Atelier A5

FORMATION CONTINUE EN GEOMETRIE AU CYCLE 3 : UNE ENTREE PAR LES PROBLEMES. PRESENTATION DU TRAVAIL DU GROUPE IREM ECOLE COLLEGE DE LYON.

Annette Braconne-Michoux
Formatrice IUFM Lyon, site de Saint Etienne, Université Lyon 1
Groupe école collège IREM de Lyon
annette.braconne-michoux@iufm.univ-lyon1.fr

Hélène Zucchetta
Formatrice IUFM Lyon, site du Rhône, Université Lyon 1
Groupe école collège IREM de Lyon
h.zucchetta@free.fr

Résumé
Le groupe IREM de Lyon présente un atelier proposant des activités géométriques à analyser afin de les adapter pour la formation continue et pour des élèves en classe de cycle 3 – 6ème. Il s'agit de problèmes de reproduction de figures géométriques complexes. Pour chacune des figures (présentées en annexe) une analyse de la figure et des variables didactiques de la situation sont exposées. Une des figures est ensuite utilisée pour exemplifier certains points théoriques de Duval et Godin concernant les différentes appréhensions d'une figure (perceptive, séquentielle, opératoire et discursive) et la décomposition d'une figure complexe en unités figurales élémentaires.
Suit une rapide présentation des travaux du groupe puis un scénario de stage de formation est développé de manière détaillée. Dans un premier temps des problèmes de description de figures sont proposés avec pour objectifs ::1-décrire pour reconnaître (jeu du portrait), 2-décrire pour faire. Dans un second temps, des problèmes de reproduction sont à résoudre.
Une synthèse des différents types de problèmes géométriques est proposée (en annexe).
Une mise au point sur l'institutionnalisation, conceptuelle et méthodologique, nécessaire pour conclure ces activités clôt cette présentation.

1 INTRODUCTION

Dans cet atelier, nous nous proposions de mettre les participants en situation de recherche de problèmes de géométrie et ensuite de présenter le Groupe école collège de l'IREM de Lyon, sur la géométrie en cycle 3. Parmi les entrées possibles des formations que nous avons conçues, le choix s'est porté ici sur les problèmes comme outil de formation des enseignants pour une mise en questionnement des pratiques. Nous présenterons et analyserons les problèmes de construction proposés aux participants de l'atelier, puis nous exposerons un exemple de déroulement d'une formation.

Dans le cadre de cet atelier nous avions l'intention de questionner cette pratique (utilisée en formation continue), proche de l'homologie c'est-à-dire de discuter comment le transfert de la démarche telle que vécue dans l'atelier peut se faire dans un contexte de formation continue puis dans la pratique quotidienne de la classe. Ce questionnement porte sur les points suivants :

- dans quelles conditions ce transfert peut-il se faire : adaptation des contenus, des consignes, de l'organisation dans la classe ? etc.
- quels documents, quelles références théoriques faut-il apporter lors d'une formation continue ?

Dans un deuxième temps nous avons évoqué le CD-Rom en cours d'élaboration, où seront regroupés plusieurs scénarios de formation continue, conçus pour s'adapter à différents publics.

2 PRÉSENTATION DE L'ATELIER

2.1 Problèmes de géométrie

Dans un premier temps, nous avons demandé aux participants de l'atelier de construire et d'analyser des figures avec le matériel de géométrie (annexe n°1). Certaines figures ont été choisies car elles posent des problèmes de construction ; elles abordent différents concepts : alignement, cercle, milieu … Nous utilisons ces figures en stage de formation continue dans une activité d'analyse des changements dans les procédures des élèves (voir § 5 : Description d'un scénario de stage). Les participants avaient à produire une affiche pour répondre à la consigne donnée : *Analysez ces activités proposées : quels enjeux, quels intérêts, quels apports du point de vue géométrique, du point de vue de la formation y trouvez-vous ?*
Dans un deuxième temps, nous avons présenté quelques éléments théoriques sur l'appréhension des figures.

2.1.1 Présentation des problèmes proposés

Toutes les situations amènent à analyser la figure et à repérer les éléments qui ont permis sa construction (il est parfois nécessaire de remettre les traits de construction qui auraient été effacés).
Les thèmes abordés dans la reproduction des figures sont les suivants :

Figure 1 a) : alignements.
Figure 1 b) : symétries ou propriétés des quadrilatères particuliers.
Figures 2 a) et b) : cercles et arcs de cercles et leurs centres.
Figure 3 a) : angles (même si on peut commencer la construction par le tracé d'une diagonale et le repérage d'un milieu).
Figures 3 b) : arcs de cercles dans carré.
Figure 3 c) : propriétés des quadrilatères particuliers (carré dans un carré).

Dans le cadre de l'atelier, pour chaque reproduction de figure, les questions posées ont été :

- reproduisez la figure : y a-t-il plusieurs démarches possibles ?
- comment peut-on modifier la consigne pour que la reproduction soit plus facile ? plus difficile ?
- comment peut-on la proposer en formation, compte tenu des différents publics concernés : formation continue d'enseignants du primaire ou du secondaire ? stages de T1 ou de T2 ?
- dans quelles conditions (taille du modèle, consigne orale ou écrite, taille de la reproduction) la reproduction d'une telle figure est-elle intéressante pour un niveau de classe donné ?

2.1.2 Variables didactiques et analyse des problèmes

Avec des élèves, les figures à reproduire sont données en taille supérieure pour permettre une meilleure prise d'informations. Il faut aussi autoriser les élèves à tracer sur la figure modèle (ce qui peut être interdit quand la figure est sur un livre).

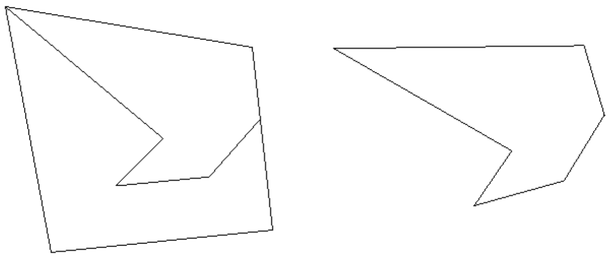
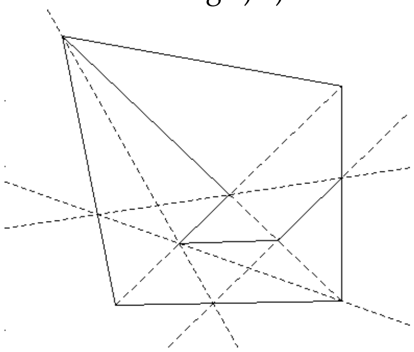


Fig.1) a)

La figure 1) a) est une figure à compléter avec uniquement une règle graduée. La situation est inspirée de l'analyse présentée par Keskessa, Perrin-Glorian et Delplace (2007) mais la configuration initiale a été modifiée.



Pour autant elle repose toujours sur la reconnaissance de différents alignements : certains traits sont à prolonger mais d'autres alignements sont à repérer par la connaissance de trois points. La validation peut être faite grâce à deux alignements supplémentaires. Ces mêmes alignements permettent aussi de terminer la construction par deux méthodes différentes.

Dans le cas de cette figure, les alignements de points ne présentent pas tous les mêmes difficultés selon qu'il s'agit de prolonger un trait existant ou de créer une droite passant par deux points. Plusieurs démarches sont possibles dans la mesure où certains alignements sont indépendants les uns des autres.

La figure à compléter est légèrement tournée par rapport à l'original pour éviter des procédures s'appuyant sur une reconnaissance de parallélisme (faite en glissant éventuellement la règle).

On aborde le concept de points et celui de droites : un point est obtenu comme intersection de droites, et une droite est soit vue comme prolongement d'un « trait » tracé, soit définie par deux points (aspect plus difficile pour les élèves).

La figure 1) b) est à compléter à partir d'un losange. Cette figure est composée de trois losanges[1] tels que : les (droites) diagonales sont alignées ; les points d'intersection des diagonales de chaque losange confondus ; les diagonales du petit losange sont les demi-diagonales du grand losange ; le losange « moyen » a deux sommets communs avec le petit losange et deux autres sommets communs avec le grand losange.

Elle nécessite donc la reconnaissance des deux diagonales des losanges.

