

Suite définie par une moyenne arithmétique

Enoncé:

On définit la suite u pour tout entier $n, n \geq 1$ par $u_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n k(k-1)$.

1°)

a) A l'aide d'un tableur, afficher les 30 premiers termes de cette suite puis afficher une représentation graphique de ces valeurs.

b) Quelle est l'allure du nuage de points obtenu? Quelle conjecture peut-on faire?

Appeler l'examineur pour vérification

L'examineur doit contrôler à l'écran les valeurs obtenues et la représentation graphique.

Il doit également vérifier la cohérence de la conjecture proposée avec les résultats obtenus.

On ne laissera pas un candidat bloqué par des difficultés techniques plus de 10 min.

Si le candidat n'a toujours pas les données utiles au bout de 20min, on lui donnera la feuille de calcul.

Si la conjecture n'est pas celle attendue ou est incohérente, on lui donnera des indications et en cas d'échec au bout de 25 min on lui proposera la conjecture correcte:

L'allure du nuage de points est une parabole, u_n s'exprime en fonction de n sous la forme an^2+bn+c

Suivant le type de graphique choisi, l'allure du nuage du point peut ne pas être évidente ou suggérer d'autres réponses (exponentielle...) dans ce cas on mettra le candidat sur la bonne voie sans que cela ne le pénalise.

2°)

a) A l'aide du tableur, afficher les 5 premiers termes et une représentation graphique de $v_n=3u_n$.

b) Proposer une expression de v_n en fonction de n et en déduire une expression de u_n en fonction de n .

Appeler l'examineur pour vérification

Les consignes sont les mêmes, en réduisant le temps maximal de recherche à 20 min.

$v_n=n^2-1$ et $u_n=1/3n^2-1/3$

Le candidat peut donner des conjectures cohérentes mais inutile pour la suite ($v_{n+1}=v_n+2n+1$ par exemple) dans ce cas on le mettra sur la bonne voie sans que cela ne le pénalise.

c) Démontrer par récurrence que l'expression de u_n trouvée en 2°) b) est valable pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

Production attendue

Réponse écrite aux questions 1°) b) 2°) b) et c).

Affichage à l'écran des valeurs et représentations graphiques correspondantes avec contrôle par l'examineur.

Eventuellement, impression de l'écran au 2°)b).