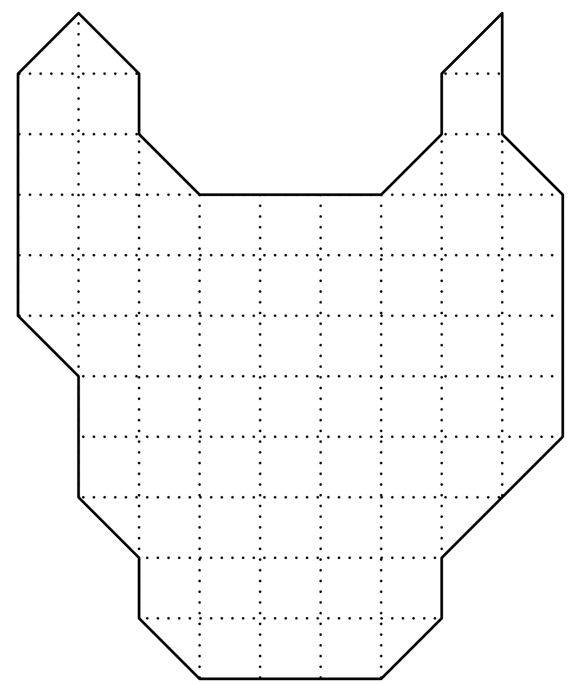
Le tigre a $25 - 2,25 = 22,75$ mètres à parcourir avant de sauter, c'est-à-dire 2 275 cm.
$2\,275 \div 25 = 91$ minutes soit 1 h 31.
Le tigre ne surprendra pas le buffle pendant son sommeil : il arrivera 1 minute trop tard !
Le tigre mettra 91 minutes avant de se jeter sur sa proie.

758 Tigre (3)

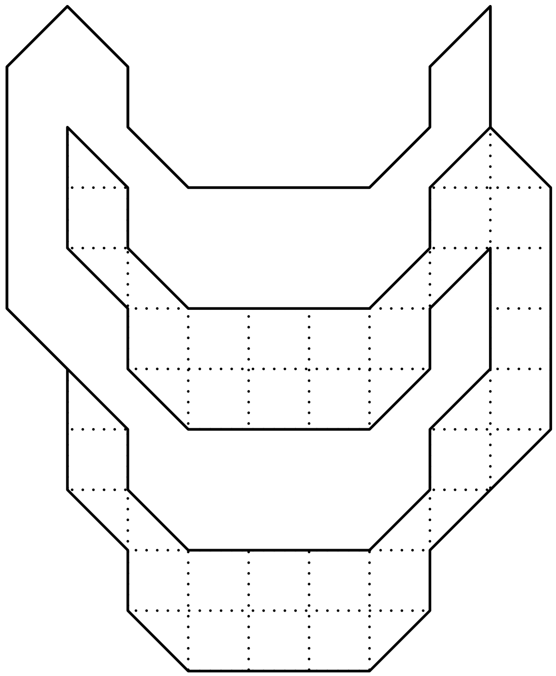
Énigme

La figure représente une tête de tigre.
Les couleurs de la fourrure découpent la tête en deux morceaux d'un seul tenant identiques aux translation, rotation et retournement recto verso près.

Tracez le découpage, sachant qu'il passe exclusivement par les côtés ou les diagonales à 45° des carrés de la grille.
Une seule solution est demandée.



« 16. La tête de tigre », 21ème Championnat des jeux mathématiques et logiques, Finale, Jour 1, 2007



759 Tortue (1)

Énigme

Les tortues font une course pour regagner l'océan :

- la tortue bleue est devant la tortue orange ;
- la tortue orange est la dernière ;
- la tortue jaune court derrière la rouge qui est juste derrière la tortue bleue.

Trouve l'ordre dans lequel se trouvent les tortues.

« La course des tortues », Académie de Bordeaux, Cycle 2

L'ordre est le suivant :

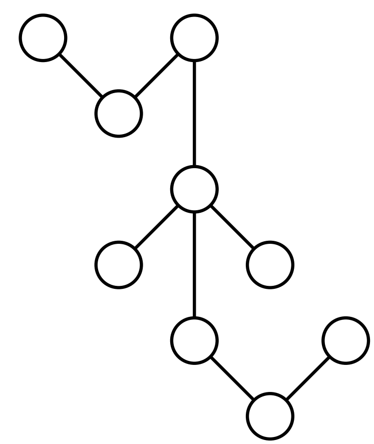
1. Bleue
2. Rouge
3. Jaune
4. Orange

760 Tortue (2)

Énigme

Neuf tortues lumineuses tirent une traîne sauvage dans la toundra du Nord québécois.
Elles sont numérotées de 12 à 20 et forment quatre groupes de trois tortues attachées ensemble : une verticalement et les trois autres de façon angulaire comme ci-après.
La somme des nombres de chacun des quatre groupes est la même.

Quelle est cette somme ?



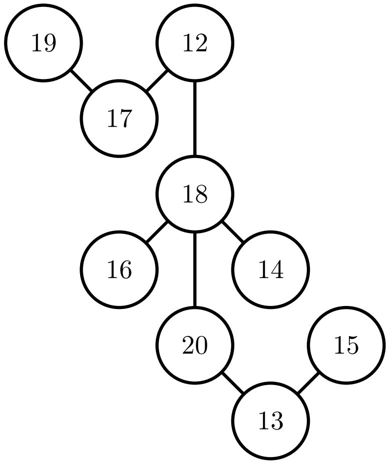
« Tortues de trait », Défi 30 de la série A du site Récréomath

La somme des nombres de 12 à 20 est 144.

Les trois groupes placés de façon angulaire contiennent les neuf tortues.
$144 \div 3 = 48$.

La somme des nombres est 48 dans chaque groupe.

À titre d'exemple, voici une configuration possible :



761 Tortue (3)

Énigme

Une tortue part de la case 1.
Elle glisse sur une case voisine horizontalement ou verticalement, puis sur une autre case obliquement, toujours en alternance.
Les quatre premiers pas de la tortue sont donnés.

À la suite de la case 4, trouvez un chemin que la tortue peut parcourir de façon à atteindre toutes les cases.

			2
	4	3	1

« Chemin tortueux », http://www.charleries.net/

Une marche possible est :

16	15	12	11
14	13	10	9
5	7	8	2
6	4	3	1

762 Tortue (4)

Énigme

Invitée à venir déguster une salade chez sa cousine Berthe, la tortue Joséphine est partie de chez elle le 30 décembre 2009 à 22 h 50.
La route est longue (!) et son voyage semé d'embûches aura duré exactement 2 010 minutes.

Quel jour, et à quelle heure, Joséphine est-elle arrivée chez sa cousine ?

« Le long périple de la tortue », Rallye Bombyx, Académie de Montpellier, Janvier 2010, $4^{\text{ème}}$

$2\,010$ min $= 33$ h 30 min (car $2\,010 = 33 \times 60 + 30$).

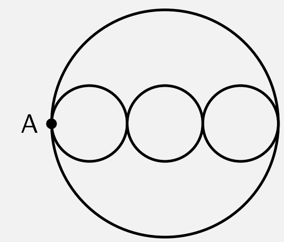
33 h 30 min $= 1$ jour 9 h 30 min.

Joséphine est arrivée le 1er janvier à 8 h 20.

763 Tortue (5)

Énigme

La tortue Lento part du point A, fait le tour de la grande piste circulaire pour revenir au même point.
La tortue Lambino part aussi du point A pour revenir à ce point mais en faisant le tour de tous les petits cercles une seule fois chacun.
Le centre des petits cercles est sur le diamètre du grand cercle.



Les deux tortues avancent à la même vitesse constante.

Qui de Lento ou de Lambino gagnera la course ?

« Lento et Lambino », `http://www.recreomath.qc.ca/`

Suppose que le diamètre du grand cercle soit de 6 unités. Le rayon mesure alors 3 unités. La circonférence du grand cercle mesure $6\,\pi$ unités : le trajet est de $6\,\pi$ unités sur le grand cercle.

Le diamètre de chaque petit cercle mesure 2 unités. Le rayon mesure 1 unité. Leur circonférence est $2\,\pi$ unités pour chacun. Comme il y a trois cercles, le trajet y est de $6\,\pi$ unités.

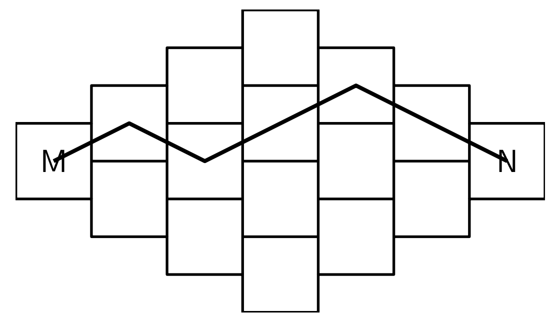
La distance à parcourir est la même. Les deux tortues arriveront au même moment.

764 Tortue (6)

Énigme

Une tortue part de la case marquée M et se dirige vers N en passant par le centre des cases. Elle ne doit jamais revenir en arrière ni se déplacer verticalement. Un chemin est donné.

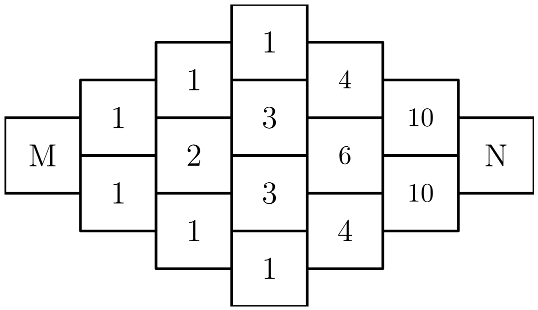
Combien y a-t-il de chemins différents en tout ?



« Une tortue », `http://recreomath.qc.ca/`

À partir de M, on compte le nombre de chemins en additionnant les chemins des cases adjacentes.

Voici le schéma qui montre le nombre de chemins en regard de chaque case :

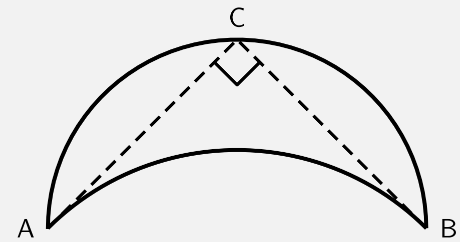


Il y a 20 chemins différents.

765 Tortue (7)

Énigme

L'aquarium des tortues de mer est un joli bassin en forme de lune.

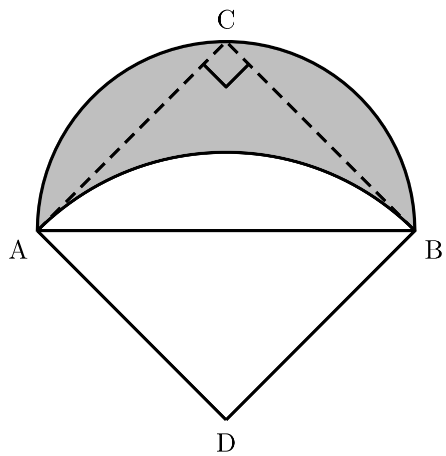


Les parois forment un demi-cercle dont le diamètre [AB] mesure 5 m et un arc de cercle tangent en A et B aux côtés [AC] et [BC].

Quelle est l'aire du bassin ?

« Bassin lune », Rallye mathématique d'Aquitaine, 2015

On note D le centre de l'arc de cercle tangent en A et B aux côtés [AC] et [BC].



D'après la définition de la tangente et les propriétés sur les quadrilatères, on prouve que ACBD est un carré.

$\mathcal{A}_{\text{bassin}} = \mathcal{A}_{1/2\text{ disque de diamètre [AB]}} - \mathcal{A}_{\text{portion de disque blanc}}$

Or $\mathcal{A}_{\text{portion de disque blanc}} = \mathcal{A}_{1/4\text{ disque de rayon [AD]}} - \mathcal{A}_{\text{ADB}}$

Le carré ACBD a pour côté $\dfrac{5}{\sqrt{2}}$ donc $\mathcal{A}_{\text{portion de disque blanc}} = \dfrac{25}{8}\pi - \dfrac{25}{4}$.

Donc $\mathcal{A}_{\text{bassin}} = \dfrac{25}{8}\pi - \left(\dfrac{25}{8}\pi - \dfrac{25}{4}\right) = \dfrac{25}{4}$.

L'aire du bassin est égale à 6,25 m^2.

766 Tortue (8)

Énigme

Le jour de ses 3 ans, mon arrière-grand-mère a reçu un bébé tortue à sa naissance.
La tortue est morte à l'âge de 93 ans et 7 mois.
C'était il y a 2 ans et 9 mois.

Dans combien de mois fêterons-nous les 100 ans de mon arrière-grand-mère ?

« Chère tortue », Rallye math 92, CM2, 2014-2015

Quand la tortue est morte, mon arrière-grand-mère avait 96 ans et 7 mois (93 ans et 7 mois auquel on ajoute les 3 ans, âge auquel elle a reçu la tortue).

Comme c'était il y a 2 ans et 9 mois, aujourd'hui, mon arrière-grand-mère a 99 ans et 4 mois (96 ans et 7 mois auquel on ajoute 2 ans et 9 mois).

Elle aura donc 100 ans dans 8 mois !

767 Tortue (9)

Énigme

Daniel peut remplir le réservoir d'eau pour sa tortue avec quatre seaux pleins.
À chaque voyage, il remplit un seau d'eau mais, avant d'arriver au réservoir, il en renverse la moitié.

Combien de voyages du robinet vers le réservoir doit-il effectuer pour le remplir ?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

« Quatre seaux pleins », Série 9*,
240 questions de calcul, de logique et de géométrie, Kangourou

Réponse **E**

Il reste la moitié d'un seau plein à chaque voyage.
Il faut donc deux voyages pour amener l'eau contenue dans un seau plein.
Pour remplir le réservoir contenant quatre seaux plein, il doit effectuer $2 \times 4 = 8$ voyages du robinet vers le réservoir.

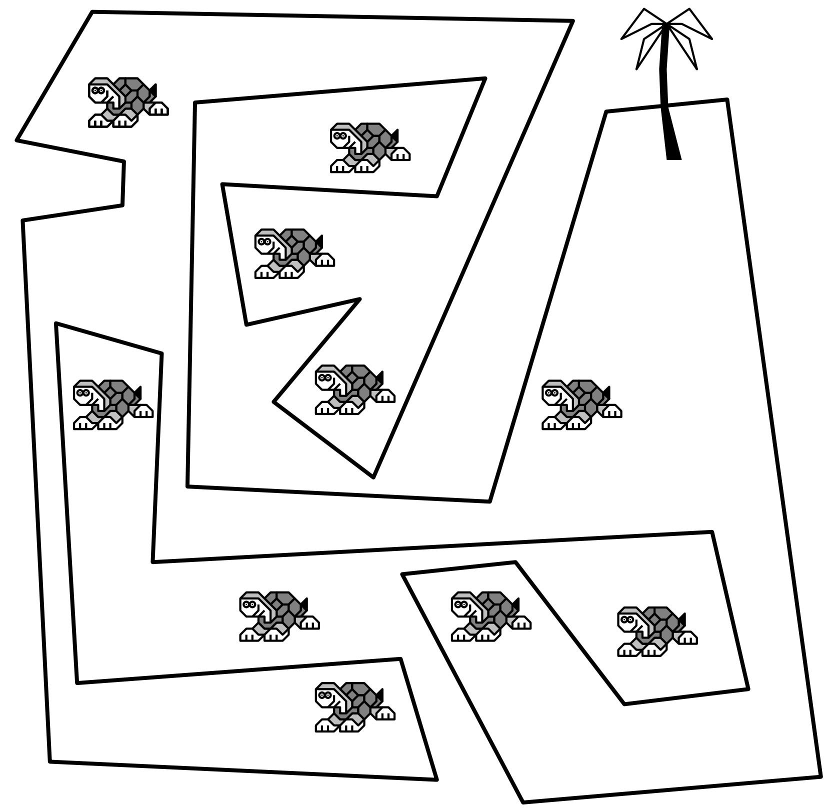
768 Tortue (10)

Énigme

L'île au cocotier a un contour très découpé.
Certaines tortues nagent dans la mer et d'autres se reposent dans l'île.