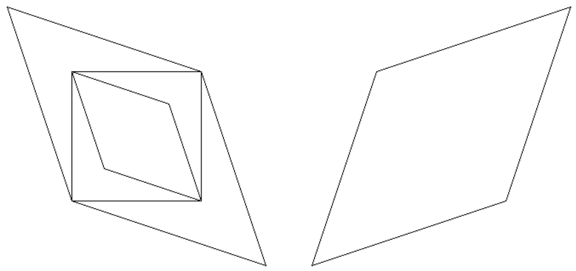


Fig. 1) b)

Dans le cas de cette figure, les variables didactiques sont la taille de la figure demandée (identique ou non au modèle), l'orientation de la figure finale par rapport à la figure initiale, le fait que le losange proposé est le « grand » losange ou le « petit » losange du dessin initial, voire le moyen et les instruments autorisés (règle graduée ou non, compas, équerre). Dans le cas d'une reproduction à l'identique, il peut suffire de reporter les mesures au compas ou à la règle sans prendre en compte les propriétés géométriques de la figure initiale. Dans le cas d'une reproduction à une taille différente, les procédures pourront changer en fonction des instruments autorisés mais les

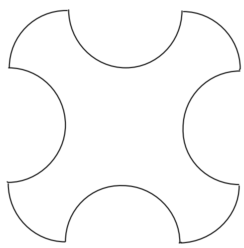


Fig. 2) a)

[1] Dans le fichier photocopiable de CAP Maths CM1, le losange moyen est un carré car le grand losange (comme le petit) a une petite diagonale de longueur moitié de la grande.

propriétés géométriques de la figure initiale devront être identifiées : diagonales perpendiculaires et, quand elles sont de même support, elles sont de longueur double l'une par rapport à l'autre. Enfin donner comme élément de départ ce qui sera le « petit losange » a tendance à être plus difficile pour les élèves que de construire à l'intérieur du « grand losange » puisque, justement ils doivent faire des tracés qui « sortent de la figure ».

Dans les deux figures 2) a) et 2) b), la principale difficulté réside dans le repérage des centres des cercles ou des arcs de cercle. L'expérience auprès de nos élèves a montré qu'une observation globale et donc trop rapide peut inciter à voir un cercle au lieu de quatre petits arcs de cercle dans la 1[ère] figure et une rosace à six branches dans la deuxième. Les procédures utilisées par les élèves pour construire chacune de ces deux figures sont nombreuses et s'appuient sur des propriétés géométriques différentes (symétries, positions des centres des cercles, rayons des cercles, etc.). Cette variété peut amener à faire une mise en commun et permettre à ceux qui n'ont pas trouvé d'essayer une méthode présentée par leurs camarades.
La figure 2 a) sera étudiée de façon détaillée dans le paragraphe suivant à propos des apports théoriques qui peuvent être donnés à ce sujet.

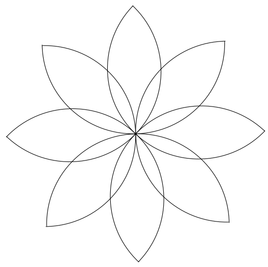


Fig. 2) b)

Là aussi, les deux figures peuvent être reproduites à l'identique ou à une taille différente ; les procédures de construction sont de toutes façon très nombreuses. Dans les deux cas, il faut autoriser les élèves à compléter la figure-modèle pour y prendre des informations qui détermineront la procédure.

Les figures 3) a), b) et c) sont à compléter à partir d'un élément agrandi de la figure. Les constructions de ces figures nécessitent l'utilisation de propriétés conservées dans l'agrandissement : alignements, milieux et angles.

L'intérêt de la figure 3) a) réside dans le fait que seules les mesures d'angles sont conservées. En effet, on peut commencer la construction de la figure en repérant qu'une partie d'une diagonale a été dessinée mais; le triangle de gauche n'est pas isocèle, le sommet de l'autre triangle n'est ni au tiers ni au quart de la longueur, le milieu de la longueur du rectangle qui est aussi un sommet de ce triangle ne permet pas à lui seul de poursuivre la construction ; etc. La reproduction de la figure nécessite donc le report d'au moins un angle pour fixer un des segments obliques qui n'est pas une diagonale du rectangle. Tous les instruments sont autorisés. Un papier calque de taille très réduite peut être distribué. La taille du rectangle à l'intérieur duquel s'inscrit la construction est alors de moindre importance (il suffit que les proportions soient conservées pour l'agrandissement).

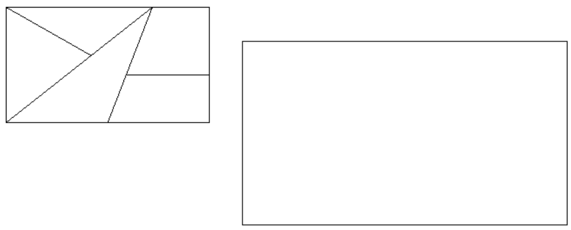


Fig. 3) a)

La difficulté dans la reproduction de la figure 3) b) réside dans le fait que le centre du carré sert ensuite comme point de repère des extrémités des rayons des huitièmes de cercles dont les centres sont les sommets du carré. Là encore il faut autoriser les élèves à compléter la figure initiale pour identifier le rôle du centre du carré.

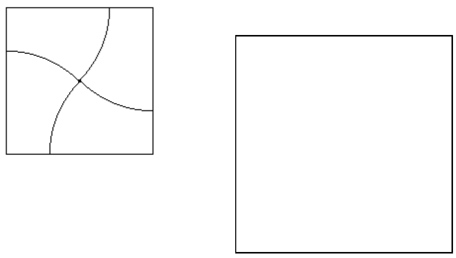
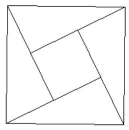


Fig. 3) b)

La figure 3) c) présente les mêmes conditions de reproduction que la figure 1) b) : le carré proposé peut être le « carré intérieur » de la figure initiale auquel cas la construction se fera autour de cette figure, soit le carré proposé est le « carré extérieur » de la figure initiale et la construction se poursuit à l'intérieur de cette figure. Dans ce dernier cas, la difficulté de reproduction réside dans le repérage des milieux des côtés sur le modèle et la construction des côtés du carré intérieur par intersection des segments joignant les milieux des côtés aux sommets du carré. Au contraire si le carré proposé doit devenir le carré intérieur, on obtient les sommets du carré extérieur en prolongeant les côtés du carré existant et en reportant la longueur de ses côtés.



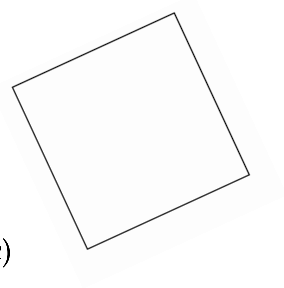


Fig. 3) c)

Comme dans le cas de la figure 1) b) les variables didactiques sont liées à la taille de la reproduction demandée (à l'identique ou d'une taille différente), l'orientation de la reproduction par rapport à la figure initiale. Selon que le carré proposé au début de la reproduction est le carré intérieur ou extérieur de la figure initiale, les procédures seront différentes. Si les figures 1) b), 3) b) et 3) c) sont reproduites à l'identique, le repérage des points importants pour la construction peut se faire uniquement par mesurage sans repérer un point comme étant le milieu d'un segment, ou comme le centre d'un carré. Le passage aux propriétés des figures devient nécessaire avec l'agrandissement de celles-ci.

2.2 Apports théoriques qui peuvent être travaillés avec ces problèmes

La mise en œuvre des situations de reproduction ou de construction de figures est l'occasion de réactiver certaines références théoriques reprises de Duval (1994 ; 1995) et de Duval et Godin (2005), en particulier les différentes appréhensions d'une figure géométrique et la décomposition d'une figure géométrique en ses unités constitutives.

L'illustration de chacune de ces références a été faite à partir de la reproduction d'une seule figure :

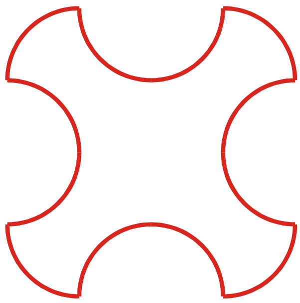


Fig. 1

2.2.1 Différentes appréhensions d'une figure

Appréhension perceptive :

> « Ce qu'une figure montre au premier coup d'œil. Nous pouvons ensuite y discriminer des sous-figures qui ne coïncident pas nécessairement avec les unités figurales prises en compte dans la construction de la figure. »
> (Duval 1994)

Dans le cas présent, l'appréhension perceptive peut suggérer que les quarts de cercle sont sur un même cercle qui a pour centre le centre de la figure. Les centres des demi-cercles sont sur ce même cercle. Sur un modèle suffisamment petit, l'usage du compas pourra confirmer cette perception (fig.2).

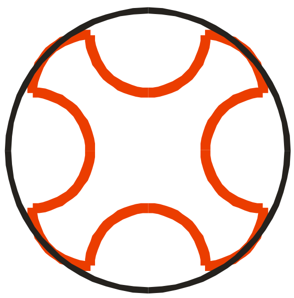


Fig. 2

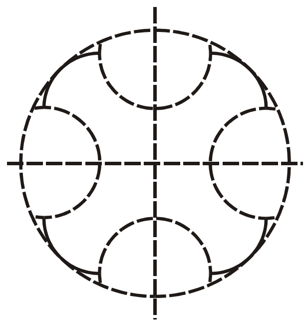


Fig. 3

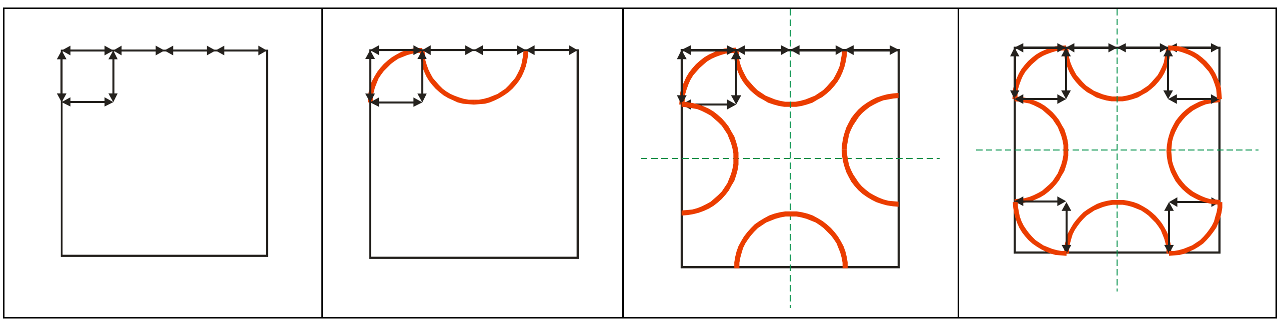
La perception de la symétrie centrale ou des axes de symétrie pourra aussi engendrer des hypothèses de construction erronées (fig.3).

Appréhension séquentielle :

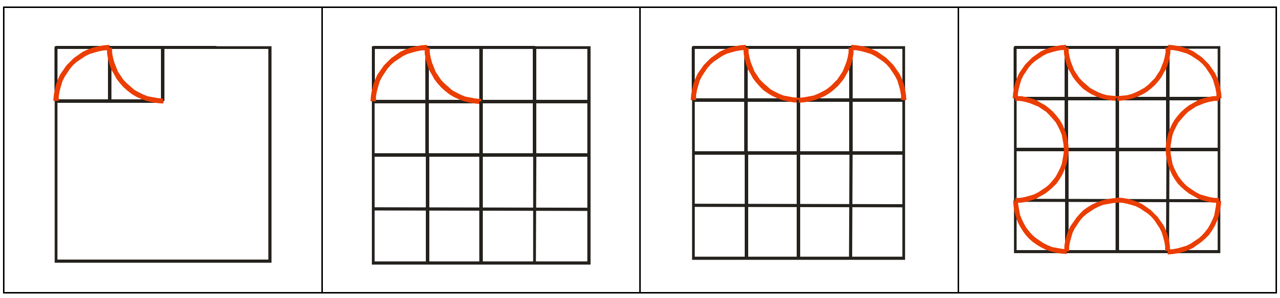
> « Elle concerne l'ordre de construction d'une figure, cet ordre dépend non seulement des propriétés mathématiques de la figure à construire mais aussi des contraintes techniques des instruments utilisés. (…) D'où un traitement spécifique commandé par cette exigence : pour réussir la construction il faut respecter les associations initiales entre propriétés mathématiques et possibilités techniques de l'instrument ».
> (Duval 1994)

Dans le cas étudié ici, plusieurs procédures peuvent être utilisées par les élèves d'une même classe. C'est donc là un objet de discussion et d'échange entre pairs.

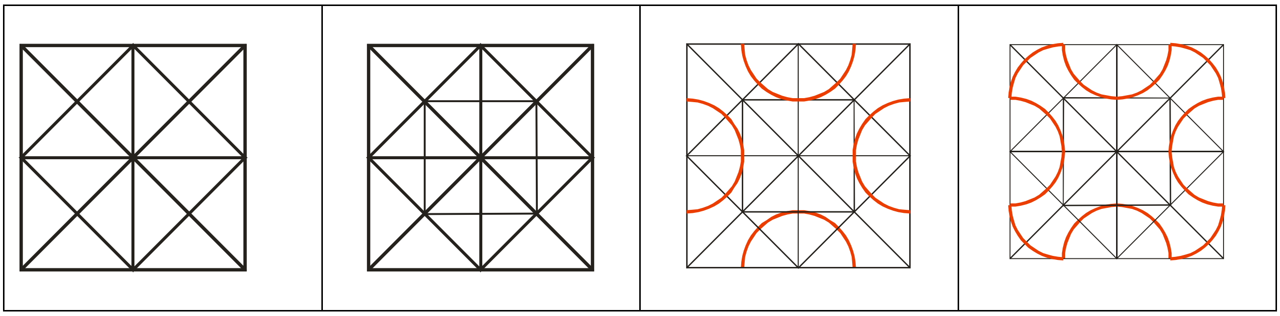
1ère construction :



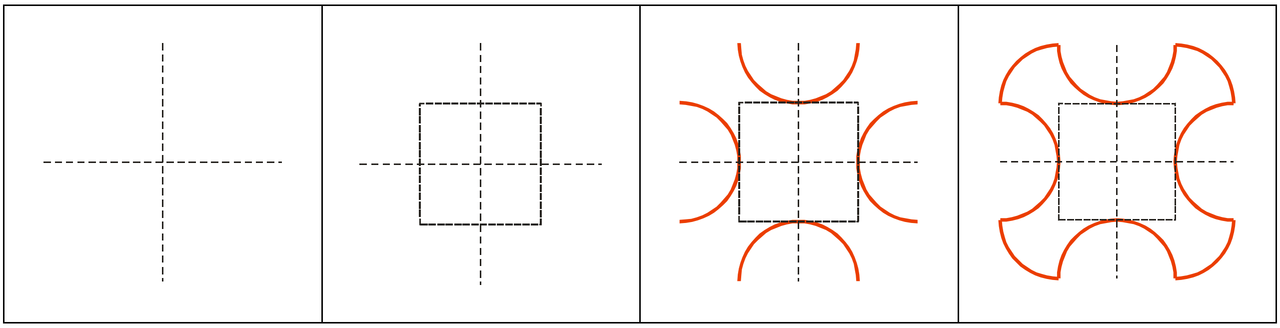
2ème construction :



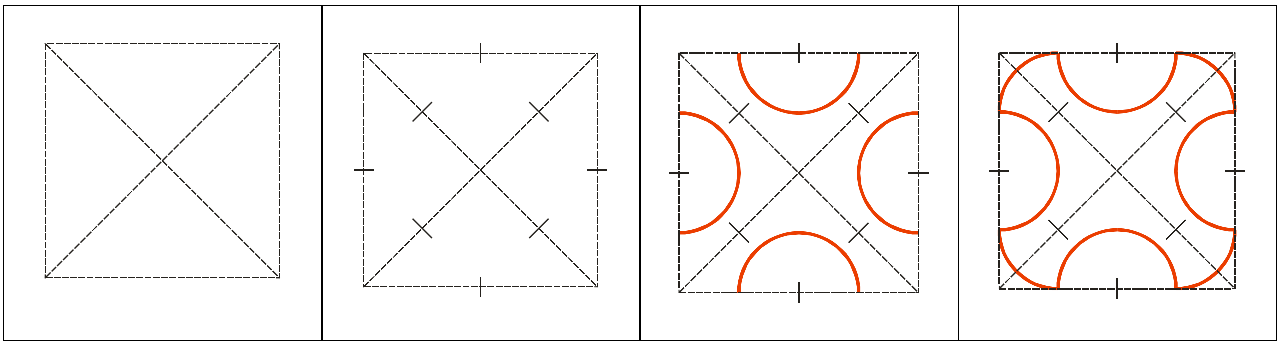
3ème construction



4ème construction

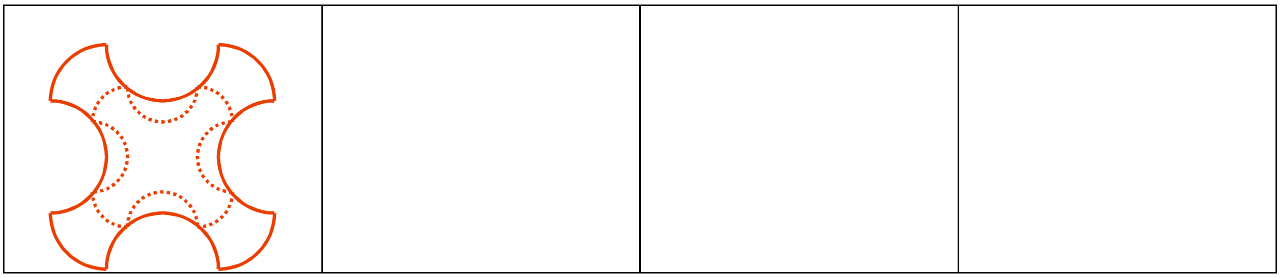


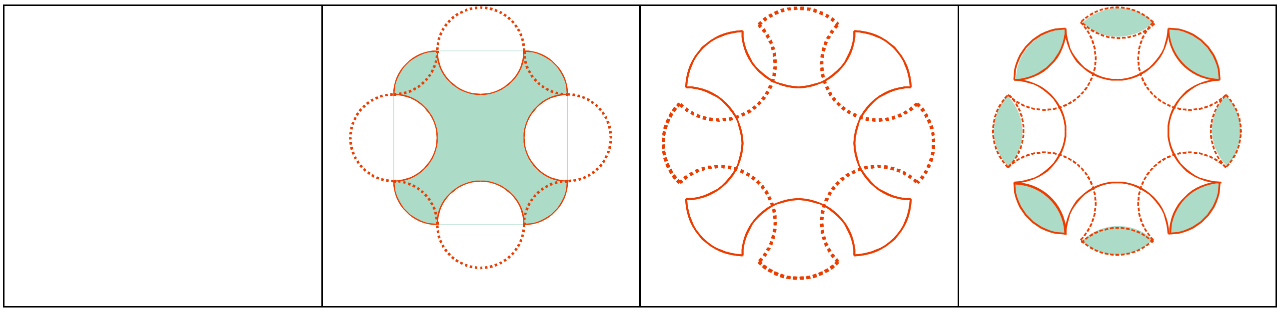
5ème construction



Appréhension opératoire :