Combien de tortues se reposent dans l'île ?

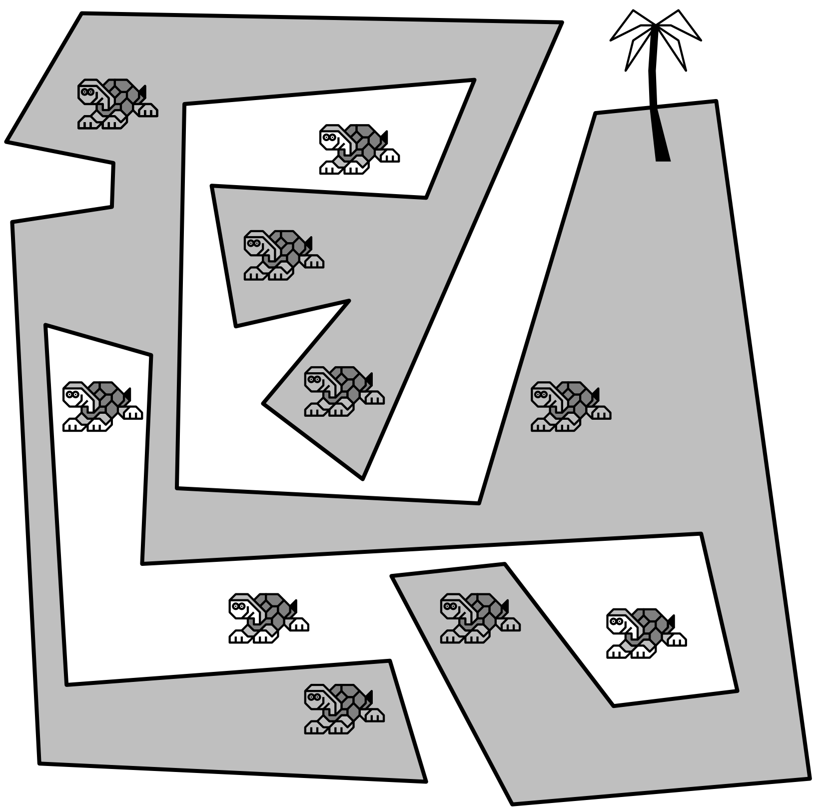
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9



Kangourou des mathématiques, 2015, Sujet E, n° 9

Réponse **B**

On peut compter plus facilement en coloriant la région fermée représentant l'île : il y a 4 tortues dans la mer et 6 dans l'île.



769 Tortue (11)

Énigme

Une tortue et un escargot filent en ligne droite vers un champ de laitues.
L'escargot fait du 1 cm/s ; la tortue va quatre fois plus vite.
L'escargot a une heure d'avance.

Combien de temps la tortue mettra-t-elle à le rattraper ?

« C28. La poursuite infernale »,
Exos-Malices, Quatrième-troisième-seconde, ACL-Éditions, 1997

Soit x la distance en centimètres entre le point de départ et l'endroit où la tortue rattrape l'escargot.
En comparant les temps réalisés par chacun on peut écrire :
$\dfrac{x}{4} + 3\,600 = x$
On déduit : $\dfrac{3\,x}{4} = 3\,600$
On déduit : $x = \dfrac{4}{3} \times 3\,600 = 4\,800$
C'est la distance couverte par la tortue en 1 200 secondes, c'est-à-dire 20 minutes.

770 Tortue (12)

Énigme

Zoé a une tortue et, pendant la semaine, elle la nourrit de la façon suivante :

- le lundi, le mercredi et le vendredi, elle lui donne la même quantité de nourriture ;
- le mardi, le jeudi et le samedi, elle lui donne le double des autres jours ;
- le dimanche, elle ne lui donne pas à manger.

Dans toute la semaine, Zoé donne à sa tortue 54 g de nourriture.

Calculez la quantité de nourriture que la tortue de Zoé mange chaque jour de la semaine.

« 5. La tortue de Zoé », Rallye mathématique transalpin, Épreuve 1, 2020

On représente par ■ la quantité de nourriture donnée le lundi.

On a donc :

Lundi	■
Mardi	■ ■
Mercredi	■
Jeudi	■ ■
Vendredi	■
Samedi	■ ■
Dimanche	

Il y a en tout 9 ■, qui représentent 54 g.

Donc 1 ■ représente $54 \div 9 = 6$ g.

Par conséquent,

- le lundi, le mercredi et le vendredi, la tortue de Zoé mange 9 g de nourriture ;
- le mardi, le jeudi et le samedi, la tortue de Zoé mange 18 g de nourriture ;
- le dimanche, la tortue de Zoé ne mange pas.

771 Truite (1)

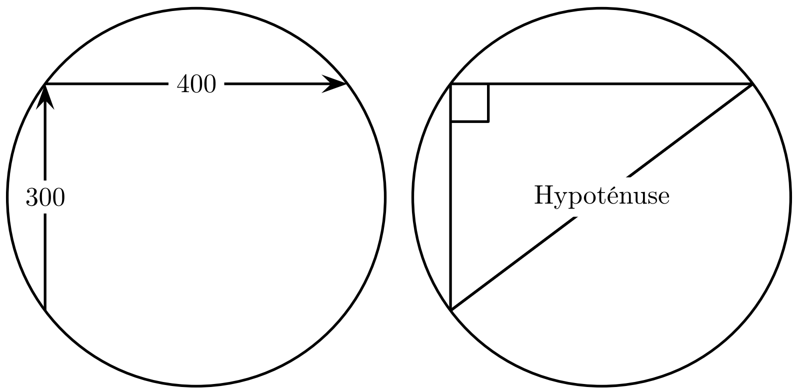
Énigme

Le rivage d'un lac décrit un cercle parfait.
Une truite se met en branle à un point du rivage et nage vers le nord sur une distance de 600 mètres avant de se heurter au rivage opposé. La truite nage ensuite sur 800 mètres vers l'est avant de se heurter à nouveau au rivage.

Quel est le diamètre du lac ?

« Le poisson encerclé », *OMNI Magazine*, décembre 1978

La truite a nagé vers le nord, puis vers l'est ; elle a donc fait un virage de 90° à la circonférence du cercle.
Or l'hypoténuse d'un triangle rectangle inscrit dans un cercle coïncide avec son diamètre.
Les côtés de ce triangle rectangle sont 600 m et 800 m.



Le carré de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est égal à la somme des carrés des deux côtés.
Hypoténuse$^2 = 600^2 + 800^2 = 36\,0000 + 64\,0000 = 100\,0000$
Hypoténuse $= \sqrt{100\,0000} = 1\,000$ mètres.

Le lac a donc un diamètre de 1 000 mètres.

772 Truite (2)

Énigme

Trois amis ont passé l'après-midi à pêcher.
L'un a pris six truites, un autre quatre truites et le troisième deux truites.
Trois autres amis se pointent à l'improviste.
Les pêcheurs décident de partager leur butin également pour le dîner.
En guise de compensation, chacun des trois nouveaux arrivants verse 10 florins.

Comment les trois pêcheurs se partageront-ils l'argent ?

« Un dîner saumoné », Défi 19 de la série C du site Récréomath

Chacun a mangé deux truites.

Celui qui avait six truites en a cédé quatre ; celui qui en avait quatre en a cédé deux et le troisième aucune.

Le montant versé est de 30 florins pour six truites, soit cinq florins par truite.

Le premier recevra 20 florins, le deuxième 10 florins et le troisième aucun florin.

773 Truite (3)

Énigme

Ahmed, Catherine et Bilel participent à un concours de pêche.
À la fin, ils constatent que :

- Bilel a pêché 7 truites de plus qu'Ahmed ;
- Catherine a pêché le double des truites pêchées par Bilel, c'est aussi le triple de celles pêchées par Ahmed.

Combien chacun des trois amis a-t-il pêché de truites ?

« 10. Concours de pêche », 24ème Rallye mathématique transalpin, Épreuve II, Cat. 7, 8, 9, 10, Mars-avril 2016

On désigne par t le nombre de truites pêchées par Ahmed.

Bilel a pêché $t + 7$ truites et Catherine, $3\,t$.

L'énoncé correspond à l'équation $2\,(t + 7) = 3\,t$.

Donc $2\,t + 14 = 3\,t$.

Donc $t = 14$.

Ahmed a pêché 14 truites, Bilel a pêché 21 truites et Catherine a pêché 42 truites.

774 Truite (4)

Énigme

Bernard est responsable d'un club de pêche.
Chaque jour, il doit indiquer dans un tableau le nombre de truites qui ont été prises.
Après trois jours, Bernard a remarqué que le nombre de truites était identique dans chacune des rangées horizontales, verticales et diagonales.
Pourtant, en recopiant son rapport, il oublia d'indiquer le nombre de truites prises les 7 et 8 juillet.

Complétez son rapport.

Date\Heure	6 h à 12 h	12 h à 18 h	18 h à 24 h
6 juillet	42	41	49
7 juillet			
8 juillet			

« 68. Pêche à la truite », `http://www.charleries.net/`

Le nombre de truites de chaque rangée est de $42+41+49=132$ truites.

Le nombre de truites au centre est $132 \div 3 = 44$.

En complétant les rangées, on obtient :

Date\Heure	6 h à 12 h	12 h à 18 h	18 h à 24 h
6 juillet	42	41	49
7 juillet	51	44	37
8 juillet	39	47	46

Le 7 juillet, 51, 44 et 37 truites ont été prises.
Le 8 juillet, 39, 47 et 46 truites ont été prises.

775 Truite saumonée

Énigme

Les Crackham avaient pensé que leur voyage devait inclure un endroit où il y avait une bonne pêche, car l'oncle Jabez était un bon pêcheur et ils souhaitait lui offrir une journée de sport.
C'était un endroit charmant, et ils ont fait un pique-nique pour l'occasion.
Lorsque leur oncle est revenu avec une belle truite saumonée, il y eut discussion quant à son poids.
Le colonel l'a mis sous la forme d'une énigme, en disant :
« Supposons que la queue pèse neuf onces, la tête autant que la queue et la moitié du corps, et le corps pèse autant que la tête et la queue ensemble.

Maintenant, si tel était le cas, quel serait le poids du poisson ? »

« 250. Le poids du poisson »,
536 Puzzles & Curious Problems, Henry Ernest Dudeney

Le poisson pèse 72 onces.
La queue pesait 9 onces, le corps, 36 onces, et la tête, 27 onces.

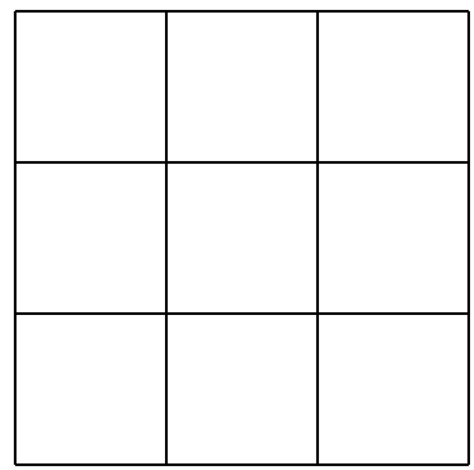
776 Urubu

Énigme

Un biologiste se rend dans une zone où se trouvent neuf nids d'urubu. Il constate, à sa plus grande surprise, leur structure suivante :

- les neuf nids, même éloignés, sont disposés en un carré de côté 3 ;
- 5 nids ont 1 œuf, 1 nid a 2 œufs, 1 nid a 3 œufs et 1 nid a 2 œufs ;
- les sommes de trois nombres alignés dans toutes les directions sont non seulement toutes différentes mais aussi consécutives, allant de 3 à 10 !

Complète la carte représentant les nids en écrivant les nombres d'œufs.



La solution (aux symétries et rotations près) est :

$\nwarrow$ 8	$\uparrow$ 5	$\uparrow$ 4	$\uparrow$ 10	$\nearrow$ 6
	1	**1**	**1**	$\rightarrow$ **3**
	1	**2**	**4**	$\rightarrow$ **7**
	3	**1**	**5**	$\rightarrow$ **9**

On considère un carré de côté n.
Un carré utilisant tous les nombres de 1 à n^2 et dont toutes les lignes, colonnes et diagonales donnent des sommes différentes porte le nom d' « anti-magique ».

En utilisant maintenant des nombres les plus petits possibles, même répétés, une variante (contrainte) supplémentaire demande à ce que ces sommes soient consécutives (ce qui est le cas ici).

777 Vache (1)

Énigme

Dans le troupeau de Monsieur Anatole, il y a 85 têtes (des vaches et des bœufs).
Chaque vache donne 20 litres de lait par jour, et il faut 1,5 litre de lait pour fabriquer un fromage.
Monsieur Anatole a fabriqué 6 720 fromages par semaine.

Combien y a-t-il de bœufs dans le troupeau ?

« Meuh ! », Rallye Bombyx

Monsieur Anatole fabrique 960 fromages par jour.
$6\,720 \div 7 = 960$

Pour fabriquer ces fromages, il faut 1 440 litres de lait, qui sont fournis par 72 vaches.
$960 \times 1,5 = 1\,440$
$1\,440 \div 20 = 72$

Il y a donc 13 bœufs dans le troupeau.
$85 - 72 = 13$

778 Vache (2)

Énigme

Un fermier a de la nourriture pour nourrir six vaches pendant soixante jours.
Il achète deux vaches de plus.

Pendant combien de temps pourra-t-il nourrir alors tout son troupeau ?

Cette énigme a été proposée dans *Le Jeune Archimède*, n° 15.

Le fermier dispose de $6 \times 60 = 360$ doses de nourriture.
Il a deux vaches en plus, ce qui lui en fait maintenant 8.
Elles pourront être nourries pendant $360 \div 8$ jours, doit 45 jours.

779 Vache (3)

Énigme

Le vacher Pierre Tauro passe différentes sortes de musique dans son étable. Il a dans son troupeau une vache mélomane nommée Mélody. Chaque vache donne 10 litres de lait par jour mais Mélody, elle, ne donne du lait que les jours où la musique lui plaît.
La semaine dernière, Pierre Tauro a obtenu 880 litres de lait.

Combien de vaches a-t-il ?
Combien de jours Mélody a-t-elle aimé la musique ?

« Oh, la vache ! », Rallye mathématique sans frontières Midi-Pyrénées, Cycle 3, Manche 1, 2014

Une semaine de 7 jours permet à une vache « normale » de donner 7×10 L, soit 70 L de lait.
Mélody quant à elle donnera moins de 70 L.
On recherche donc le multiple de 70 compris entre 810 et 880. On peut pour cela l'approcher par tâtonnement ou utiliser la division euclidienne.
$880 = 70 \times 12 + 40$
Le vacher possède donc 12 vaches « normale » et Mélody, soit 13 vaches en tout.
De plus, Mélody a donné 40 L de lait, elle a donc aimé la musique pendant 4 jours.

780 Vache (4)

Énigme

Un éleveur de Math-City conduit des vaches le long du fleuve.
Chaque vache lui coûte 15 francs de nourriture par jour, et lui-même a des dépenses personnelles quotidiennes de 30 francs.
Chaque soir, il dépose une vache dans la localité où il passe ; son troupeau diminue donc d'une unité.
Après avoir déposé sa dernière vache, il fait son bilan et se dit : « Tiens, le nombre de francs que j'ai dépensés est le plus petit nombre qui est divisible par 1, par 2, par 3, par 4, par 5, par 6, par 7, par 8, par 9 et par 10. »

Combien le troupeau comportait-il de vaches au départ ?

« Ah ! Les vaches », Jeux mathématiques du Sahel (Niger), 1991

Le plus petit nombre qui est divisible par 1, par 2, par 3, par 4, par 5, par 6, par 7, par 8, par 9 et par 10 est :

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 7 \times 3 = 2\,520$$

C'est donc la somme dépensée par l'éleveur.
Le dernier jour, il a dépensé 15 F pour sa vache et 30 F pour lui, soit au total $15 + 30$.
L'avant-dernier jour, il avait encore deux vaches. Sa dépense était égale à $2 \times 15 + 30$.
Et le jour précédent, $3 \times 15 + 30$.
Et ainsi de suite.