> « C'est l'appréhension d'une figure donnée en ses différentes modifications possibles en d'autres figures : modifications méréologiques, modifications optiques, modifications positionnelles. »
> (Duval 1994)





L'appréhension opératoire de la figure initiale permet de la reconnaître dans ces nouvelles figures, elle permet aussi de voir que la figure initiale est composée de sous-figures qui se répètent par l'effet de plusieurs symétries

Appréhension discursive :

> « C'est une explication des autres propriétés mathématiques d'une figure que celles indiquées par la légende ou par les hypothèses. Cette explication est de nature déductive. »
> (Duval 1994)

1ère description : « *Cette figure est composée de quatre quarts de cercle et de quatre demi-cercles de même rayon. Les centres des demi-cercles sont les sommets d'un carré ; les centres des quarts de cercles sont les milieux des côtés du carré. Le rayon des demis ou quarts de cercles est le quart de la diagonale* ».

2ème description : « *Cette figure est incluse dans un carré, les milieux des côtés sont les centres de 4 demi cercles ayant comme rayon le quart du côté, les quarts de cercles complétant la figure ont le même rayon et pour centres les milieux des demi-diagonales du carré* ».

2.2.2 Décomposition d'une figure en unités figurales élémentaires.

Duval (1995) précise que pour qu'il y ait figure il faut qu'il y ait une « tache visible » ou encore « *l'implantation* d'une tache visible ».

> Cette « *implantation* » est susceptible de plusieurs variations visuelles qui peuvent être regroupées en deux grands types :
> - le type des variations liées au nombre de dimensions : 0 (un point), 1 (une ligne) et 2 (une zone),
> - le type de variations qualitatives : variations de forme (ligne droite ou ligne courbe ; contour ouvert ou fermé d'une zone), variation de taille, d'orientation (par rapport au plan fronto-parallèle), variation de grain, de couleur, etc.
> Ces distinctions permettent de définir les éléments constitutifs d'une figure, toute figure apparaissant alors comme une *combinaison de valeurs pour chacune des variables visuelles de ces deux types, **dimensionnel** et **qualitatif***. A partir de là il est facile de déterminer les éléments qui vont fonctionner comme des unités de base représentatives, c'est-à-dire des unités figurales élémentaires. (pp. 175-176)

Les unités figurales élémentaires de dimension 1 sont donc les lignes droites (droites, demi-droites, segments) les lignes courbes (arcs de cercle). Parmi les unités figurales élémentaires de dimension 2 on trouve les formes rectilignes ouvertes (angles, l'intersection de deux droites,…), les formes rectilignes fermées (triangles, quadrilatères, …), les formes courbées ouvertes (courbe avec point de rebroussement, intersection de deux courbes,…) les formes courbées fermées (cercles, ovales ;…).

Selon Duval (1995), toute figure est une combinaison d'unités figurales élémentaires. Ainsi le carré que l'on peut percevoir comme une unité figurale de dimension 2 est aussi la combinaison de 4 unités figurales élémentaires : ses côtés. Or pour reproduire ou construire une figure, l'élève doit décomposer celle-ci en unités figurales élémentaires, souvent de dimensions différentes et établir des relations entre ces différentes unités. C'est là que l'on peut trouver une explication de la difficulté des élèves dans la reproduction de figures : « *Les élèves évitent au maximum de transformer une unité figurale de dimension 2 en une configuration d'unités figurales de dimension 1 ou 0.* » (p.180)

Dans le cas de la reproduction de la figure précédente (figure fermée de dimension 2), l'élève doit identifier les quarts de cercle et les demi-cercles en tant que tels c'est-à-dire la décomposer en 8 éléments de dimension 1 avant de commencer son travail, quelle que soit sa procédure. Il doit ensuite établir les relations existant entre ces différents éléments. Percevoir certaines relations ne garantit pas la réussite dans la reproduction de la figure (cf. appréhension perceptive). L'expérience a montré que dans le cas particulier de la reproduction de cette figure, non seulement sa décomposition en unités figurales élémentaires est difficile mais la relation entre ces différentes unités est un autre obstacle à surmonter. En effet, les élèves ont rapidement identifié que la figure se composait de quatre demi-cercles mais l'identification des quarts de cercles en tant que forme a été plus difficile (qualification de l'unité figurale de dimension 1) et la recherche de la position des centres de ces quarts de cercle (relation entre les unités figurales élémentaires) a été encore plus difficile : les élèves hésitant souvent à tester leurs hypothèses sur le modèle avant d'agir sur leur production ; la taille de la figure initiale étant alors très importante.

Dans le cadre de l'atelier, les figures initiales étaient de petites tailles, la relation entre les unités figurales élémentaires n'a pas été facile à identifier ; si la taille de la figure avait été plus grande, les tests faits par les participants auraient été plus efficaces.
Toutes les figures que nous avons proposées (voir annexe 1) peuvent être analysées de la même manière, que ce soit en termes d'appréhensions d'une figure ou de décompositions en unités figurales élémentaires.

3 PRESENTATION DU GROUPE ECOLE COLLEGE DE L'IREM DE LYON

Le groupe IREM « école - collège » de Lyon a été créé à l'initiative de l'IREM et des IPR de maths de l'Académie de Lyon pour construire et assurer des stages en direction de publics variés : des IEN et conseillers pédagogiques, des enseignants en primaire et des professeurs de mathématiques en collège…
Ce groupe conçoit des formations sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire ou à la liaison avec le collège et peut répondre à des demandes spécifiques aussi bien à destination des enseignants qu'à des formateurs des écoles et des collèges ainsi qu'à des conseillers pédagogiques de circonscription. Il est composé de professeurs de collège, de formateurs du primaire (conseillers pédagogiques et animateurs maths sciences) et de professeurs d'IUFM, des trois départements de l'académie.

Le cahier des charges de l'Inspection (et du Rectorat) fixe le cadre comme l'indique l'extrait suivant : « Il y aura donc lieu de prévoir des formations pouvant, à partir d'une structure de base, s'adapter aux différents publics et aux demandes des interlocuteurs, de plus modulables dans le temps, d'une demi-journée à quatre jours. ». Puis il se poursuit avec des indications sur les contenus qui doivent faire l'objet de formations.
Cinq ans plus tard, parmi les thèmes travaillés (Proportionnalité, Calcul mental, Fractions et décimaux, Géométrie plane, Grandeurs et mesures, Numération, Le nombre en maternelle, Géométrie dans l'espace, Langage et maths, Différenciation …), nous en sommes à reprendre deux thèmes : « Géométrie plane » et « Le nombre en maternelle » en vue de pouvoir les communiquer sous forme de CD-Rom ou de brochure. Différents scénarios seront proposés en modules de 3h, 6h ou plus suivant les objectifs de la formation. Lors de l'atelier, nous avons montré brièvement un ou deux déroulements de stage. Nous détaillons un module dans un stage de géométrie dans la suite de l'article.

4 DESCRIPTION D'UN SCENARIO DE STAGE

Le groupe « école-collège » de l'IREM de Lyon a conçu plusieurs modules sur le thème de la géométrie. Suivant la demande de stage, nous adaptons un ou plusieurs de ces modules. L'un d'entre eux propose une entrée par les paradigmes géométriques tels que définis par Houdement & Kuzniak (2003) et Parzysz (2003). La consigne donnée aux stagiaires est d'analyser des réponses d'élèves du CE2 à la 5ème sur trois exercices de géométrie. Deux autres modules abordent l'un l'utilisation de logiciels de géométrie dynamique et l'autre la résolution de problèmes en géométrie nécessitant des raisonnements. Nous avons conçu aussi des modules sur le thème de la géométrie dans l'espace et celui des grandeurs et mesures.

Nous décrivons ici le scénario autour des problèmes de géométrie et plus particulièrement sur ceux de reproduction de figures.

- Dans un premier temps, il peut être proposé un travail sur les problèmes de description de figures avec deux activités :

  - **Activité 1** : Décrire pour reconnaître

Un stagiaire choisit une figure de la fiche 110 Cap Maths CM1 (annexe 1 ; 4°)) avec le jeu du portrait (« qui est-ce ? »). Les autres stagiaires jouent le rôle des élèves : ils essaient de retrouver la figure choisie par le stagiaire en posant des questions auxquelles le stagiaire ne répond que par « oui » ou « non ». Ils peuvent avoir la fiche à disposition ou non. Une discussion s'en suit sur ce qu'on travaille, sur les aides possibles comme donner une liste de vocabulaire dans laquelle l'élève peut piocher…
Le choix de la figure à deviner ne doit pas être fait au hasard : il faut pouvoir discriminer les figures les unes des autres mais pas trop vite. La question de la gestion en classe peut être posée (Qui parle, combien parlent ? …)

  - **Activité 2** : Décrire pour faire faire

Trois figures composées d'un carré et deux demi-cercles (ayant comme diamètre un côté du carré) positionnés de différentes façons sont distribuées aux stagiaires. Ils doivent la décrire par écrit de façon qu'un autre stagiaire puisse refaire la figure à partir du texte qu'il recevra. Le choix est fait pour que la position des demi-cercles par rapport au côté soit un caractère discriminant. Une discussion sur les difficultés rencontrées par les élèves lors de l'écriture de tels messages est amorcée et des pistes d'aide sont données.

- Dans un deuxième temps, nous donnons des figures à reproduire à l'identique (un exemple en annexe 3) comme si les stagiaires étaient des élèves (situation d'homologie). Nous estimons que l'action de reproduction amène les stagiaires à analyser les figures et qu'elle est nécessaire pour imaginer les procédures et difficultés des élèves, ce qui fait l'objet de la consigne suivante : « Vous avez essayé de faire les exercices de cette fiche. Pour chacun d'eux, indiquez si vous les donneriez dans vos classes, à quel niveau, avec quel objectif, pour quelles raisons ? »

L'annexe 2 est un exemple de déroulement de stage tel que nous nous le communiquons au sein du groupe : matériel pour l'animateur et les stagiaires ; durée et objectifs de l'activité ; consignes, synthèse à mettre en place. Des liens hypertextes[2] renvoient à d'autres fichiers. C'est ainsi que l'on trouvera en annexe 3 un exemple de figures et en annexe 4 une synthèse sur les différents types de problèmes en géométrie et sur une démarche d'apprentissage.

Replacer la reproduction de figures dans le cadre de la classe pose la question de l'objectif précis de ce type d'activités et éventuellement d'une idée de progression. La confrontation des différentes

[2] Les liens hypertextes ne sont pas actifs dans cet article, ils ne le seront que dans la brochure et le CD-Rom en cours de production à l'IREM de Lyon.

procédures amène les stagiaires à appréhender une figure sous différents aspects. Souvent ceux-ci se positionnent selon les difficultés qu'ils ont rencontrées au cours de leur recherche de l'exercice pour décider du niveau de classe où peuvent être proposées ces figures, d'où leur rejet pour certaines d'entre elles. Nous visons ici la notion de problème en géométrie avec une nécessité de confrontation entre élèves et un objectif spécifique (recherche de traits de construction, concept de cercle par la connaissance du centre et du rayon …). La pratique dans nos classes de 6ème, en début d'année, nous permet d'expliciter un déroulement possible sur une séance entière et de donner des réponses d'élèves. Par exemple, pour la figure analysée ci-dessus, un de nos élèves de 6ème ne voyait la figure que globalement comme un trait courbe continu se refermant sur lui-même et des arcs de cercles ayant le même rayon, il avait fait une figure en jugeant à vue des centres des cercles. Dans le débat sur les constructions pour argumenter sur le fait que les quarts de cercles n'appartiennent pas au même cercle, un autre élève avait dit que « cela tourne pareil mais ça ne se rejoint pas et donc ce n'est pas le même cercle » pour dire qu'il y a bien le même rayon mais pas le même centre. Les différentes conceptions du cercle peuvent être évoquées en apports théoriques.
L'activité 2 propose des variations dans la présentation des figures à reproduire (nous jouons sur les variables didactiques comme des figures à compléter à l'identique ou agrandies, avec une même orientation ou non les contraintes sur les instruments de géométrie autorisés…) et la consigne est d'analyser ces changements du point de vue des procédures et de l'apprentissage des élèves. Les exemples proposés dans nos stages correspondent aux figures reproduites à l'identique dans la première partie et lors de l'atelier nous avons fait analyser aux participants pour certains d'entre eux. Par exemple, la figure 3) a) ayant été reproduite à l'identique (des reports de mesures suffisent), nous proposons d'analyser le changement provoqué par l'agrandissement.

Une synthèse est faite sur les différents types de problèmes de géométrie (annexe 4 distribuée aux stagiaires), ainsi que parfois sur les différentes phases (action, formulation, validation, institutionnalisation) adaptées à des exemples de géométrie (Brousseau, 1983).
L'institutionnalisation est souvent une phase qui est négligée par les enseignants en géométrie. La validation de la reproduction de figures se limite souvent au contrôle à l'aide d'un papier calque ou par un énoncé des étapes de construction repris par l'enseignant lui-même. La question de l'institutionnalisation est en particulier très intéressante dans le cas des figures à compléter seulement par alignements car elle contribue à la construction du concept de droite et de point chez les élèves. On pourra mettre en avant :

- Un point est défini par l'intersection de deux droites (ou de deux lignes si on travaille avec des arcs de cercles) ;
- Par deux points distincts, il passe une droite et une seule ;
- Des points alignés sont des points sur une même droite ;
- On peut toujours prolonger un segment, le segment ayant pour support une droite…

Une institutionnalisation sur des points méthodologiques a aussi sa place dans la classe. Par exemple : « Pour reproduire la figure, je dois repérer les éléments qui la composent (demi-cercles, quarts de cercles, symétries, milieux, alignements…) et pour cela je peux tracer sur le modèle des traits de construction qui auraient été effacés. »

5 CONCLUSION

L'objectif de cet atelier était de mettre les participants en situation de stagiaires éventuels, tels que nous le pratiquons dans l'académie de Lyon, mais aussi d'apporter aux formateurs une proposition d'entrée en géométrie par les problèmes dans le cadre des stages de formation initiale ou continue. Commencer un stage en demandant aux stagiaires de reproduire des figures est une mise en situation de formation continue de type « homologie » dans laquelle il nous semble fondamental que l'activité proposée soit aussi porteuse de questionnements sur les actions et les concepts travaillés. C'est ainsi que l'activité proposée aux participants de l'atelier était une adaptation spécifique permettant à la fois la mise en

situation de type « homologie » et autorisant les « pas de côté » nécessaires à l'analyse des variables didactiques ainsi qu'à la reproductibilité du module de formation.
Les participants ont convenu que le choix des figures posant « problème » est déterminant : elles ne doivent être ni trop évidentes ni trop complexes ce qui engendrerait une perte de temps. Les objets géométriques sur lesquels les reproductions de figures s'appuient doivent être aussi suffisamment variés pour que des stratégies de répétition soient mises en défaut. Les participants ont aussi réalisé l'utilité et la nécessité d'utiliser les instruments de géométrie (certains n'avaient plus utilisé de compas depuis longtemps …) afin d'apprendre aux élèves à réaliser des constructions soignées.

Compte tenu de la multiplicité des configurations proposées, les échanges ont été nombreux dans les groupes mais la synthèse a été brève.
La 1ère figure a été source de toutes les questions qui peuvent être posées lors d'un stage de formation continue en géométrie dans la mesure où l'alignement est rarement évoqué tant en stage qu'en situation de classe :

- contrat : respect et compréhension des consignes (a-t-on le droit de mesurer, d'utiliser le compas, de tracer des perpendiculaires ou des parallèles sont des questions qui apparaissent), matériel utilisé, contraintes, …
- concept de droite et de point (point obtenu par intersection de deux droites, droite vue comme prolongement d'un trait ou définie par deux points ce qui s'est révélé plus difficile)
- validation (autre alignement existant validant la construction qui apparaît par confrontation entre participants) …

Tous les participants ont convenu de l'importance à accorder aux ancrages théoriques associés au sujet du stage, comme ici les constructions géométriques, y compris dans le contexte d'un stage de formation continue. Durant l'atelier, nous n'avons évoqué que les différentes appréhensions d'une figure selon Duval mais les paradigmes géométriques selon Houdement et Kuzniak auraient eu toute leur place.
En formation continue, ces références théoriques permettent d'expliquer des choix, d'éclairer les stagiaires et peut-être de faire bouger leur pratique. Dans les questionnaires d'évaluation de fin de stage, les activités sont plébiscitées, les apports théoriques sont souvent jugés intéressants mais il est important que ceux-ci soient à la portée des stagiaires et puissent vraiment leur être utiles dans leur pratique de classe en leur permettant d'analyser d'autres figures de façon autonome. Les discussions autour des variables didactiques montrent, en général, que les stagiaires en formation continue envisagent difficilement des variations possibles sur les figures. La réflexion sur les effets de ces variations dans les changements de procédures des élèves amène les stagiaires à envisager un travail sur les propriétés à travers les constructions sans attendre la démonstration. A contrario, les participants à l'atelier ont spontanément identifié l'importance du jeu sur les variables didactiques.
Dans la dernière partie de l'atelier nous avons présenté le travail du groupe école-collège de l'IREM de Lyon et nous avons pu constater qu'il y a effectivement une demande de communication de maquettes détaillées de stages pouvant s'adapter à différents publics. Nous avons fait part des préoccupations du groupe qui sont de rendre lisible notre travail, de le diffuser en direction de nouveaux formateurs. La question de l'intégration d'éléments de théorie de la didactique et celle de la forme de la diffusion (CD-Rom et/ou présentation papier) et des droits d'auteurs ont été posées.