Si n désigne le nombre de vaches au départ, et donc le nombre de jours qu'a duré le voyage, la dépense totale (2 520 F) est :

$$(1 + 2 + 3 + \cdots + n) \times 15 + 30\,n$$

On a donc :

$$\frac{n\,(n+1)}{2} \times 15 + 30\,n = 2\,520$$

Ce qui se simplifie en :

$$n^2 + 5\,n - 336 = 0$$

D'où $n = 16$.

Le troupeau comprenait 16 vaches au départ.

781 Vache (5)

Énigme

Une mangeoire contient suffisamment de fourrage pour nourrir 14 vaches pendant 16 jours.

Si l'on retire 6 vaches, combien de jours le fourrage durera-t-il ?

« Faut passer l'hiver… », Tournoi de Saint Michel en l'Herm, 1990

Dans la mangeoire, il y a 14×16 rations de fourrage, c'est-à-dire 224.

Si l'on retire 6 vaches, il en reste $14 - 6 = 8$.

Le nombre de jours que durera alors le fourrage est égal à $224 \div 8$, c'est-à-dire 28 jours.

782 Vache (6)

Énigme

Dans ce pré où broutent 100 vaches...

- 93 ont déjà vêlé ;
- 84 ont des cornes ;
- 96 ont une cloche ;
- 82 ont le pelage blanc.

Quel est le nombre minimum de vaches qui, à la fois, ont vêlé, ont des cornes, une cloche et le pelage blanc ?

Selon ces données,

- 7 n'ont pas encore vêlé ;
- 16 n'ont pas de cornes ;
- 4 n'ont pas de cloche ;
- 18 n'ont pas le pelage blanc.

Au pire, toutes ces vaches sont différentes et sont au nombre de 45, maximum.

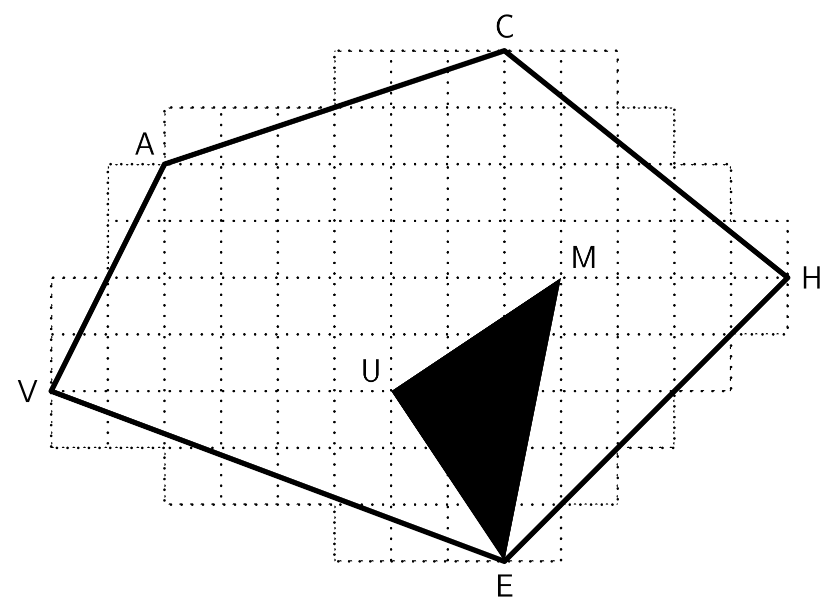
Le nombre minimum de vaches qui, au contraire, à la fois, ont vêlé, ont des cornes, une cloche et le pelage blanc est 55.

783 Vache (7)

Énigme

Un pâturage a une forme pentagonale VACHE.
Il contient une mare triangulaire MEU.

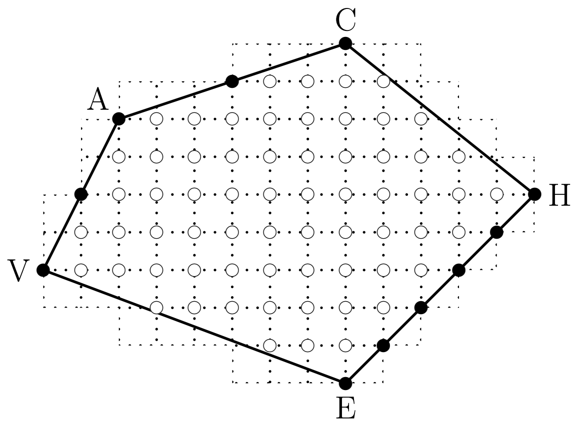
Quelle place reste-t-il aux vaches pour brouter ?
(Chaque petit carreau a un côté de 20 mètres)



« Vachement dur ! », 14ème Championnat International des Jeux Mathématiques et Logiques, 29 août 2000

On considère un polygone non aplati construit sur une grille de points de coordonnées entières tel que tous ses sommets soient des points de la grille ; le théorème de Pick fournit une formule simple pour calculer l'aire A de ce polygone en se servant du nombre i de points intérieurs du polygone et du nombre b de points du bord du polygone :

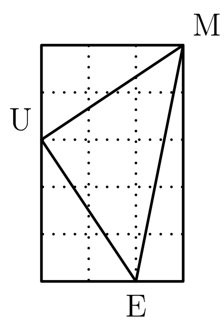
$$A = i + \frac{1}{2}b - 1$$



Ici, $i = 64$ et $b = 11$:

l'aire du pentagone VACHE vaut $A_1 = 64 + \dfrac{1}{2} \times 11 - 1 = 68,5\,\text{u. a.}$

C'est-à-dire $68,5 \times 20^2 = 27\,400\,\text{m}^2$.



On peut faire de même pour le triangle MEU. Mais un cadre géométrique donne une autre méthode :

$A_2 = 3 \times 5 - \dfrac{1}{2} \times 2 \times 3 - \dfrac{1}{2} \times 2 \times 3 - \dfrac{1}{2} \times 1 \times 5 = 6,5\,\text{u. a.}$

C'est-à-dire $6,5 \times 20^2 = 2\,600\,\text{m}^2$.

(Le théorème de Pick donne $A_2 = 6 + 0,5 \times 3 - 1$)

La place qu'il reste aux vaches pour brouter, en mètres carrés, est donc égale à $A_1 - A_2 = 27\,400 - 2\,600$.

C'est-à-dire $24\,800\,\text{m}^2$.

784 Vache (8)

Énigme

Une vache est à 5 m de la moitié d'un tunnel.
Un train se dirige vers ce tunnel à une vitesse constante.
La vache entend le train lorsque celui-ci se situe à 3 km du tunnel.
Quelle que soit sa direction, la vache au bord du tunnel au même moment que le train.

Quelle est la longueur du tunnel ?

« Calendrier mathématique 2017, Un défi quotidien », Énigme du mercredi 26 juillet, CNRS, IRMA et Université de Strasbourg

Appelons v la vitesse de marche de la vache et V la vitesse du train, exprimées en mètres par minute.
La vache ne peut se trouver quand dans la moitié proche du tunnel, c'est-à-dire l'extrémité du tunnel où le train entrera. Si elle se trouvait dans l'autre moitié, il est impossible qu'elle se retrouve u même moment que le train au bout du tunnel quelle que soit la direction prise pour sortir du tunnel.
Si nous appelons $2\,\ell$ la longueur du tunnel, le temps que mettra la vache à arrive à l'entrée du tunnel est de $\dfrac{\ell-5}{v}$ minutes, alors que le mettra, lui, $\dfrac{3\,000}{V}$ minutes.
Nous avons donc $\dfrac{\ell-5}{v}=\dfrac{3\,000}{V}$.
De la même manière, nous avons $\dfrac{\ell+5}{v}=\dfrac{3\,000+2\,\ell}{V}$.
En divisant la première égalité par la seconde, nous obtenons :

$$\begin{aligned}\frac{l-5}{l+5} &= \frac{3\,000}{3\,000+2\,l}\\ 3\,000\,\ell+2\,\ell^2-15\,000-10\,\ell &= 3\,000\,\ell+15\,000\\ 2\,\ell^2-10\,\ell &= 30\,000\\ \ell\,(\ell-5) &= 15\,000\\ \ell &= 125\end{aligned}$$

Ainsi, la longueur du tunnel est de $2\,\ell=250$ m.

785 Vache (9)

Énigme

Karmen, Justine et Luigi ont chacun une vache et un cheval.
Les vaches s'appellent Bleuette, Caillette et Rougette.
Les chevaux s'appellent Frileux, Merveilleux et Siffleux.

1. La vache de Luigi n'est pas Caillette.
2. Le cheval de Luigi n'est pas Siffleux.
3. La vache de Justine n'est pas Caillette.
4. Celui ou celle qui a Merveilleux possède aussi Bleuette.
5. Celui ou celle qui a Frileux possède aussi Caillette.

Trouvez les noms de la vache et du cheval de chacune des trois personnes.

Personnes	Karmen	Justine	Luigi
Vaches			
Chevaux			

« Vaches et chevaux », Défi 14 de la série B du site Récréomath

La vache de Karmen est Caillette (indices 1 et 3).

Son cheval est Frileux (indice 5).

Le cheval de Luigi est Merveilleux (indice 2).
Donc le cheval de Justine est Siffleux.

La vache de Luigi est Bleuette (indice 4).
Donc la vache de Justine est Rougette.

Le tableau ci-dessous résume la situation :

Personnes	Karmen	Justine	Luigi
Vaches	Caillette	Rougette	Bleuette
Chevaux	Frileux	Siffleux	Merveilleux

786 Vache (10)

Énigme

Quatre vaches noires et trois vaches brunes donnent en cinq jours autant de lait qu'en quatre jours trois vaches noires et cinq vaches brunes donnent.

Quelle est la sorte de vache (noire ou brune) qui donne le plus de lait ?

20 vaches noires et 15 brunes donnent en 1 jour autant de lait que 12 noires et 20 brunes.
Donc les 8 noires de différence sont compensées par les 5 brunes.
Ainsi les brunes produisent plus de lait que les noires.

787 Vache (11)

Énigme

Un cowboy décide de compter ses vaches.
Il possède un boulier avec quatre clous verticaux qui peuvent, chacun, tenir quatre boules.

Combien de vaches pourra-t-il compter au maximum ?

« Troupeau », `http://mathmuse.free.fr/`

Si on considère que notre cowboy n'a pas de problèmes avec son boulier (comme par exemple des boules qui ne tiennent pas seules et qu'il a seulement deux mains pour tenir, ou qu'il n a pas 16 boules) et si, de plus, il optimise l'utilisation de son boulier, il peut compter 624 vaches.

En effet, puisque chaque clou peut tenir 4 boules, il va compter en base 5 (c'est-à-dire de 0 à 4), chaque tige ayant un poids 5^i (ou i est le numéro de la tige, en partant de 0), le nombre maximum de vaches est donc obtenu quand toutes les tiges sont pleines :
$4 \times 5^0 + 4 \times 5^1 + 4 \times 5^2 + 4 \times 5^3 = 624$

788 Vache (12)

Énigme

L'entreprise Kivendulé ne vend que du lait liquide ou du lait en poudre. Afin de connaître davantage ces clients potentiels, elle organise un sondage.
Voici les résultats :

- un tiers des personnes interrogées n'achète jamais de lait en poudre ;
- les deux septièmes des personnes interrogées n'achètent jamais de lait liquide ;
- 427 personnes achètent du lait liquide et en poudre ;
- un cinquième des personnes interrogées n'achète jamais de lait.

Combien de personnes ont été interrogées au cours du sondage ?

« Y'a pas de meuh ! », Rallye d'Aquitaine

Les personnes interrogées se divisent en quatre catégories :

- catégorie L : ceux qui n'utilisent que du lait Liquide ;
- catégorie P : ceux qui n'utilisent que du lait en Poudre ;
- catégorie D : ceux qui utilisent les Deux (427 personnes) ;
- catégorie R : ceux qui n'utilisent Rien.

Si x désigne le nombre de personnes interrogées, on peut écrire que $\frac{1}{3}x$ représente le nombre de personnes dans les catégories L et R.
Ainsi, le nombre de personnes de la catégorie L est $\frac{1}{3}x - \frac{1}{5}x$, soit $\frac{1}{15}x$.
De même, $\frac{2}{7}x$ est le nombre de personnes dans les catégories P et R.
Ainsi, le nombre de personnes de la catégorie P est $\frac{2}{7}x - \frac{1}{5}x$, soit $\frac{3}{35}x$.

Par conséquent, comme la somme des quatre effectifs est égale à l'effectif total, on peut écrire :

$$\frac{2}{15}x + \frac{3}{35}x + 427 + \frac{1}{5}x = x$$

Le plus petit commun multiple de 5, 15 et 35 est 105.

L'équation est équivalente à $\frac{14}{105}x + \frac{9}{105}x + 427 + \frac{21}{105}x = x$.

Ou encore à $14\,x + 9\,x + 427 \times 105 + 21\,x = 105\,x$.

Ou encore à $105\,x - 14\,x - 9\,x - 21\,x = 427 \times 105$.

Ou encore à $61\,x = 44\,835$.

Ou encore à $x = \frac{44\,835}{61} = 735$.

735 personnes ont été interrogées.

789 Vache (13)

Énigme

Le fermier vient de traire sa vache et de remplir de lait un seau de 9 litres.
Il dispose aussi de deux autres seaux, vides, de capacités respectives 4 litres et 5 litres.
Il veut obtenir exactement 7 litres de lait dans le grand seau en utilisant seulement ses trois seaux et sans renverser de lait par terre, ni en boire.

Combien de transvasements, au minimum, lui seront-ils nécessaires ?

« Les seaux de lait », *L'angle mystérieux... et 48 autres jeux mathématiques pour tous, 14 ans et plus*, Éd. Pole, 2005

La solution minimale demande 7 transvasements :

1. il remplit le récipient de 5 litres à partir de celui de 9 litres ;
2. il verse 4 litres du récipient de 5 litres dans celui de 4 litres ;
3. il verse les 4 litres du récipient de 4 litres dans celui de 9 litres ;
4. il verse le litre restant du récipient de 5 litres dans celui de 4 litres ;
5. il verse 5 litres du récipient de 9 litres dans celui de 5 litres ;
6. il verse 3 litres du récipient de 5 litres dans celui de 4 litres ;
7. il verse les 4 litres du récipient de 4 litres dans celui de 9 litres.

790 Vache (14)

Énigme

Un fermier veut partager, entre ses trois fils, son troupeau qui se compose ainsi :

- 10 vaches rousses, chacune ayant 1 veau ;
- 10 vaches blanches, chacune ayant 3 veaux ;
- 10 vaches noires, chacune ayant 2 veaux.

Chaque fils doit recevoir le même nombre de vaches et le même nombre de veaux ; bien sûr les veaux suivent leur mère !
De plus, chaque lot doit comprendre au moins une vache de chaque couleur et aucun lot ne doit comprendre plus de la moitié des vaches d'une couleur donnée.

Aidez le fermier à effectuer le partage.

Rallye mathématique de l'académie de Bordeaux, 2004, Seconde professionnelle

Chacun doit avoir le même nombre de veaux, soit $v = 20$ chacun.

On doit trouver les combinaisons possibles pour que $r + b + n = 10$ et $r + 3\,b + 2\,n = 20$ où r est le nombre de vaches rousses, b le nombre de vaches blanches et n le nombre de vaches noires (chacun de ces nombres étant compris entre 1 et 5).

Deux triplets $(r,\ b,\ n)$ conviennent, $(4,\ 4,\ 2)$ et $(3,\ 3,\ 4)$, et eux seulement.

L'un des deux doit être doublé (pour le troisième fils). Comme le nombre de vaches rousses est égal à 10, c'est le second qui doit l'être ($10 = 2 + 3 + 3$).

La répartition cherchée est donc la suivante :

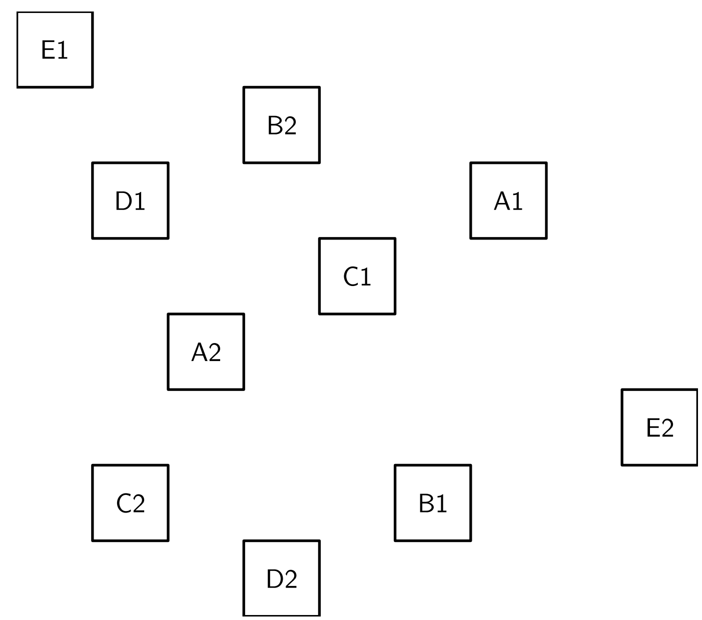
	r	b	n	v
Fils 1	4	4	2	20
Fils 2	3	3	4	20
Fils 3	3	3	4	20
Total	10	10	10	

791 Vache (15)

Énigme

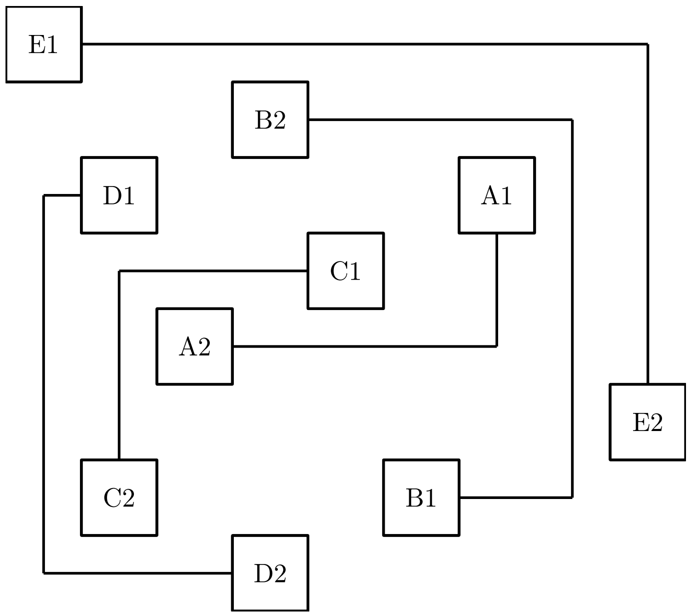
Dans un champ, il y a cinq vaches marquées A1, B1, C1, D1 et E1.
Il y a aussi cinq veaux marqués A2, B2, C2, D2 et E2.
La position de chaque vache et de chaque veau est donnée.

Reliez chacun des couples, par exemple A1 et A2, par un chemin de telle manière que deux chemins ne se coupent pas.



« Veaux et vaches », `http://recreomath.qc.ca/`

Voici une façon de relier une vache à son veau :

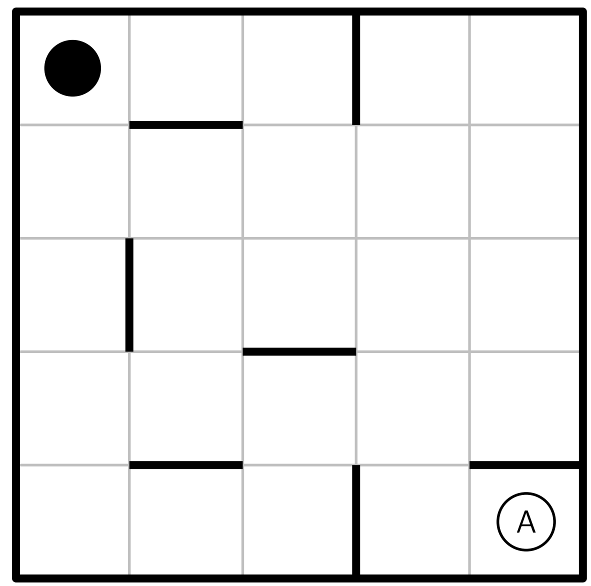


792 Vache (16)

Énigme

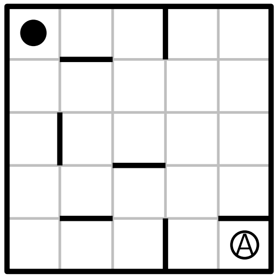
Martial déplace dans un hangar des bottes de foin dont se régaleront cet hiver ses vaches !
Mais, faute de visibilité à cause de la taille des bottes, il se déplace en ligne droite (horizontalement ou verticalement sur le plan) jusqu'à butter sur un obstacle (il ne recule donc jamais) ; à ce moment, il fait un quart de tour pour continuer.

Détermine le chemin qu'il va parcourir pour ranger sa botte en A.

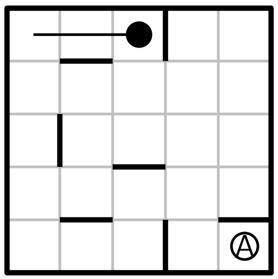


D'après un défi mathématique déposé sur le site de Jean-Louis Sigrist en 2003

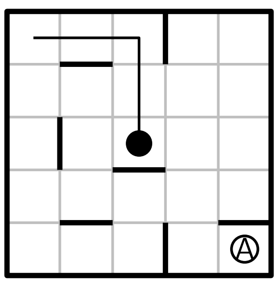
Solution en 7 étapes :



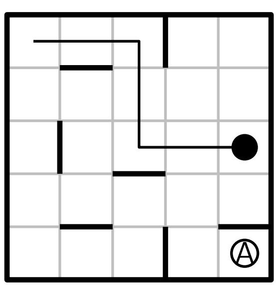
1.



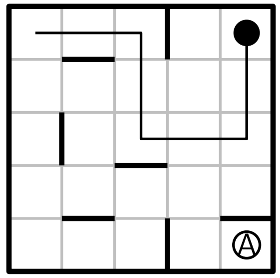
2.



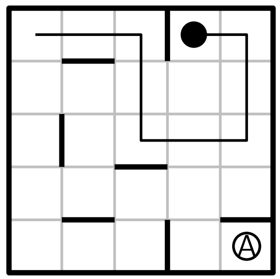
3.



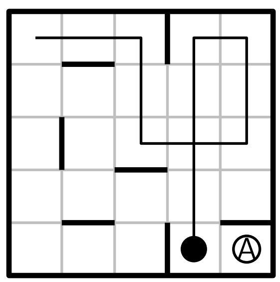
4.



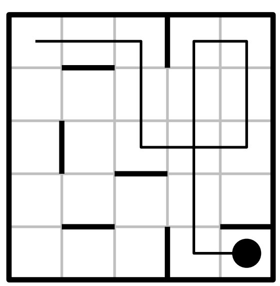
5.



6.



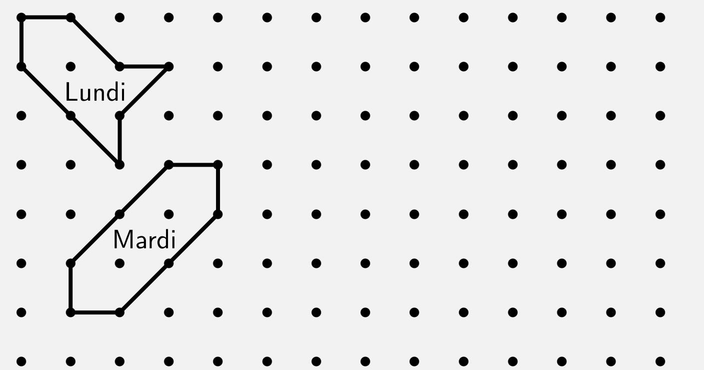
7.



793 Vache (17)

Énigme

Les arbres du verger du père Michel sont tous bien alignés. Ils sont représentés par les points noirs sur le plan ci-dessous.
Lundi matin, le père Michel a fait un enclos dans le verger pour que sa vache, Hortense, puisse brouter l'herbe qui pousse sous les arbres.
Pour délimiter l'enclos, il a relié les troncs de 8 arbres avec 8 barres de bois, 4 longues et 4 courtes.
Lundi soir, Hortense a mangé toute l'herbe à l'intérieur de l'enclos, mais elle a encore faim.
Mardi matin, le père Michel fait un nouvel enclos, plus grand que celui du lundi, en utilisant les troncs de 8 autres arbres et les 8 mêmes barres.
Hortense aura ainsi plus d'herbe à manger.
Mardi soir, Hortense a tout mangé, mais elle a encore faim.

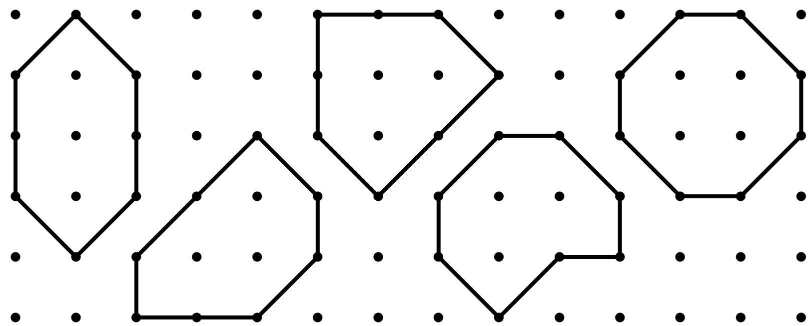


Plan du verger avec le dessin des enclos de lundi et mardi

Dessinez un enclos pour mercredi dans lequel il y a plus d'herbe à manger que dans celui de mardi. Mais attention, vous devez toujours utiliser les huit mêmes barres, entre huit arbres.

« La vache dans le verger »,
Rallye Mathématique Transalpin, Épreuve 1, 2017

Quelques solutions :

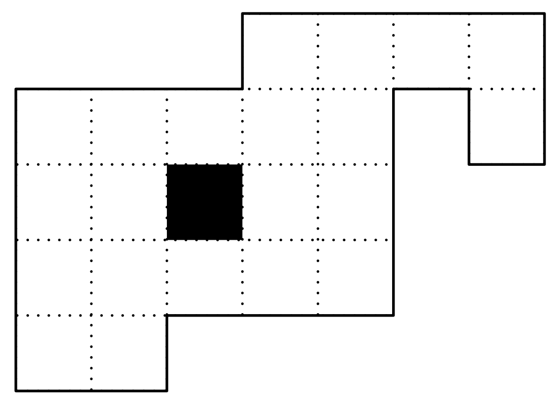


794 Vache (18)

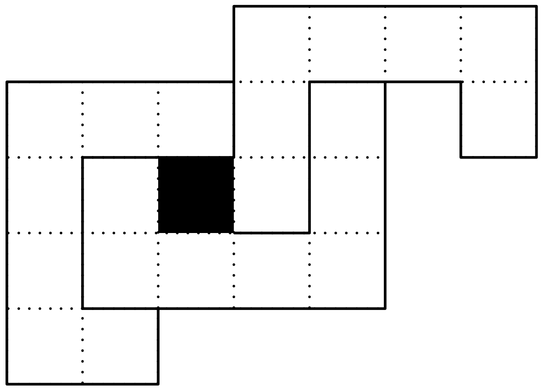
Énigme

À 96 ans, Mathieu a décidé de prendre sa retraite !
Il décide donc à cette occasion de partager son pré entre ses trois enfants.
Mais il souhaite que les trois parcelles aient la même forme et la même aire, et aient toutes les trois un accès à la mare (en noir) afin que les vaches puissent s'y abreuver...

Comment Mathieu va-t-il partager son terrain ?



« Le champ de Mathieu », Rallye mathématique de Loire-Atlantique, 2012, Deuxième épreuve CM2-6$^{\text{ème}}$



795 Vache (19)

Énigme

Quatre vaches noires et trois vaches brunes donnent en cinq jours autant de lait qu'en quatre jours trois vaches noires et cinq vaches brunes donnent.

Quelle est la sorte de vache (noire ou brune) qui donne le plus de lait ?

20 vaches noires et 15 brunes donnent en 1 jour autant de lait que 12 noires et 20 brunes.
Donc les 8 noires de différence sont compensées par les 5 brunes.
Ainsi les brunes produisent plus de lait que les noires.

796 Vache (20)

Énigme

Un éleveur veut former cinq enclos rectangulaires pour ses vaches.
Pour ce faire, il dispose de dix paires de barrières.
La première paire est formée de deux barrières de 10 m ; la deuxième, de deux barrières de 15 m ; la troisième, de deux barrières de 20 m ; ainsi de suite, jusqu'à la dixième paire, formée de deux barrières de 55 m.
Former un enclos revient à choisir deux paires de barrières.

Comment doit-il procéder pour obtenir des enclos dont la surface totale soit la plus grande possible ?

« Enclos à vaches », *Jeux & stratégie*, n° 13, Février-Mars 1982

Il doit former des enclos ayant les dimensions 55×50, 45×40, 35×30, 25×20 et 15×10.
Soit au total une surface de $6\,250$ m^2.

En effet, supposons qu'il ait commencé par grouper les barrières de 55 m avec des barrières de longueur b ($b < 50$) et les barrières de 50 m avec des barrières de longueur b'.
Il aurait ainsi deux enclos d'aires $55\,b$ et $50\,b'$.
Or $55\,b + 50\,b' \leqslant 55 \times 50 + b\,b'$ car $(50 - b)\,b' \leqslant 55\,(50 - b)$ (car $b < 50$).
Donc il a tout intérêt à commencer par le groupement (55, 50).
On recommence alors le même raisonnement avec (45, 50), etc.

797 Vache (21)

Énigme

Un fermier a découvert que sa vache et sa chèvre mangeraient toute l'herbe dans son champ en quarante-cinq jours, que la vache et l'oie le mangeraient en soixante jours, mais qu'il faudrait quatre-vingt-dix jours à la chèvre et à l'oie pour la manger.

Maintenant, s'il avait transformé la vache, la chèvre et l'oie ensemble dans le champ, combien de temps il leur aurait fallu manger toute l'herbe ?

Pour plus de simplicité, nous supposons que la saison et les conditions étaient telles que l'herbe ne poussait pas.

« 231. Vache, chèvre et oie »,
536 Puzzles & Curious Problems, Henry Ernest Dudeney

En notant C, O et V les fractions de champ mangées respectivement par la chèvre, l'oie et la vache, l'énoncé donne le système :

$$\begin{cases} V + C = \dfrac{1}{45} \\ V + O = \dfrac{1}{60} \\ C + O = \dfrac{1}{90} \end{cases}$$

En soustrayant la seconde équation à la première, on obtient :
$C - O = \dfrac{1}{180}$
En ajoutant cette équation à la troisième du système, on obtient :
$2\,C = \dfrac{1}{60}$.
Donc $C = \dfrac{1}{120}$.
D'où $V = \dfrac{5}{360}$ et $O = \dfrac{1}{360}$.

Ils mangeront ensemble $C + O + V = \dfrac{1}{120} + \dfrac{1}{360} + \dfrac{5}{360} = \dfrac{1}{40}$.

Ils mangeront donc toute l'herbe du champ en 40 jours (car l'herbe ne pousse pas entre-temps).

798 Vache (22)

Énigme

Un jour, pendant le repas, la célèbre Noiraude, réputée pour ses belles tâches blanches, réfléchit (pas bête du tout celle-la !), dilate ses naseaux et fait une terrible découverte.
Le lendemain, toute excitée, elle fait part de sa trouvaille à la non moins célèbre Blanquette, celle qui a des tâches noires.
Le troisième jour, chacune d'elles met au courant une autre vache, ce qui fait quatre vaches connaissant la découverte de la Noiraude.
Et ainsi de suite, chaque jour qui passe, toutes les vaches au courant préviennent chacune une autre vache.
Au bout de neuf jours, le troupeau entier est enfin au courant de la terrible découverte.
Au bout de combien de jours au moins la moitié du troupeau était-il au courant de la découverte de la Noiraude ?