6 REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BERTHELOT, R. & SALIN, M.H. (1994): *L'enseignement de la géométrie à l'Ecole primaire,* Grand N n°53; pp. 39-56; IREM de Grenoble

BERTHELOT, R. & SALIN, M.H. (1995): *Un enseignement des angles au cycle 3*, Grand N

BERTHELOT, R. & SALIN, M.H. (2001): *L'enseignement de la géométrie au début du collège. Comment concevoir le passage de la géométrie du constat à la géométrie déductive?* Petit *x* ; n° 56 ; IREM de Grenoble

BROUSSEAU, G. (1983) : *Études de questions d'enseignement, un exemple : la géométrie ;* IMAG n°45 ; Grenoble

CHARNAY, R.; COMBIER, G. & DUSSUC, M. - P. (2003) : *Cap maths CM1, Manuel, Guide des activités et Fiches photocopiables ;* Hatier

Commission Inter-IREM Premier Cycle (1998) : *Des mathématiques en sixième*

Commission Inter IREM Premier Cycle, COPIRELEM, (2001) : *Articulation école-collège : Des activités géométriques*, IREM de Lyon

DUVAL, R. (1994) : *Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique*, Repères IREM, n°17

DUVAL, R. (1995) : *Semiosis et pensée humaine* ; éditions Peter Lang ; pp. 173-207

DUVAL, R. & GODIN, M. (2005) : *Les changements de regard nécessaires sur les figures*, Grand N ; n°76 ; pp. 7 - 27

HOUDEMENT, C & KUZNIAK, A. (2003) : *Epistémologie et didactique : un exemple de cadre conceptuel pour analyser l'enseignement de la géométrie*, Carnets de route de la COPIRELEM, Concertum, tome 2 ; pp. 95- 106

KESKESSA, B. ; PERRIN-GLORIAN, M.J. & DELPLACE, J.R. (2007), *Géométrie plane et figures au cycle 3, une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie*, Grand N ; n° 79 ; pp 33 à 60

PARZYSZ, B. (2003) : *Articulation entre perception et déduction dans une démarche géométrique en PE1*, Carnets de route de la COPIRELEM, Concertum, tome 2 ; pp. 107-125

PELTIER, M.L. (2003) : « *La fleur*» *et « le napperon* » ; Carnets de route de la COPIRELEM. Tome 2 ; pp. 183 - 190

ROYE et al. (2000) : *Travaux géométriques : Apprendre à résoudre des problèmes ; cycle 3*, IREM de Lille, CRDP Nord - Pas de Calais SCEREN

7 ANNEXES

7.1 Annexe 1

COPIRELEM AUCH juin 2009
<u>Consigne</u> : Réalisez les constructions.
Nous proposons ces figures à reproduire dans le contexte des modules de formation continue
Analysez ces activités proposées : quels enjeux, quels intérêts, quels apports du point de vue géométrique, du point de vue de la formation y trouvez-vous ? Vous devez produire une affiche.

1°) a) En utilisant uniquement la règle non graduée, compléter la figure 2 pour obtenir la figure 1.

Figure 1

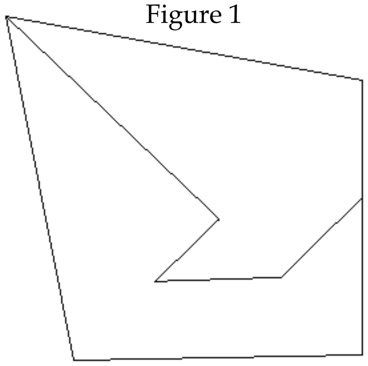
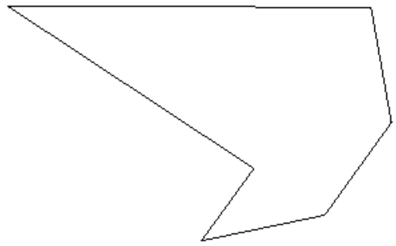


Figure 2



b) Compléter la figure 2, elle doit être identique à la figure 1.

Figure 1

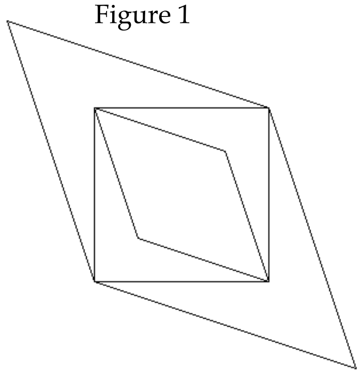
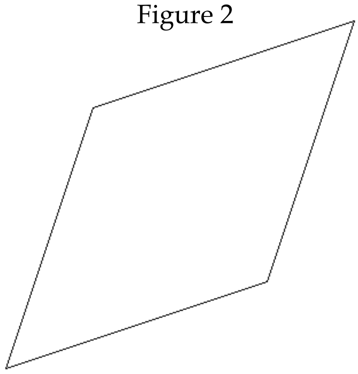


Figure 2



2°) Reproduire les figures ci-dessous.

Figure a)

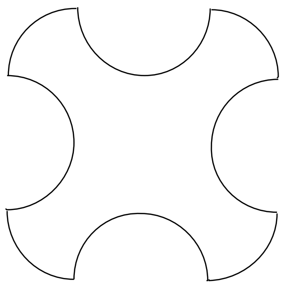
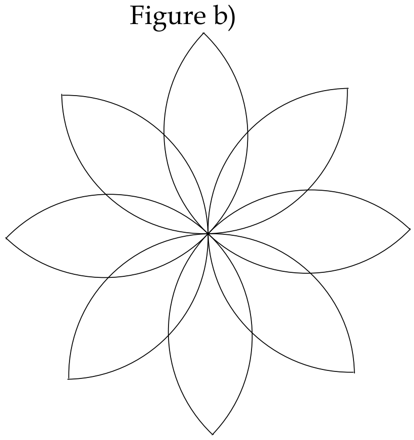
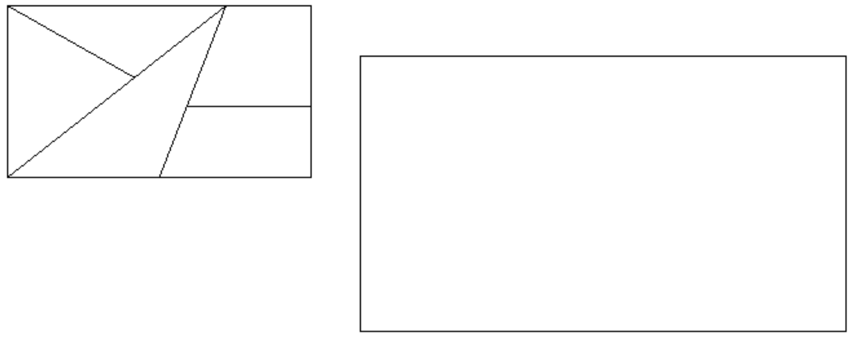


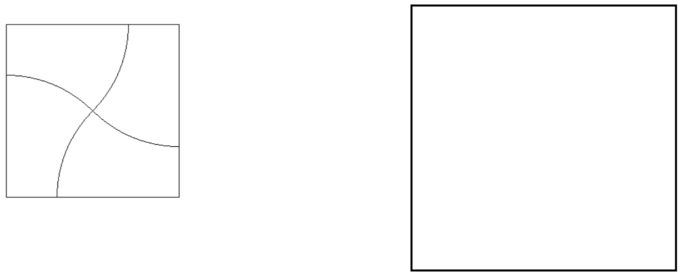
Figure b)



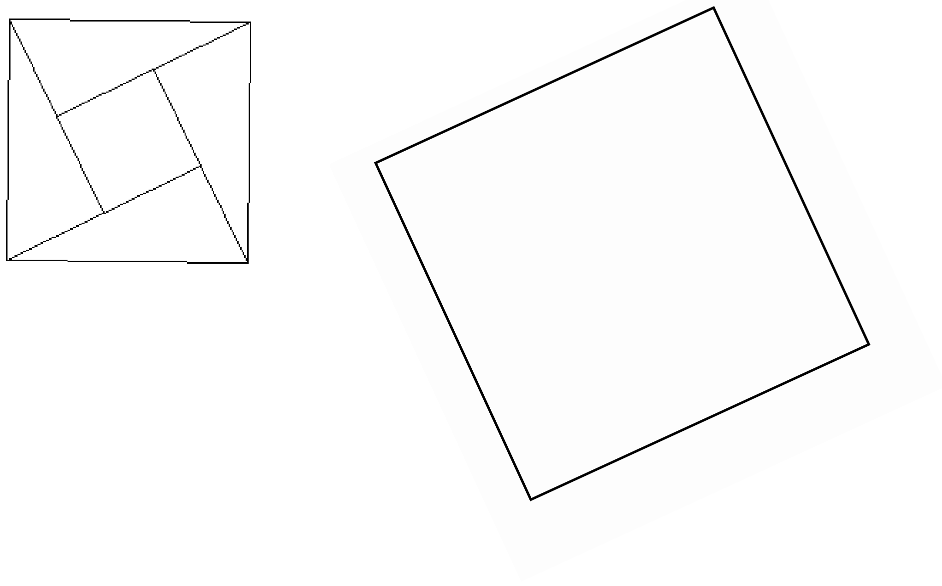
3°) a) La figure a été agrandie. Vous devez la compléter à partir du tracé déjà effectué du rectangle.



b) La figure a été agrandie. Vous devez la compléter à partir du tracé déjà effectué du carré.