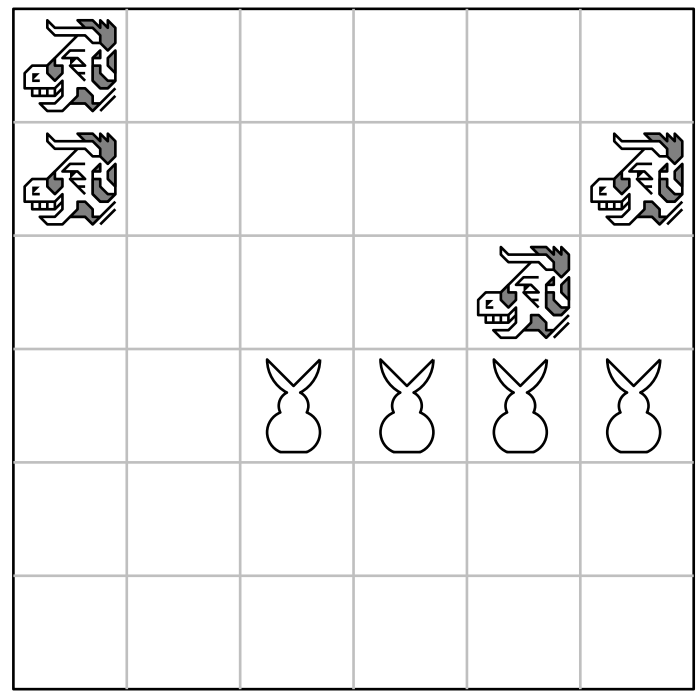
« La découverte de la Noiraude », *Concours Bombyx*, Finale $3^{\text{ème}}$ dérogatoire et $3^{\text{ème}}$ DP6, 2010

Comme le nombre de vaches mises au courant double chaque jour, c'est le huitième jour que la moitié du troupeau est au courant.
Mais quelle peut bien être cette terrible découverte ? . . .

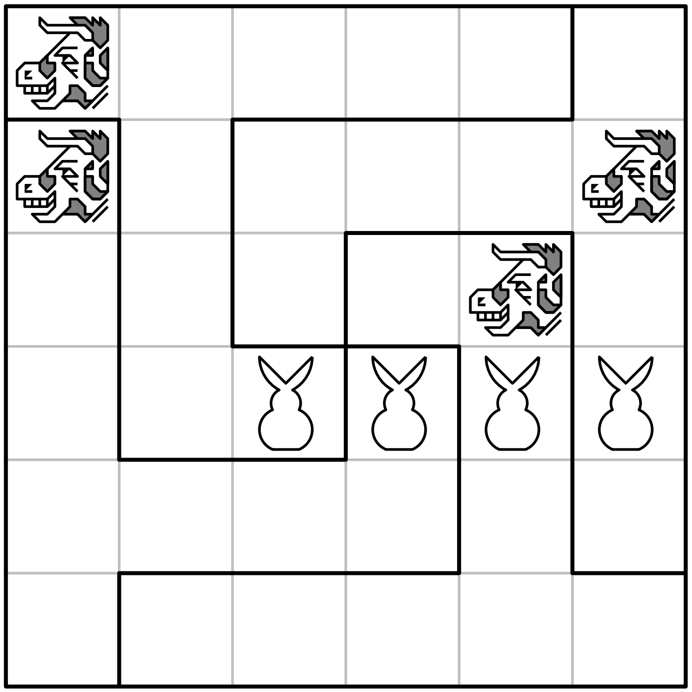
799 Vache (23)

Énigme

Découpez le champ, selon les lignes du quadrillage, en quatre parties identiques (sans retournement possible).
Chaque partie doit contenir une vache et un lapin.



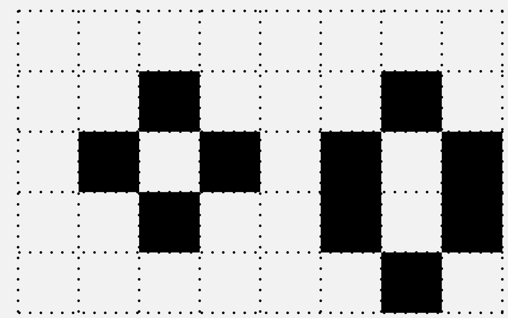
« 10. Une vache, un lapin », 23ème Championnat des Jeux Mathématiques et logiques, Demi-finale, 2009



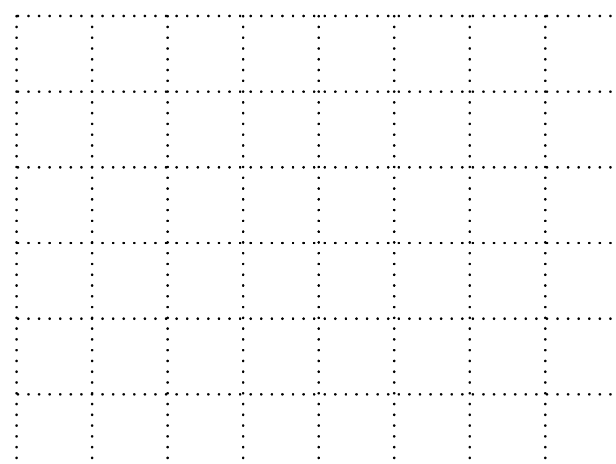
800 Varan fouette-queue

Énigme

Pour réaliser un vivarium, Sophie possède de rochers cubiques de 1 m de côté.
Les rochers sont placés à terre sur un réseau quadrillé.
Avec 4 rochers, elle peut fermer une zone de 1 m^2 ; avec 6 rochers, elle peut fermer une zone de 2 m^2 :

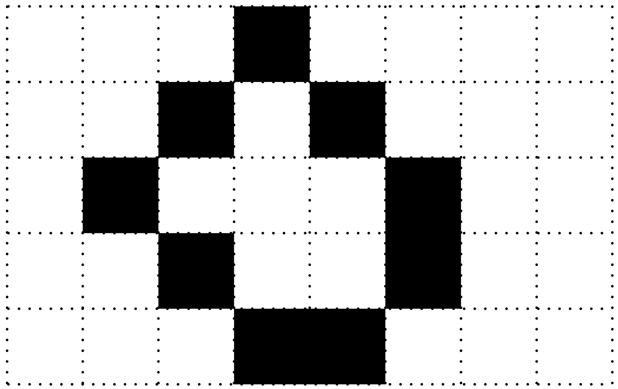


Quel est la zone maximale que Sophie peut enclore avec 9 rochers ?



D'après *50 énigmes mathématiques faciles, Problèmes du Championnat international des jeux mathématiques et logiques*, Vol. 16, Éd. Pole

Elle peut enclore une zone de 6 m^2 :



801 Vautour

Énigme

Trente vautours s'abattent sur un arbre ; les uns se perchent sur les branches supérieures, les autres sur les branches du bas.
Les premiers disent aux autres : « Si l'un de vous se joint à nous, notre nombre sera le double du vôtre. ».

Combien y-a-t-il de vautours sur les branches du haut ?

« L'énigme des vautours », http://villemin.gerard.free.fr/

On désigne par b et par h les nombres respectifs de vautours sur les branches du bas et sur les branches du haut.

On a $b + h = 30$.
Donc $b = 30 - h$.

Lorsqu'un des vautours est passé des branches du bas aux branches du haut, on compte $h+1$ vautours sur les branches du haut et $b-1$ vautours sur les branches du bas.
Or ceux sur les branches du haut sont deux fois plus nombreux que ceux sur les branches du bas.
Donc $h + 1 = 2\,(b - 1)$.

Donc $h + 1 = 2\,(30 - h - 1)$.
Donc $h + 1 = 60 - 2\,h - 2$.
Donc $3\,h = 57$.
Donc $h = 19$.
Donc $b = 30 - 19 = 11$.

Il y a 11 vautours en haut et 19 vautours sur les branches du bas.
(Après le passage d'un vautour sur les branches du haut, on a 20 vautours sur les branches du haut et 10 vautours sur les branches du bas.)

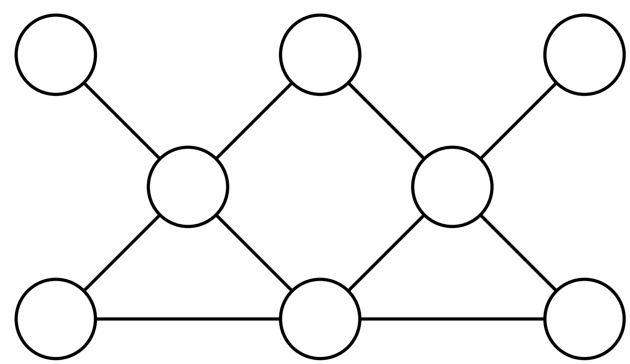
802 Veau

Énigme

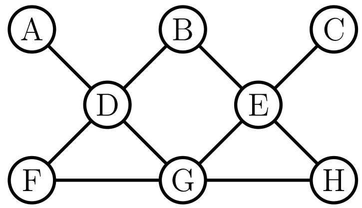
Depuis six mois, Elsie dépose des centimes dans un petit veau en porcelaine.
Aujourd'hui, elle vide son veau.
Elle compte 44 pièces et les répartit en huit piles ayant chacune un nombre différent de pièces.

1. Les piles G et H contiennent autant de centimes que la pile F.
2. Les piles D et E contiennent 9 centimes.
3. Les piles B et D contiennent 8 centimes.
4. La pile D contient le plus petit nombre possible de centimes.

Placez les 44 pièces pour qu'il y ait le même nombre de centimes dans chacune des cinq rangées de trois piles reliées par une droite.



« Veau d'Elsie », Défi 87 de la série B du site Récréomath

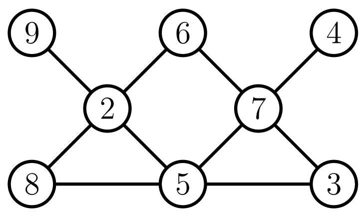


Comme il y a 44 pièces et que chaque pile a un nombre différent, les piles contiennent respectivement 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 centimes.

Il doit y avoir 16 centimes dans chaque rangée et la pile F contient huit centimes (indices 1 et 3).

On a D = 2, B = 6 et F = 8 (indice 4) puis E = 7 (indice 2).

En complétant, on obtient la solution.



803 Ver (1)

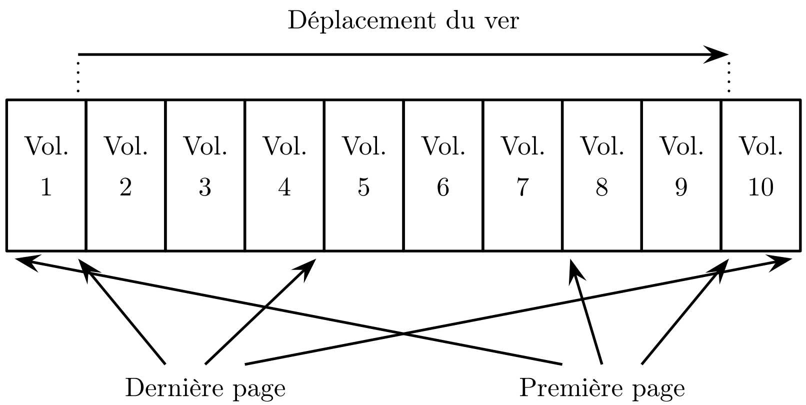
Énigme

Une encyclopédie en dix volumes est rangée dans l'ordre sur une planche de bibliothèque.
Chaque volume est épais de 4,5 cm pour les feuilles et la couverture, de chaque côté du livre, est épaisse de 0,25 cm.
Un ver né en page 1 du volume 1 se nourrit en traversant perpendiculairement et en ligne droite la collection complète et meurt à la dernière page du dixième volume.

Quelle distance aura-t-il parcourue pendant son existence ?

La distance cherchée n'est pas de 49,5 cm...

La première page du volume 1 est juste à gauche de la couverture et la dernière page du volume 10 est juste à droite de la couverture du volume 10.



Le ver traverse donc successivement :

- la couverture du premier volume (0,25 cm),
- huit livres et leurs couvertures ($8 \times (0,25 + 4,5 + 0,25)$ cm, soit 40 cm,
- la couverture du dernier volume (0,25 cm).

La distance cherchée est donc de 40,5 centimètres.

804 Ver (2)

Énigme

Mon chat Filou mange trois mulots chaque matin ; heureusement, car les mulots avalent chacun onze vers de terre chaque après-midi.
Les vers de terre sont bénéfiques à mon jardin, alors que les mulots n'y font que des bêtises.
Nous sommes lundi, et, ce matin, avant que Filou ne commence à manger, il y avait 21 mulots et 1994 vers de terre dans le jardin.

Je sais que lundi prochain, il n'y aura plus de mulots ; mais, combien restera t-il de vers de terre ?

« Le chat, les mulots et les vers de terre », $8^{\text{ème}}$ Championnat International de Jeux Mathématiques et Logiques, 1994

Étudions ce qui se passe, dans un tableau, où nous portons les nombres respectifs de mulots (M) après intervention éventuelle du chat Filou, et de vers de terre (V) après intervention éventuelle des mulots.

	matin	après-midi
lundi	18 M, 1 994 V	18 M, 1 796 V
mardi	15 M, 1 796 V	15 M, 1 631 V
mercredi	12 M, 1 631 V	12 M, 1 499 V
jeudi	9 M, 1 499 V	9 M, 1 400 V
vendredi	6 M, 1 400 V	6 M, 1 334 V
samedi	3 M, 1 334 V	3 M, 1 301 V
dimanche	0 M, 1 301 V	0 M, 1 301 V
lundi	0 M, 1 301 V	0 M, 1 301 V

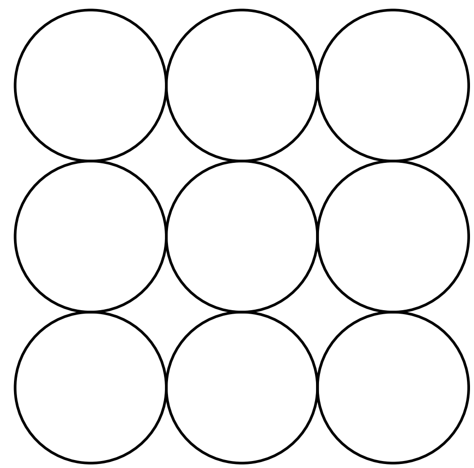
Nous pouvons donc affirmer que, si lundi prochain, il n'y aura plus de mulots, il restera encore 1 301 vers de terre dans le jardin.

805 Ver (3)

Énigme

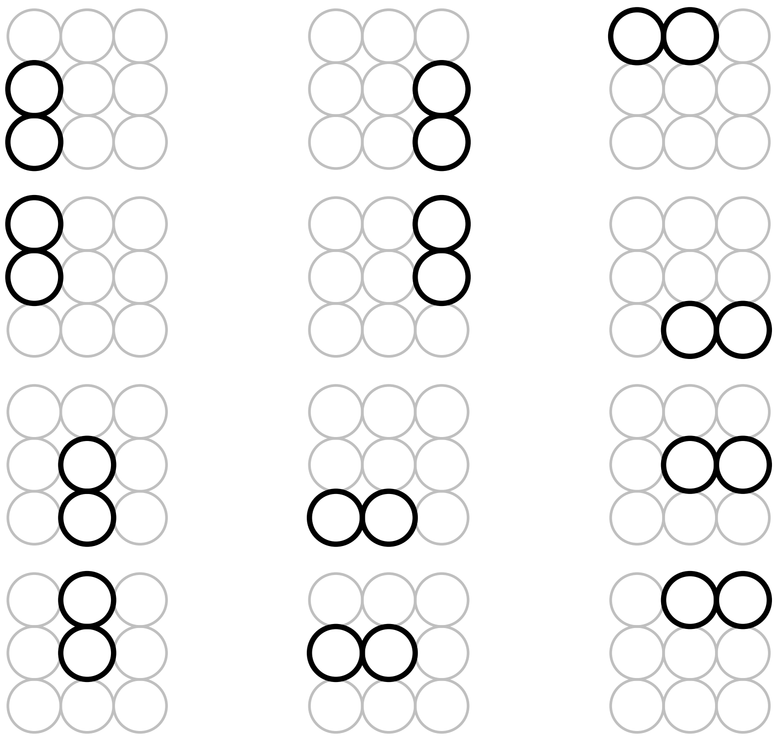
Le *huit de terre* est un ver qui a la forme d'un 8 quand il dort.

Compte tous les endroits où peut dormir le huit de terre dans la cavité dessinée ci-dessous.
NB : Endormi, le huit de terre a la taille de deux des cercles qui forment cette cavité.



« Le huit de terre », *Énigmes mathématiques pour les moins de 10 ans*, Niveau CE, Éd. Pole, 2003

Il y a douze endroits :

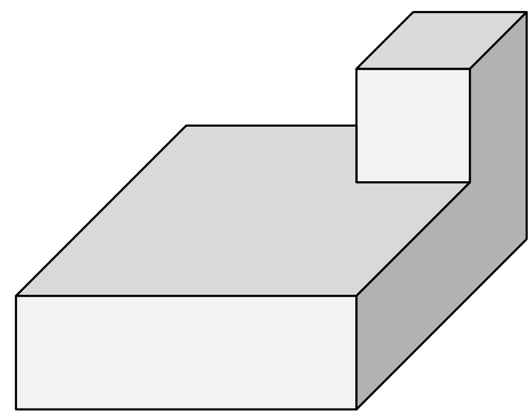


806 Ver (4)

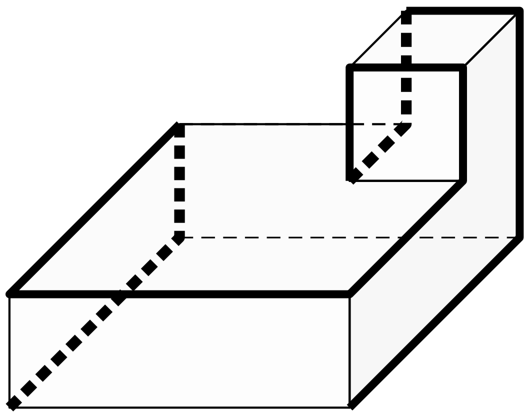
Énigme

Un ver escalade le long des arêtes de la figure ci-dessous.

Quel chemin doit-il suivre pour passer par chaque coin de la figure une et une seule fois ?



« Un ver, ça peut aller… », *Science & Vie, Jeux mathématiques pour tous, 160 énigmes à résoudre*



807 Ver (5)

Énigme

Un ver de terre pèse 1 gramme.
Il y a, chez un maraîcher bio, 2 vers de terre par décimètre carré.

Quelle est la masse totale des vers de terre chez un maraîcher bio cultivant 3 hectares ?
(1 hectare = 100 m $\times$ 100 m et 1 mètre carré = 100 décimètres carrés)

A) 6 tonnes	B) 60 kg	C) 600 kg
D) 15 tonnes	E) 150 kg	

Kangourou de midi, 2018, n° 7

2 vers par dm^2, cela fait 200 vers au m^2, soit $200 \times 10\,000$ vers par hectare, finalement 2 millions de vers par hectare.
Pour 3 hectares, cela fait donc 6 millions de vers.
Et leur masse est : $6 \times 10^6 \times 10^{-3}$ kg $= 6 \times 10^3$ kg $= 6$ tonnes.

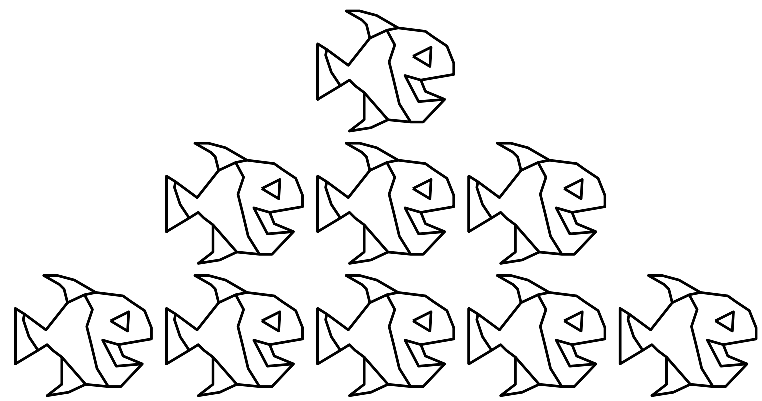
Réponse **A**

808 Vivaneau

Énigme

Serge aime la photo en noir et blanc.
De passage sur les quais à la Darse, il prend en photo la pêche de Will.
Quatre poissons sont des vivaneaux de couleur rouge mais aucun d'entre eux n'est côte à côte.
Trois sont des chirurgiens bleus qui sont côte à côte.
Et pour finir, deux sont des poissons perroquets verts qui ne sont pas côte à côte mais sont chacun à côté de deux vivaneaux.
(On dit que deux poissons sont côte à côte s'ils sont l'un au-dessus de l'autre ou bien directement à droite ou à gauche l'un de l'autre.)

Peux-tu colorier correctement la pêche de Will ?



« 4. Une bonne pêche », $31^{\text{ème}}$ Rallye Mathématiques des Antilles, 2022, Épreuve de sélection, $5^{\text{ème}}$ multilingue

R
R B B
R V B V R

R
B B R
R V B V R

R
B B B
R V R V R

R
R V B
R V R B B

R
B V R
B B R V R

809 Wapiti

Énigme

Pour se protéger au mieux de leurs prédateurs naturels, un troupeau de wapitis préfèrent se regrouper.
Mais, aujourd'hui. . .

- s'ils essaient de se regrouper deux par deux, il en reste un, seul ;
- s'ils essaient de se regrouper trois par trois, il en reste un, seul ;
- s'ils essaient de se regrouper quatre par quatre, il en reste un, seul ;
- s'ils essaient de se regrouper cinq par cinq, il en reste un, seul ;
- s'ils essaient de se regrouper six par six, il en reste un, seul ;
- s'ils essaient de se regrouper sept par sept, aucun ne reste seul.

Sachant qu'il y a moins de 500 wapitis, combien sont-ils en ce jour ?

Soit N le nombre de wapitis.

Puisqu'il reste un wapiti lorsqu'on regroupe les N wapitis par deux, N s'écrit sous la forme « (multiple de 2) + 1 ». Ainsi $N-1$ est un multiple de 2.

De même, N est un multiple de 3, de 4, de 5 et de 6.

Il est donc multiple du plus petit commun multiple des entiers 2, 3, 4, 5 et 6, soit de 60.

N, inférieur à 500, appartient donc à l'ensemble $\{61, 121, 181, 241, 301, 361, 421, 481\}$.

Puisqu'il ne reste aucun wapiti lorsqu'on regroupe les N wapitis par sept, N est un multiple de 7.

Parmi les valeurs précédentes, il y a une seule solution, 301 ($= 43 \times 7$).

Il y a donc 301 wapitis.

Remarque. On peut tester pour chacun des entiers de l'ensemble s'il est un multiple de 7 (ce qui revient à tester s'il est divisible par 7). On peut aussi utiliser un critère simple de divisibilité par 7 : la différence entre le *nombre* de dizaines et le double du *chiffre* des unités est divisible par 7. Comme le chiffre des unités est toujours 1, il faut donc que le nombre de dizaines diminué de 2 soit un multiple de 7.

810 Wombat (1)

Énigme

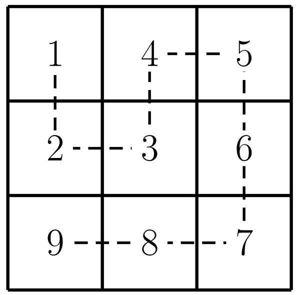
On a aperçu un wombat ! Les scientifiques australiens doivent absolument l'attraper pour le protéger.
Le wombat ne repasse jamais deux fois par le même endroit et il se déplace d'une case à la fois horizontalement.

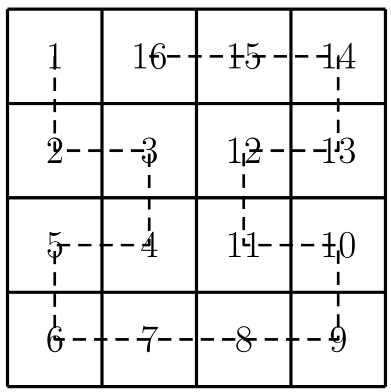
Dans chacun des deux cas suivants, aide le zoologue à retracer le parcours du wombat.

1		
	3	

1			14
	4		
			9

« La chasse au wombat », *Enigma X*, n^{o} 2, Janvier 2006





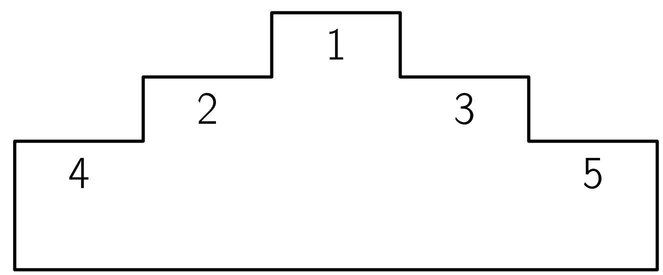
811 Wombat (2)

Énigme

Les quatre animaux viennent de faire une course avec le wombat.
Ils doivent monter sur le podium.
Voici quelques indices.

- Le kangourou sera à côté du dingo.
- Le renard et le lapin seront aux extrémités.
- Le lapin sera à côté du wombat.
- Le wombat sera à droite du kangourou.

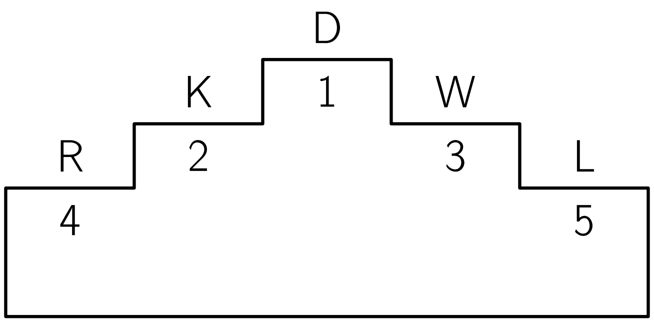
Retrouve la position de chaque animal sur le podium.



« Où est le wombat ? », *Enigma X*, n° 2, Janvier 2006

De gauche à droite :

- Renard
- Kangourou
- Dingo
- Wombat
- Lapin



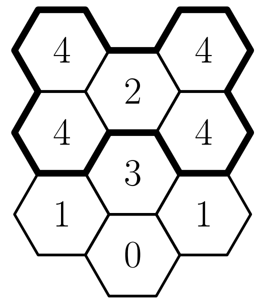
812 Wombat (3)

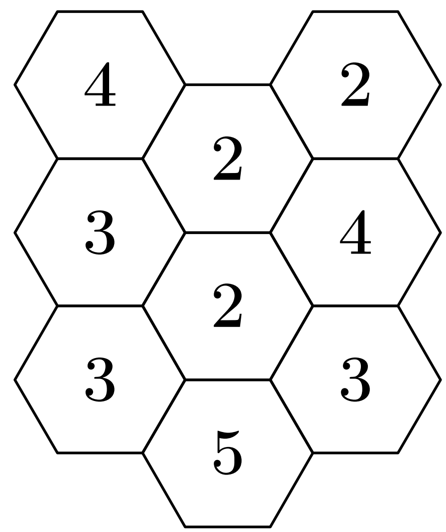
Énigme

Incorrigibles wombats... Sitôt arrivés, sitôt échappés !
Le gardien les a heureusement rattrapés mais, maintenant, il est obligés de monter une nouvelle clôture pour éviter que cela ne recommence.

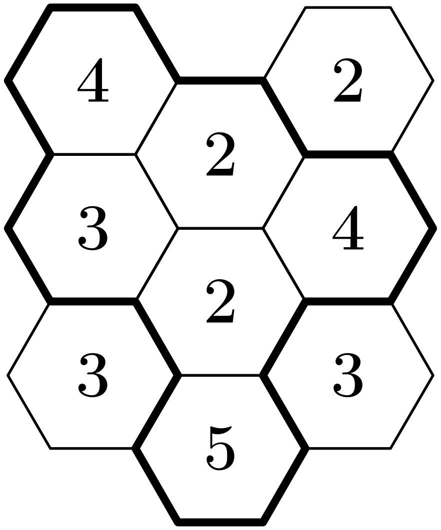
Trace la clôture sachant que, dans chaque hexagone, on peut lire le nombre de côtés d'hexagones utilisés par la clôture.

Voici l'ancienne clôture :





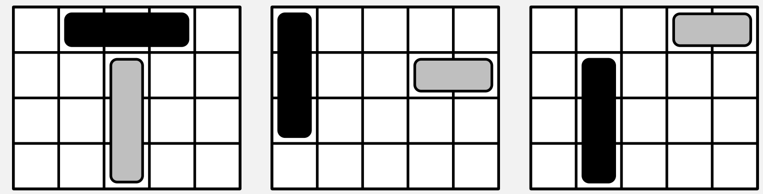
« La clôture », *Enigma X*, n° 2, Janvier 2006



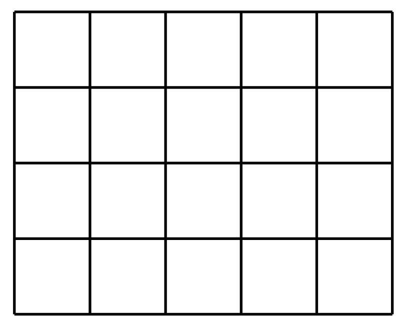
813 Wombat (4)

Énigme

Les zoologues ont réussi à attraper des wombats.
Ils peuvent les protéger en les gardant dans une réserve où ils vivront en liberté.
Mais il y a un problème, le parking de la réserve est trop petit.
Le camion de nourriture pour wombats (représenté en noir) et le camion de médicaments (représenté en gris clair) se placent obligatoirement de l'une des façons ci-dessous.

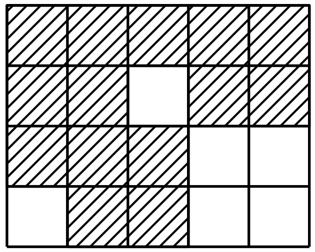


Quel est le seul endroit où le zoologue est sûr de pouvoir garer sa camionnette dans les trois cas, sachant qu'il n'occupe qu'une seule case et ne peut en aucun cas se garer sur une place qui touche les autres camions, même en diagonale ?

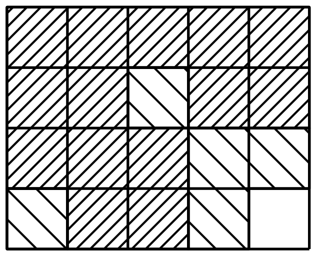


« L'arrivée des wombats », *Enigma X*, n° 2, Janvier 2006

En superposant les trois grilles, on obtient l'occupation possible des véhicules :



On rajoute la condition de juxtaposition, qui supprime cinq cases :



Le zoologue ne peut donc se garer que dans la case en bas à droite.

814 Xérus

Énigme

Vincent prépare une solution médicamenteuse pour son xérus malade. Il dispose de trois récipients A, B et C qui ont une contenance de 7, 4 et 3 centilitres.
Il doit faire le mélange ainsi : à chaque fois qu'il verse un récipient dans un autre, il arrête soit lorsque le récipient qui verse est vide soit lorsque le vase qui reçoit est plein.
Au départ, le récipient A est plein et les deux autres sont vides. Il effectue les transvasements suivants : A dans B, B dans C, C dans A, B dans C, A dans B et B dans C.

Combien de centilitres y a-t-il alors dans le récipient B ?