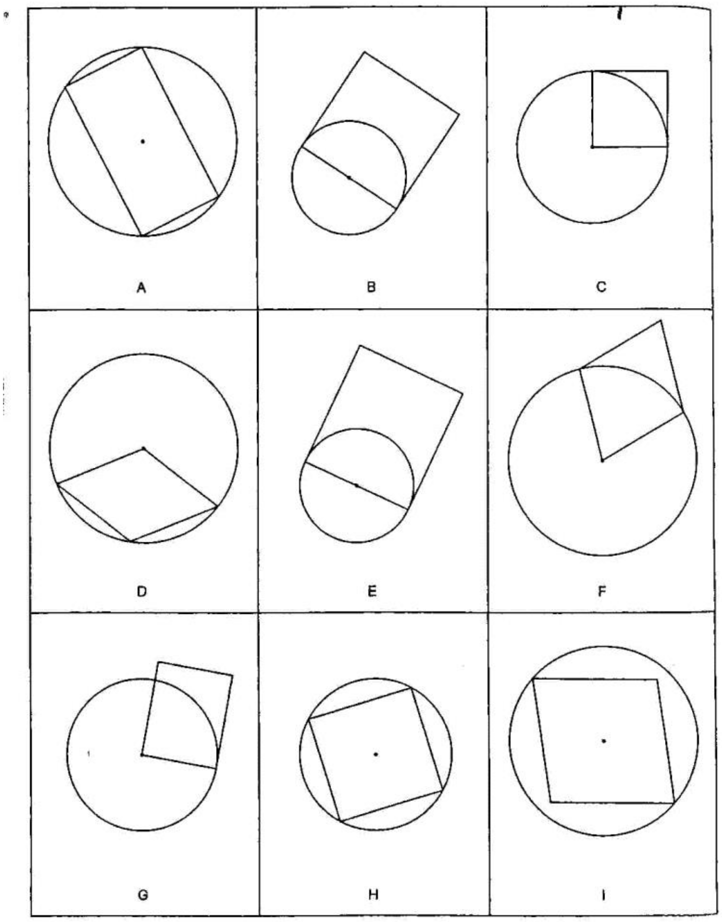


c) La figure a été agrandie. Vous devez la compléter à partir du tracé déjà effectué du grand carré (extérieur).

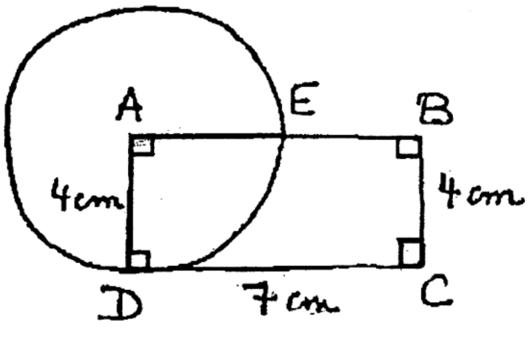


Ces figures sont extraites de CAP CM1, suivi scientifique 6ème, Objectif Calcul CM1…

4°) **CAP Maths CM1 fiche 110 matériels photocopiables**
Les élèves (éventuellement par binômes) reçoivent une de ces figures (pas la même pour tous).
La consigne est donnée en deux temps :
1er temps : « Rédige un message pour permettre à un autre élève de reconnaître la figure.»
2è temps après échanges des messages : « Avec le message que tu as reçu, retrouve la figure parmi celles de la fiche.»



5°) a) Le schéma ci-dessous est réalisé à main levée. Il n'est pas en vraie grandeur. Mais les dimensions indiquées sont celles de la figure en vraie grandeur.

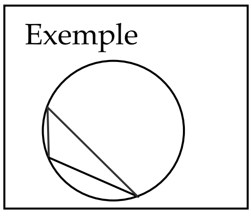


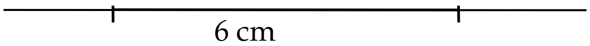
Quelle est la longueur du segment [EB] sur la figure en vraie grandeur ?
Explique comment tu as trouvé :

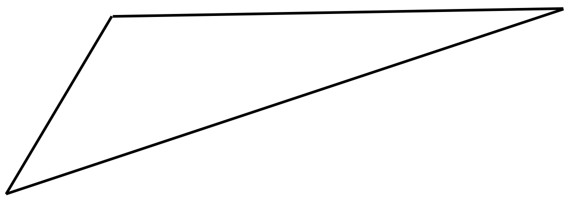
b) D'après Maths et clic 6ème Bordas

Tracer une droite d. Tracer deux points B et C n'appartenant pas à d et situés de chaque côté de d. Placer un point A sur la droite d pour que le triangle ABC soit isocèle en A.

c) On avait dessiné un cercle passant par les trois sommets du triangle.
Ce cercle a été effacé. On sait qu'il avait **6 cm de rayon**.
A toi de retrouver le centre et de retracer le cercle.







7.2 Annexe 2

Les liens hypertextes ne seront actifs que dans la brochure en cours de production à L'IREM de Lyon.

Stage 2009 :

Stage Géométrie au début du collège.

2ème jour

1°Demi-journée

Donner la fiche avec différents problèmes de construction, la consigne étant simplement de faire les constructions (on peut donner la veille sur un stage de deux jours)
jour 1\PbsConstruction.doc (photocopies à donner) voir annexe 3

DES PROBLEMES DE GEOMETRIE (9 h -10h45),

Activité 1 : DES PROBLEMES DE TRACE

***Objectif* :**
Montrer qu'un même type d'activité peut permettre de viser différents buts

Consigne : « Vous avez essayé de faire les exercices de cette fiche, Pour chacun d'eux, indiquez si vous les donneriez dans vos classes, à quel niveau, avec quel objectif, pour quelles raisons ? »

Travail par groupes avec retour par un rapporteur. Mise en commun : chaque groupe propose pour un exercice, les autres complètent (on peut aussi faire faire des affiches pour avoir tout en même temps)
jour 2\Analyse succincte des problèmes de construction.doc

Synthèse rapide
Ce n'est pas le type de tâche qui définit le problème mais c'est l'objectif visé qui définit quel problème choisir dans le type de tâche.
Pour les élèves, il est important d'autoriser les tracés sur la figure à reproduire, ce qui est impossible sur un manuel. Quelle synthèse en classe ?

Activité 2 : DES PROBLEMES MODIFIÉS

***Objectif* :**
Montrer comment à partir d'un problème donné, le professeur peut jouer sur les variables didactiques pour faire évoluer les procédures des élèves pour favoriser un apprentissage.
Consigne : « Voici 4 nouveaux exercices, qu'ont-ils de différent par rapport aux précédents ? Qu'est-ce que cela modifie dans les procédures des élèves, et pour l'apprentissage….»
jour 2\ElevePBsConstruction.doc ; (photocopies à donner)

Synthèse
Pour un objectif d'apprentissage donné, l'enseignant peut construire des problèmes géométriques où la notion visée est utile pour résoudre le problème, il suffit souvent pour cela de faire évoluer les énoncés de problèmes type en jouant sur les variables didactiques (choix de la figure, du support, des contraintes, agrandissement….)
C'est un apprentissage des techniques ou des savoirs à partir de la résolution de problèmes.
A l'école primaire et au collège, les programmes précisent que les notions s'introduisent et peuvent s'apprendre à partir de la résolution de problèmes. jour 2\problèmes.ppt ;
jour 2\Brousseau.doc ; jour 2\géométriecycle 3pbsMPDussuc.doc (photocopies à distribuer) voir annexe 4

PAUSE (10 h 45- 11h)

DES PROBLEMES DE CONSTRUCTION SUR TICE (11 h-12h),

***Objectifs* :**
- ***Réfléchir sur les apports éventuels de la géométrie dynamique dans les problèmes de reproduction ou de construction et comment jouer sur cette variable didactique pour favoriser l'apprentissage.***