D'après « L'effort des amphores », *Enigma*, n° 4, mars-avril 2006

	A	B	C
Départ	7	0	0
A dans B	3	4	0
B dans C	3	1	3
C dans A	6	1	0
B dans C	6	0	1
A dans B	2	4	1
B dans C	2	2	3

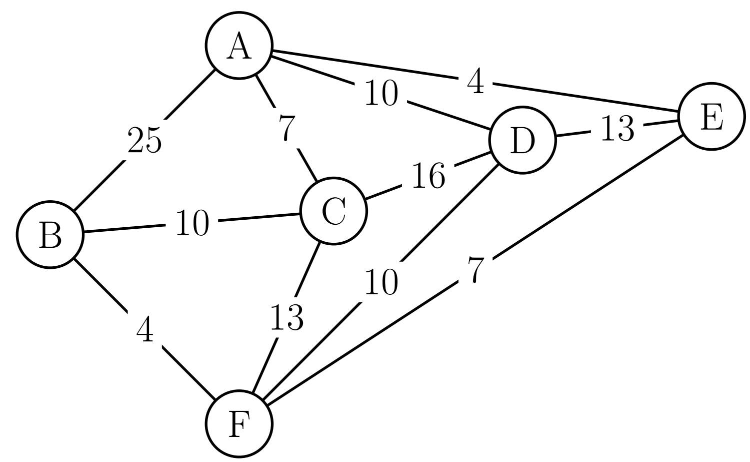
À la fin des transvasements, il y a 2 centilitres dans le récipient B.

815 Yack

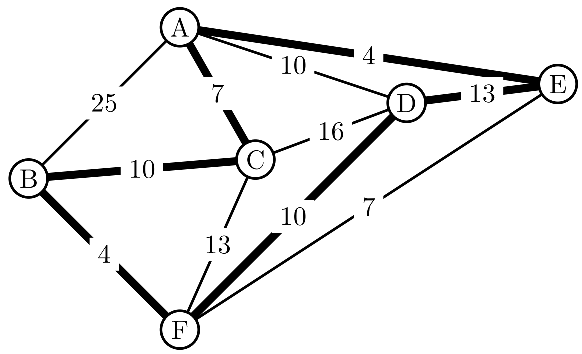
Énigme

Pemba et Nyima sont deux frères sherpas, dans le Népal. Le chef du village leur demande de transporter des marchandises dans cinq villages (puis de revenir au village !).
La carte ci-dessous montre les distances entre deux villages (quand ils peuvent être reliés). Par exemple, la distance entre les régions A et C est égale à 7.
Pemba connaît bien les régions à traverser : il choisit la boucle qui lui donne la plus petite distance.
Nyima, son jeune frère, tient à se faire sa propre recherche : il ne sait pas encore qu'il choisit la boucle qui lui donne la plus grande distance !

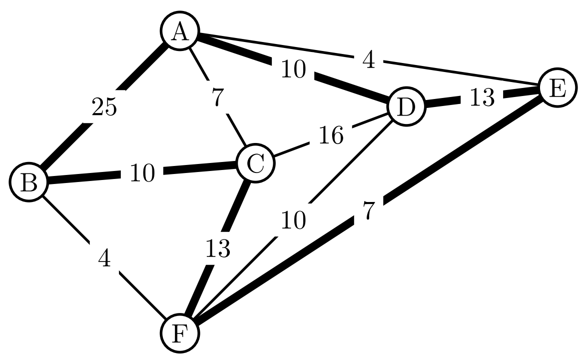
Quelle distance sépare les deux distances des deux frères ?



Chemin de Pemba, le plus court :
ACBFDEA, de distance totale égale à 48



Chemin en boucle de Nyima, le plus long :
ABCFEDA, de distance totale égale à 78



Il y a une différence de distance égale à 30.

816 Zèbre (1)

Énigme

Cinq maisons de couleurs différentes sont habitées par des hommes de nationalités et de professions différentes, chacun ayant son animal favori et sa boisson préférée.

1. L'Anglais habite la maison rouge.
2. Le chien appartient à l'Espagnol.
3. On boit du café dans la maison verte.
4. L'Ukrainien boit du thé.
5. La maison verte est située immédiatement à votre droite de la blanche.
6. Le sculpteur élève des escargots.
7. Le diplomate habite la maison jaune.
8. On boit du lait dans la maison du milieu.
9. Le Norvégien habite la première maison, à gauche.
10. Le médecin habite la maison voisine de celle où demeure le propriétaire du renard.
11. La maison du diplomate est voisine de celle où il y a un cheval.
12. Le violoniste boit du jus d'orange.
13. Le Japonais est acrobate.
14. Le Norvégien demeure à côté de la maison bleue.

À qui appartient le zèbre ? Qui boit de l'eau ?

Ce problème, difficile, est présenté comme inventé par Albert Einstein, jeune. Il peut aussi l'avoir été par Lewis Caroll. La première version de ce problème a été publiée dans l'édition du 17 décembre 1962 du *Life International* (et sa solution, dans celle du 25 mars 1963).

Par lecture directe :

Couleur	Jaune	Bleue (**14**)	Rouge (**1**)	Blanche (**5**)	Verte (**14**)
Nat.	Norvég. (**9**)		Anglais (**1**)		
Boisson			Lait (**8**)		Café (**3**)
Prof.	Diplom. (**7**)				
Animal		Cheval (**11**)			

D'après (**4**), l'Ukrainien habite la maison bleue ou la blanche. S'il habite la blanche, le violoniste habite dans la bleue (d'après (**12**)), par suite, l'Espagnol possédant un chien est dans la maison verte... mais alors, où est l'acrobate japonais ? Donc l'Ukrainien habite la maison bleue.

L'Ukrainien possédant un cheval ne peut être sculpteur (d'après (**6**)), il est donc médecin. Il boit du thé (**4**) donc l'eau est la boisson du diplomate.

L'acrobate japonais ne peut qu'habiter dans la maison verte, par suite l'Espagnol habite dans la blanche, et le sculpteur est anglais.

D'après (**6**) et (**10**), le propriétaire du renard est le diplomate et, par suite, le Japonais possède le zèbre.

D'où le tableau :

Couleur	Jaune	Bleu	Rouge	Blanc	Vert
Nationalité	Norvégien	Ukrainien	Anglais	Espagnol	Japonais
Boisson	**Eau**	Thé	Lait	Jus d'or.	Café
Profession	Diplomate	Médecin	Sculpteur	Violoniste	Acrobate
Animal	Renard	Cheval	Escargots	Chien	**Zèbre**

Le Japonais possède le zèbre et l'eau est la boisson du diplomate.

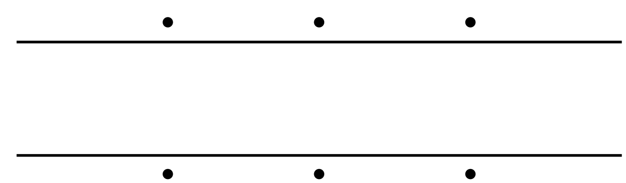
817 Zèbre (2)

Énigme

Les six photos prises lors d'un safari ne permettent pas de se faire une idée d'ensemble de la disposition des animaux autour des points d'eau situés le long de la rivière (voir schéma ci-dessous). En faisant appel à sa mémoire, notre photographe devrait pourtant s'y retrouver :

1. Le tigre et l'éléphant sont l'un en face de l'autre de part et d'autre de la rivière.
2. Le crocodile n'est pas en face du boa et son voisin de droite regarde vers la forêt.
3. L'éléphant est près de la forêt et se trouve sur la même rive que l'hippopotame.
4. Le tigre ne boit pas à côté du boa et ses deux voisins les plus proches dorment.
5. Le boa boit les yeux fermés.
6. L'animal le plus éloigné de l'hippopotame ne boit pas et regarde la forêt.

Mais où est donc le zèbre ?



Aide : L'animal le plus éloigné du tigre est en train de boire et le crocodile est la droite du boa.

Tigre Crocodile Boa

Éléphant $\boxed{\text{Zèbre}}$ Hippopotame

818 Zèbre (3)

Énigme

En se rendant à un point d'eau dans la savane, un zèbre croisa six girafes.
Chaque girafe transportait trois singes sur son dos.
Chaque singe avait deux oiseaux sur la queue.

Combien d'animaux se rendaient au point d'eau ?

Un seul : le zèbre.

Le zèbre se rendait au point d'eau et tous les autres animaux en revenaient puisqu'il les a croisés.

819 Zèbre (4)

Énigme

Un lion, un léopard et un chacal dévorent ensemble un zèbre.
Le lion seul le dévorerait en 1 heure.
Le léopard seul mettrait 3 heures.
Le chacal seul mettrait 6 heures.

En combien de temps dévorent-ils ensemble ce zèbre ?

Déterminons ce que mange chaque animal en une heure.

En une heure, le lion mange 1/1 part du zèbre, le léopard, 1/3, et le chacal, 1/6.

Faisons la somme de ces parts.
$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$
Donc les 3 animaux mangent en une heure l'équivalent de 3/2 du zèbre, soit un zèbre et demi.

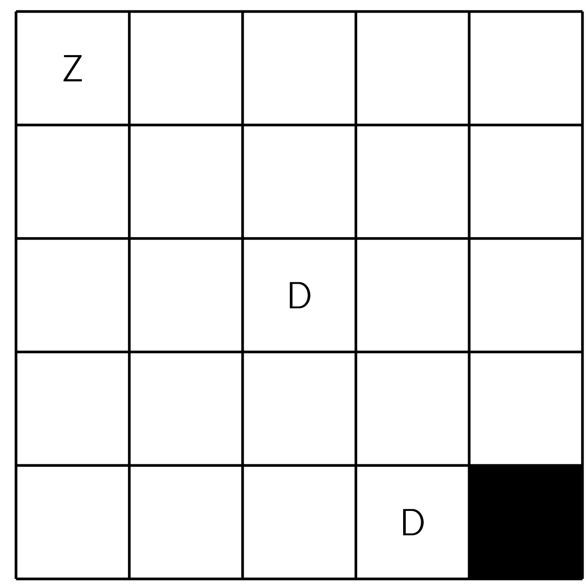
Donc le zèbre sera mangé en 2/3 d'heure, soit en $\frac{2}{3} \times 60 = 40$ minutes.

820 Zèbre (5)

Énigme

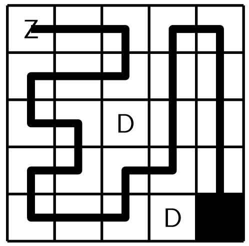
Un zèbre part de la case marquée Z.
Il avance case par case horizontalement ou verticalement jamais en diagonale.
Les cases marquées D sont à éviter car elles invitent à zézayer.

Trouvez un chemin qui mène de la case Z à la case noire.



« Zèbre qui zézaie », `http://www.recreomath.qc.ca/`

Voici un chemin :



821 Zèbre (6)

Énigme

Ce soir, c'est le grand bal des animaux qui rassemble des éléphants, des girafes et des zèbres.
Les éléphants et les girafes sont arrivés les premiers.
Chaque éléphant est venu accompagné d'une girafe et chaque girafe est venue accompagnée d'un éléphant.
Au total, 65 animaux sont venus au bal.
Le nombre de zèbres est égal à la moitié de celui des éléphants.

Combien de zèbres sont venus au bal ce soir ?

« Le bal des animaux »,
Rallye Mathématique Transalpin, Épreuve 1, 2017

Il y a autant de girafes que d'éléphants et le nombre de zèbres est égal à la moitié du nombre d'éléphants et donc de girafes.

On considère donc des groupements de cinq animaux : deux girafes, deux éléphants et un zèbre.

Avec 65 animaux, on peut faire $65 \div 5 = 13$ de ces groupements.

Comme il y a 1 zèbre par groupement, on déduit que 13 zèbres sont venus au bal.

822 Zèbre (7)

Énigme

Benoît et Yvan sont en Afrique, dans une réserve animalière où il y a des lions, des girafes, des gazelles, des zèbres et des autruches.
Un touareg joueur leur explique que dans cette réserve, il y a 4 712 pattes, 650 yeux de lions, 203 cous de girafes, 512 becs d'autruches et 302 oreilles de gazelles.

Quel est le nombre de zèbres dans cette réserve ?

« 3. Kenya », *Concours Bombyx*, Quarts de finale, $6^{\text{ème}}$, 2012

Il y a $650 \div 2 \times 4 = 1\,300$ pattes de lions.
Il y a $20 \times 4 = 812$ pattes de girafes.
Il y a $512 \times 42 = 1\,024$ pattes d'autruches.
Il y a $302 \div 2 \times 4 = 604$ pattes de gazelles.
Ce qui fait déjà un total de $1\,300 + 812 + 1\,024 + 604 = 3\,740$ pattes.
$4\,712 - 3\,740 = 972$
Il y a donc 972 pattes de zèbres et $972 \div 4 = 243$.
Il y a 243 zèbres dans cette réserve.

823 Zébu

Énigme

Si deux zébus et un éléphant pèsent autant que neuf bébés girafes et si un zébu et six bébés girafes pèsent autant qu'un éléphant, combien faut-il de bébés girafes pour égaler un éléphant ?

« Bébés girafes et gros zébus »,
177 nouvelles énigmes mathématiques, De 13 à 113 ans,
Marie Agrell, Éditions Ellipses, 2021

On désigne par z, g et e les poids respectifs d'un zébu, d'un bébé girafe et d'un éléphant.

On a $2\,z + e = 9\,g$ et $z + 6\,g = e$.

Donc $2\,z + z + 6\,g = 9\,g$.
Donc $3\,z = 3\,g$.
Donc $z = g$.

Par conséquent, $g + 6\,g = e$.
Donc $7\,g = e$.

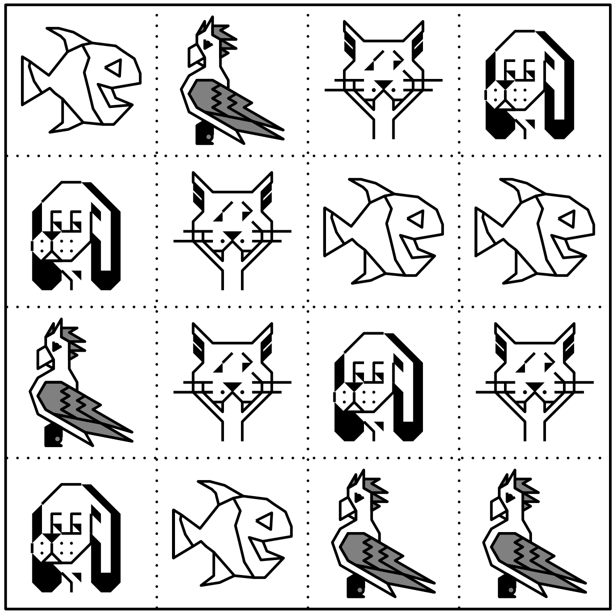
Il faut sept bébés girafes pour égaler un éléphant.

824 Zone pavillonnaire (1)

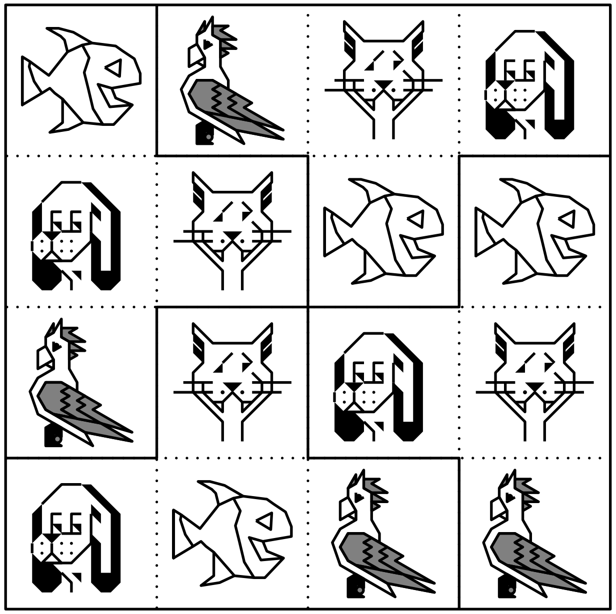
Énigme

Dans cette zone pavillonnaire, chacun des quatre propriétaires a un chat, un chien, un poisson et un perroquet.
Les quatre propriétaires habitent sur des zones de même forme.

Retrouver les zones habitées par les quatre propriétaires.



D'après « Découpons le carré », Rallye mathématique de l'IREM de Paris-Nord, 1999

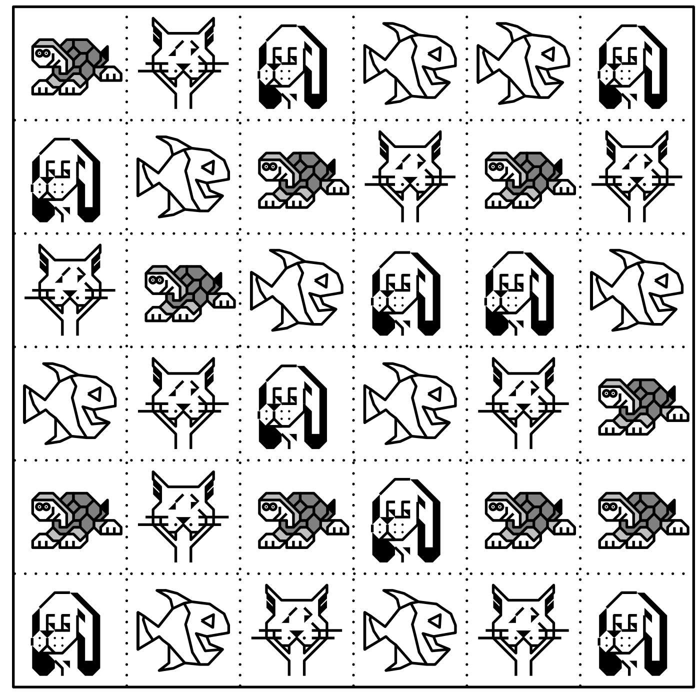


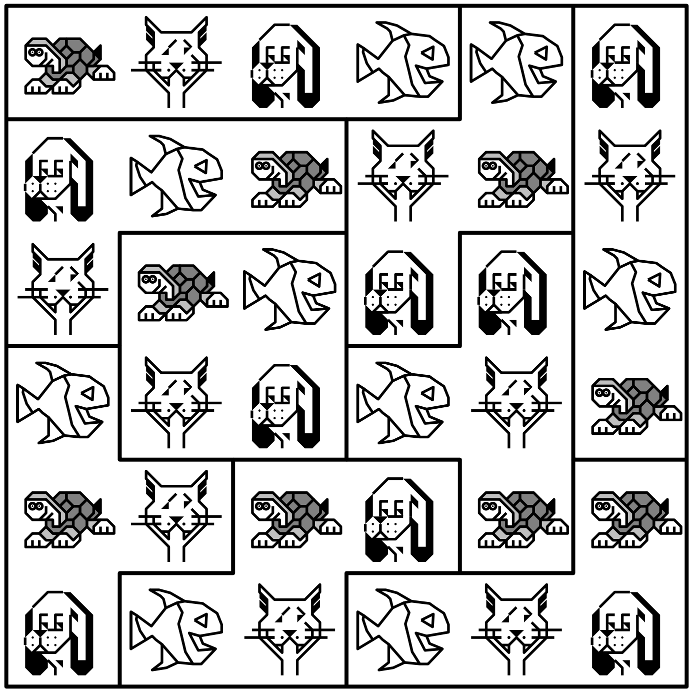
825 Zone pavillonnaire (2)

Énigme

Dans cette zone pavillonnaire, chacun des neuf propriétaires a un chat, un chien, un poisson et une tortue.

Retrouver les surfaces habitées par les neuf propriétaires.



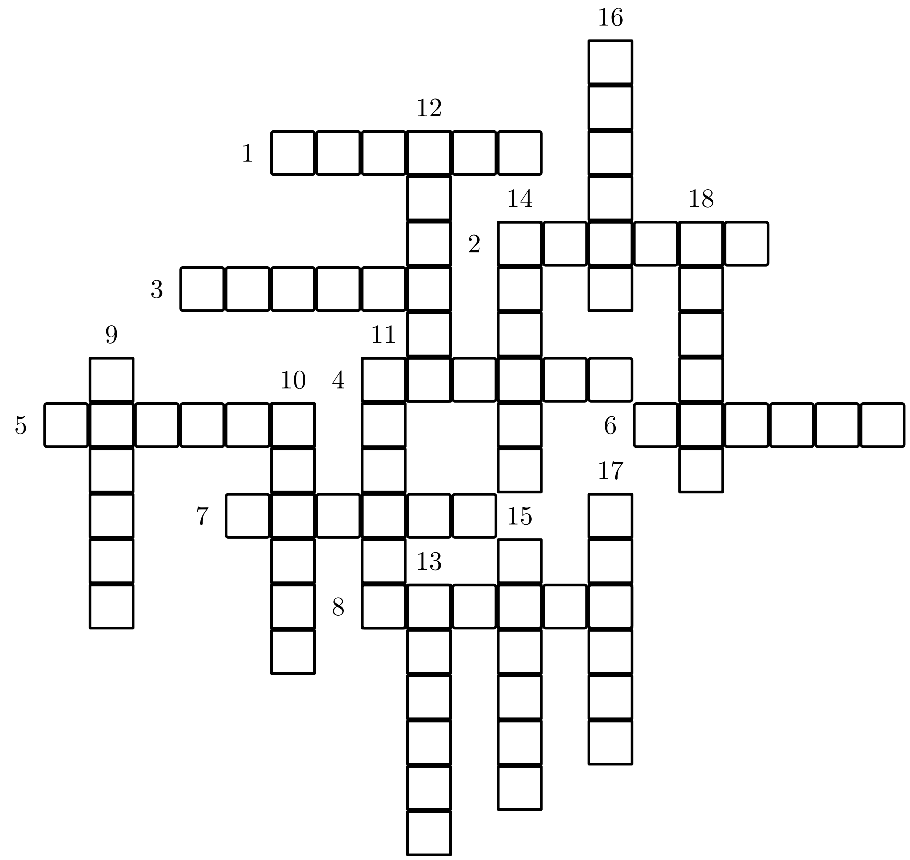


826 Zoo

Énigme

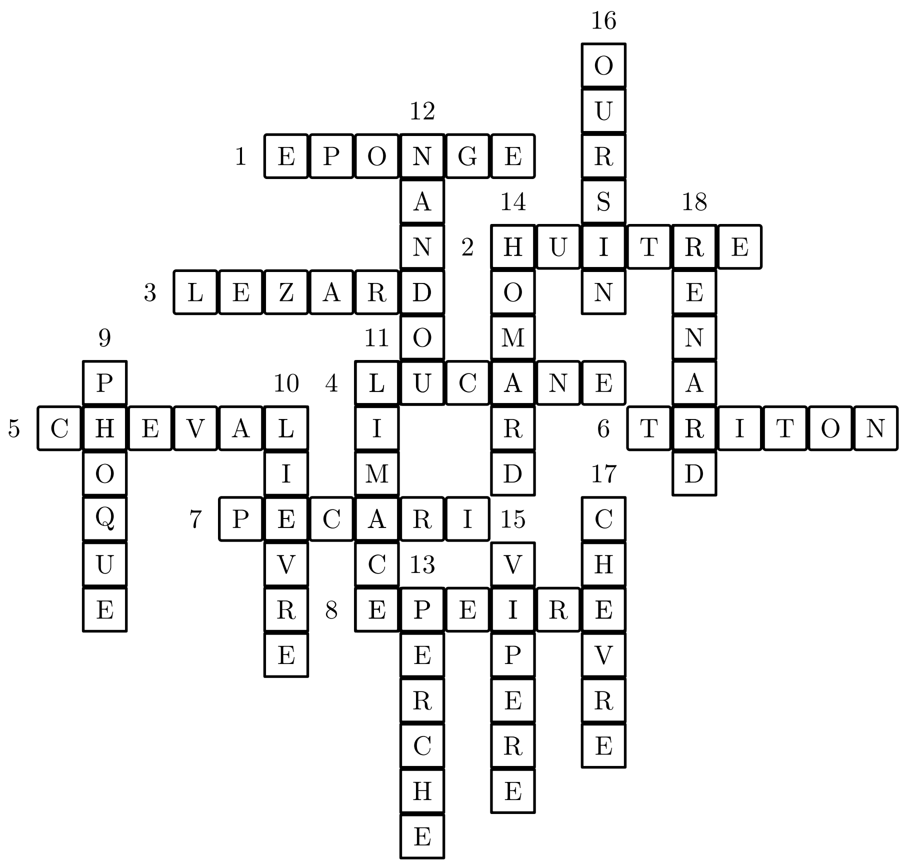
Essayez de placer le maximum de noms d'animaux de la liste ci-dessous dans la grille, sachant qu'on peut faire entrer la totalité.
Bien entendu, chaque nom ne peut être utilisé qu'une fois.

CHEVAL	LEZARD	PECARI
CHEVRE	LIEVRE	PERCHE
EPEIRE	LIMACE	PHOQUE
EPONGE	LUCANE	RENARD
HOMARD	NANDOU	TRITON
HUITRE	OURSIN	VIPERE



« Entrez dans le zoo », *Pour le plaisir de se casser (encore plus) la tête !*, L. Thépault, Éd. Dunod, 2005

• En essayant un à un chacun des 18 mots pour le 8 horizontal, seul EPEIRE convient, car il peut faire entrer simultanément en 11, 13, 15 et 17 quatre autres mots de la liste. • Regardons le 5 horizontal. La dernière lettre du mot est la première du 10 vertical. Trois cas sont possibles : E, L et N. • Si c'est N, en 10 vertical, on a NANDOU, et aucun mot ne pourra entrer en 7 horizontal (aucun mot n'a pour seconde lettre un N). La dernière lettre de 5 horizontal est donc E ou L. • Si c'est E, en 10 vertical, on a EPONGE (EPEIRE est déjà placé) et en 7 horiezontal HOMARD. Mais dans ce cas, on s'aperçoit qu'on ne peut placer NANDOU nulle part. • La dernière lettre de 5 horizontal est donc un L et le mot correspondant est CHEVAL. • Les lettres C, M et Z ne se rencontrent jamais au deuxième rang d'un des mots de la liste ; le 10 vertical est donc LIEVRE. • En continuant ainsi, on décrypte pas à pas la grille pour obtenir l'unique grille solution représentée ci-dessous.

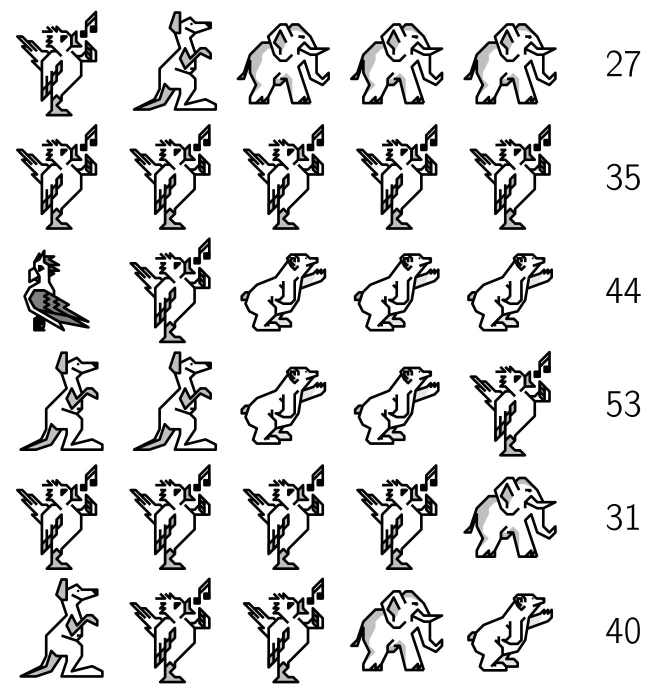


827 Zoologie

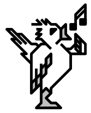
Énigme

Chaque animal représente un nombre entier, on trouve en bout de ligne la somme de ces cinq nombres.

Retrouve le nombre qui correspond à chaque animal.

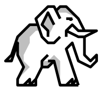


D'après « Zoologie », Rallye mathématique de l'IREM de Paris-Nord, Mai 2012



À l'aide de la deuxième ligne :

$35 \div 5 = 7$

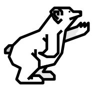


À l'aide de la cinquième ligne, ensuite :

$31 - 4 \times 7 = 3$

À l'aide de la première ligne, ensuite :

$27 - 7 - 3 \times 3 = 11$



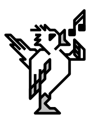
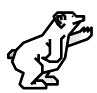
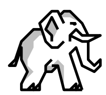
À l'aide de la sixième ligne, ensuite :

$40 - 11 - 2 \times 7 - 3 = 12$

À l'aide de la troisième ligne, enfin :

$44 - 7 - 3 \times 12 = 1$

En résumé :

 7  11  1  12  3

828 Zoo... logique (1)

Énigme

Déterminer la conclusion des couples de propositions, données en guise de prémisses de sorites.

1. Tous les lapins qui ne sont pas gourmands sont noirs.
   Aucun lapin âgé n'est dépourvu de gourmandise.
2. Toutes les guêpes sont agressives.
   Tous les êtres agressifs sont déplaisants.
3. Aucune antilope n'est disgracieuse.
   Les êtres gracieux sont agréables à voir.
4. Tous les canaris bien nourris chantent à plein gosier.
   Aucun canari qui chante à plein gosier n'est mélancolique.
5. Aucun pays déjà exploré n'est infesté de dragons.
   Les pays inexplorés attirent l'imagination.
6. Aucun quadrupède ne sait siffler.
   Quelques chats sont des quadrupèdes.
7. Un être chauve n'a pas besoin d'un coup de peigne.
   Aucun lézard n'a de cheveux.
8. Aucun homard ne manque de bon sens.
   Aucun être doué de bon sens n'espère l'impossible.
9. Les araignées tissent des toiles.
   Quelques créatures qui ne tissent pas de toiles sont cruelles.
10. Aucun singe n'est soldat.
    Tous les singes sont malicieux.

Logique sans peine, Lewis Carroll

1. Quelques lapins noirs ne sont pas âgés.

2. Les guêpes sont déplaisantes.

3. L'antilope est agréable à voir.

4. Un canari bien nourri est gai.

5. Tout pays infesté de dragons attire l'imagination.

6. Quelques chats ne savent pas siffler.

7. Aucun lézard n'a besoin d'un coup de peigne.

8. Aucun homard n'espère l'impossible.

9. Quelques créatures ne sont pas des araignées cruelles.

10. Quelques créatures malicieuses ne sont pas des soldats.

829 Zoo. . . logique (2)

Énigme

Déterminer la conclusion des groupes de propositions, données en guise de prémisses de sorites.

1. Les bébés sont illogiques.
Nul n'est méprisé quand il peut venir à bout d'un crocodile.
Les gens illogiques sont méprisés.

2. Tous les canards vivant dans ce village qui sont marqués d'un M appartiennent à Mme Martin.
Les canards vivant dans ce village ne portent pas de col en dentelle, à moins qu'ils n'appartiennent à Mme Martin.
Mme Martin ne possède aucun canard gris vivant dans ce village.

3. Aucun oiseau, en dehors de l'autruche, ne mesure trois mètres de haut.
Il n'y a dans cette volière aucun oiseau qui appartienne à un autre que moi.
Aucune autruche ne se nourrit de viande hachée.
Je ne possède aucun oiseau mesurant trois mètres de haut.

Logique sans peine, Lewis Carroll

1. Les bébés ne peuvent pas venir à bout d'un crocodile.
2. Aucun canard gris ne porte de col en dentelle.
3. Aucun des oiseaux ne se nourrit de viande hachée.

830 Zoo... logique (3)

Énigme

Déterminer la conclusion du groupes de propositions, données en guise de prémisses de sorites.

1. Les seuls animaux de cette maison sont des chats.
2. Tout animal qui aime contempler la lune est apte à devenir un animal familier.
3. Quand je déteste un animal, je l'évite soigneusement.
4. Aucun animal n'est carnivore, à moins qu'il n'aille rôder dehors la nuit.
5. Aucun chat ne manque jamais de tuer les souris.
6. Aucun animal ne s'attache jamais à moi, excepté ceux qui sont dans la maison.
7. Les kangourous ne sont pas aptes à devenir des animaux familiers.
8. Aucun animal non carnivore ne tue de souris.
9. Je déteste les animaux qui ne s'attachent pas à moi.
10. Les animaux qui vont rôder dehors la nuit aiment toujours contempler la lune.

Logique sans peine, Lewis Carroll

J'évite toujours soigneusement les kangourous.

Index