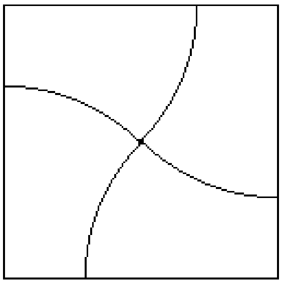
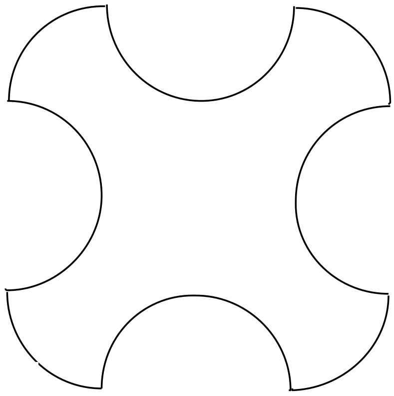
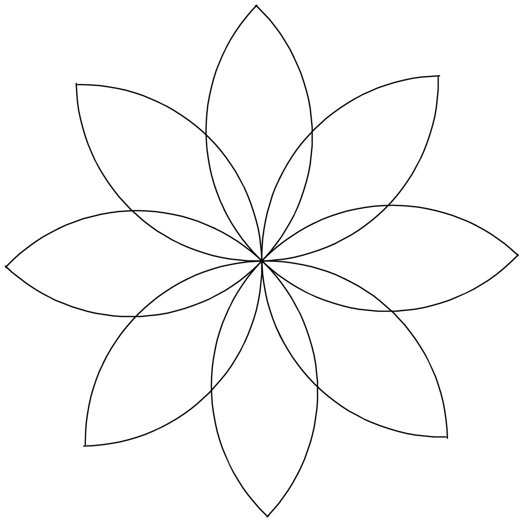
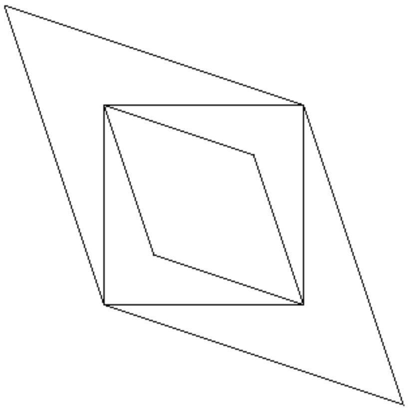
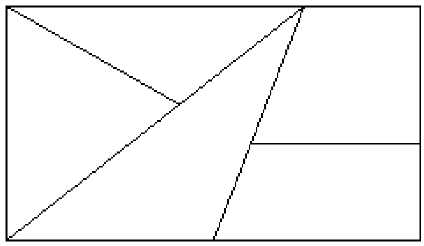
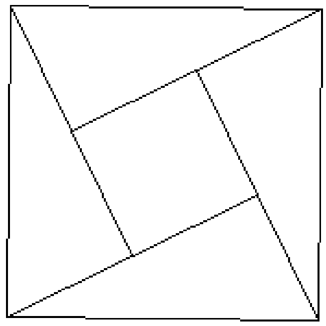
Consigne : « Voici différents exercices de reproduction ou de construction. Pour chacun d'entre eux imaginer les procédures que les élèves peuvent mettre en place soit sur papier soit avec un logiciel de géométrie dynamique. Les proposeriez- vous à vos élèves ? avec quel support ? Pour quelles raisons ?
jour 2\des problèmes à classer.doc (photocopies à donner) (fichier Cabri)
Mise en commun, débat
Synthèse
L'utilisation d'un logiciel de géométrie permet de :
- S'affranchir des difficultés de maniement des outils classiques (soin et précision de tracé)
- De fournir des moyens d'auto validation en bougeant un point de la figure.
- De mettre en œuvre des procédures (de résolution de problèmes) qui ne sont pas accessibles sinon et donc de leur donner du sens. (en particulier les transformations)

Mais la mise en œuvre de ces séances suppose des échanges de procédures et sont conditionnés par une certaine maitrise de l'outil par les élèves.

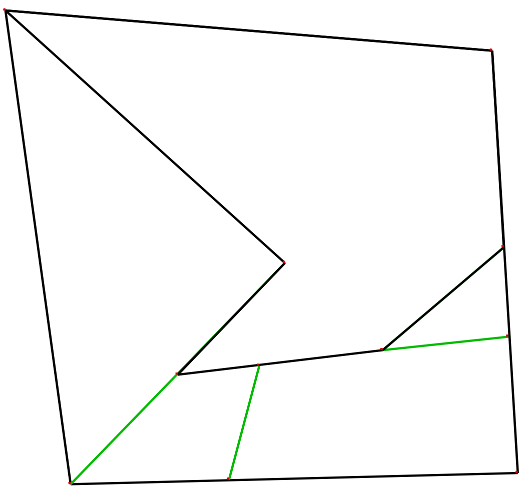
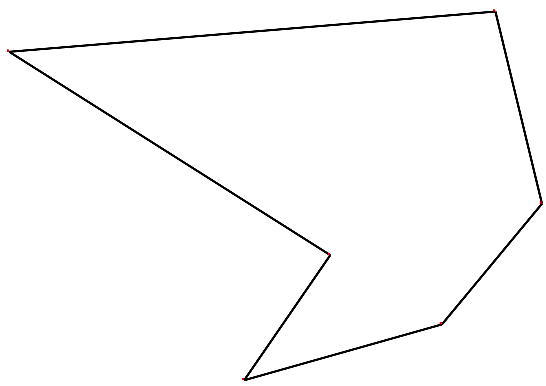
7.3 Annexe 3

Problèmes de construction

1°) Reproduis à l'identique les figures ci-dessous, tu vérifieras avec un papier calque.

Compléter, à partir du modèle, la figure incomplète, en utilisant la règle non graduée seulement.

7.4 Annexe 4

Des problèmes pour enseigner la géométrie en cycle 3

On retrouve les caractéristiques des situations problèmes :

1. L'élève a un problème à résoudre (dans l'espace qui nous entoure, sur la feuille de papier…)
2. Les connaissances ou les compétences visées sont nécessaires à la résolution du problème
3. L'activité de l'élève est finalisée par un but, l'élève peut vérifier lui-même si le but est atteint ou non (validation), la comparaison entre sa production et le but à atteindre est un moment essentiel
4. L'élève peut faire des essais, des erreurs qui sont considérées comme des étapes de l'apprentissage
5. Les échanges entre élèves sont favorisés.

Suite à ces situations, il faut bien sûr ménager des temps de réinvestissement et d'entrainement.

Les principaux problèmes sont :	Exemples
des problèmes de localisation	communication de la position d'un point sur un quadrillage, sur une feuille blanche, le receveur doit placer au même endroit sur un support identique
des problèmes d'identification	jeu du portrait sur des triangles, des quadrilatères, des polyèdres... demande d'informations au maître ou à un autre élève pour reconnaître un objet parmi un lot d'objets de la même famille, seulement reconnaissance pour faire fonctionner des propriétés ou construction à l'identique, travail collectif, une question après l'autre ou recensement de toutes les questions orales ou écrites.
des problèmes de description	reconnaître un objet parmi d'autres programme de construction
des problèmes de reproduction à l'identique ou d'agrandissement-réduction	il faut contraindre l'élève à abandonner une démarche du type : tracé à la règle/validation à vue/essai et réajustement ; il est important de bien choisir le modèle, le matériel utilisé (papier et instruments…), l'orientation du modèle dans la feuille, la donnée ou non d'un 1er élément (un côté a déjà été tracé), la taille du modèle, nombre de modèles et éloignement... L'organisation de la séance est très importante.
des problèmes de construction	A partir d'une description, construire un objet qui est absent (avec un programme de construction ou à partir des caractéristiques de l'objet carré de diagonale 6cm) construction avec des contraintes : compléter le patron d'un solide
des problèmes de représentation,	représentation plane d'un objet de l'espace, en « perspective » ou en patron
des problèmes de mesurage	mesurer un côté d'un triangle coupé par changement d'échelle par exemple
d'autres problèmes : « chercher tous les … »	chercher tous les patrons d'un cube, tous les pentaminos, tous les tétracubes, tous les triangles à construire sur un planche à 9 clous, tous les rectangles dans un quadrillage de 5 × 3…

Construction d'une progression par rapport à une notion
On peut mettre en progression des situations visant l'apprentissage d'une notion géométrique en combinant les différents types de problèmes. Pour « angle droit » par exemple :

1. Un classement de figures planes peut nécessiter le recours à cette notion pour différencier carrés et losanges presque carrés, l'équerre (ou le gabarit d'angle droit) sera utilisée
2. Un jeu de portrait sur un lot de quadrilatères permet d'expliciter les propriétés des carrés, rectangles, losanges
3. Une reproduction ou une construction à terminer permet de rendre opératoire les propriétés exprimées et d'utiliser l'équerre comme instrument de construction
4. Un jeu de message émetteur-récepteur pour reproduire une figure simple comportant des angles droits obligera à l'utilisation d'un vocabulaire adéquat, à l'explicitation des procédures de construction.

D'après Marie Paule Dussuc IUFM Bourg en Bresse, H. Zucchetta